

宽带信号方位估计的改进 RSS 方法

侯云山, 黄建国, 金 勇

(西北工业大学航海学院, 陕西 西安 710072)

摘要: 为了降低宽带信号旋转信号子空间(rotational signal subspace, RSS)方位估计算法的运算量和分辨门限, 针对中心对称阵列, 将实值处理过程和信号子空间缩放 MUSIC(SSMUSIC)方法引入宽带信号方位估计, 提出了一种宽带信号方位估计新方法。该方法首先使用左实变换矩阵将双向平滑后的各个频率子带的数据协方差矩阵变换为实数矩阵, 从而大大降低了运算量; 然后使用 RSS 方法选取聚焦矩阵对各个频率子带的实协方差矩阵进行变换, 得到同一参考频率点的数据协方差阵; 最后利用基于子空间斜投影的 SSMUSIC 算法进行一维搜索求得各个目标方位角。仿真实验结果表明, 该方法比常规宽带 RSS 方法运算量小, 且具有更低的分辨门限和更小的均方误差。

关键词: 宽带信号; 实值处理; 聚焦矩阵; 旋转信号子空间; SSMUSIC

中图分类号: TN 911.7

文献标志码: A

Improved RSS method for the direction finding of wideband sources

HOU Yun-shan, HUANG Jian-guo, JIN Yong

(Coll. of Marine, Northwestern Polytechnical Univ., Xi'an 710072, China)

Abstract: In order to reduce the computational complexity and resolution threshold of the conventional rotational signal subspace (RSS) algorithm for wideband signals, the real value transforming process and the SSMUSIC method are introduced for central symmetric arrays to propose a new direction finding method for wideband sources. This method first transforms the complex data covariance matrices after forward-backward smoothing at different frequencies into real ones by a left-real transforming matrix, which achieves a substantial reduction of the computational load in later eigen-decompositions. Then the conventional RSS algorithm is applied to get focusing matrices for different frequencies and these focusing matrices are further used to transform data covariance matrices into ones at a common reference frequency. Finally the direction of sources are obtained by one-dimensional search of the maxima of an improved MUSIC estimator called SSMUSIC. Simulations show that the proposed method reduces not only the computational overhead but also the resolution threshold and MSE noticeably.

Keywords: wideband source; real value processing; focusing matrix; rotational signal subspace (RSS); SSMUSIC

0 引言

以 MUSIC 方法^[1]为代表的窄带高分辨定向算法, 分辨性能和统计稳定性十分优越, 成为过去数十年阵列信号处理领域的研究热点。但是, 由于窄带信号所能提供的目标信息有限, 因而从宽带信号中人们可获取比窄带信号丰富得多的目标信息。1985 年, 文献^[2]提出了相关信号子空间处理方法(coherent signal-subspace method, CSM), 首次利用相干技术对宽带目标源高分辨定向估计进行研究。其后, 有关 CSM 方法的统计性能和技术细节得到进一步探

索。典型的方法有双边相关变换(TCT)方法^[3], 旋转信号子空间(rotational signal subspace, RSS)变换方法^[4]、最小二乘类(least square, LS)类变换方法^[5]和波束空间(beam-form space, BS)变换方法^[6]等。许多学者将这些方法进一步推广应用到特殊阵列、特殊信号形式和空时二维领域^[7-9]。这些方法力图有效地利用带宽信息, 实现宽带高分辨定向。虽然这些方法的形式不同, 但本质上都应用了一个核心思想——聚焦。通过将不同频率上的目标方位信息经转换矩阵的变换, 投影到聚焦频率所形成的空间上, 把带宽内所有频率的能量全部聚集到聚焦频率上, 然后使用窄带处理方法如 MUSIC 方法便可进行方位估计。

收稿日期: 2008-10-21; 修回日期: 2009-04-28。

基金项目: 国家自然科学基金(60972152); 广东省自然科学基金(9151022401000008); 广州市重大科技攻关项目(09A11040805); 西北工业大学基础研究基金(NPU-FFR-W018102)资助课题

作者简介: 侯云山(1973-), 男, 副教授, 博士研究生, 主要研究方向为阵列信号处理、多传感器与自适应信号处理。

E-mail: houys20034@yahoo.com.cn

典型的算法中 RSS 方法由于没有聚焦损失而性能优越^[4],但计算量也很大。为了降低宽带信号 RSS 方位估计算法的运算量和分辨门限,本文提出了一种改进的 RSS 方法。这种方法利用中心对称阵列的阵列流形的特点,将实值处理过程和基于子空间斜投影的 SSMUSIC 算法^[10]引入宽带信号方位估计。该方法首先使用左实变换矩阵将双向平滑后的各个频率子带的数据协方差矩阵变换为实数矩阵并且不增加矩阵的维数,从而大大降低了运算量。然后使用 RSS 算法选取聚焦矩阵对各个频率子带的实协方差矩阵进行变换得到同一参考频率点的数据协方差阵。最后利用一种基于子空间斜投影的 SSMUSIC 算法进行一维搜索来求得各个目标的方位角。仿真实验结果表明,本文方法不仅减少了运算量,还具有更低的分辨门限和更小的均方误差。

1 宽带信号模型

假设有 d 个宽带平面波信号源存在于散布的空间白噪声中,信号源与背景噪声是统计独立的。各信号源具有相同的带宽 B ,且在各个频率分量上的信噪比均相同。接收基阵是一个任意形状的宽带被动阵列,由 M 个位置已知且无方向性的宽带接收阵元组成。

在频域中,阵列输出向量可表示为

$$\mathbf{X}(f_j) = \mathbf{A}(f_j)\mathbf{S}(f_j) + \mathbf{n}(f_j), j = 0, 1, \dots, J-1 \quad (1)$$

式中, J 表示把带宽 B 分解成 J 个离散的频率点; $\mathbf{S}(f_j)$ 表示目标源第 j 个频率分量的谱向量; $\mathbf{n}(f_j)$ 是 f_j 处噪声向量,且有

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(f_j) &= [x_1(f_j) \quad x_2(f_j) \quad \dots \quad x_M(f_j)]^T \\ \mathbf{A}(f_j) &= [\mathbf{a}_1(f_j, \theta) \quad \mathbf{a}_2(f_j, \theta) \quad \dots \quad \mathbf{a}_d(f_j, \theta)] \\ \mathbf{S}(f_j) &= [s_1(f_j) \quad s_2(f_j) \quad \dots \quad s_d(f_j)]^T \\ \mathbf{n}(f_j) &= [n_1(f_j) \quad n_2(f_j) \quad \dots \quad n_M(f_j)]^T \end{aligned}$$

式中, $\mathbf{A}(f_j)$ 是频率 f_j 处的 $M \times d$ 的阵列流形矩阵。在频率 f_j 处的协方差矩阵 $\mathbf{R}_x(f_j)$ 为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_x(f_j) &= E\{\mathbf{X}(f_j)\mathbf{X}^H(f_j)\} = \\ & \mathbf{A}(f_j)\mathbf{R}_s(f_j)\mathbf{A}^H(f_j) + \sigma_n^2(f_j)\mathbf{R}_n(f_j) \end{aligned} \quad (2)$$

式中, $\mathbf{R}_s(f_j)$ 和 $\mathbf{R}_n(f_j)$ 表示 f_j 处的信号协方差矩阵和噪声协方差矩阵; $\sigma_n^2(f_j)$ 表示第 j 个频率分量的噪声谱级。若宽带空间噪声场各频率间互不相关,则有 $\mathbf{R}_n(f_j) = \mathbf{I}$ 。于是式(2)变为

$$\mathbf{R}_x(f_j) = \mathbf{A}(f_j)\mathbf{R}_s(f_j)\mathbf{A}^H(f_j) + \sigma_n^2(f_j)\mathbf{I} \quad (3)$$

2 常规 RSS 方法

RSS 方法的基本思想是对于不同频率点 f_j 的数据构造不同的聚焦矩阵 $\mathbf{T}(f_j)$,使得聚焦后的阵列流形与参考频率点 f_0 的阵列流形间误差最小

$$\min_{\mathbf{T}(f_j)} \|\mathbf{A}(f_0, \boldsymbol{\beta}) - \mathbf{T}(f_j)\mathbf{A}(f_j, \boldsymbol{\beta})\|_F \quad (4)$$

式中, $\boldsymbol{\beta}$ 为预处理得到的信号方向 $[\beta_1 \quad \beta_2 \quad \dots \quad \beta_d]$ 。对聚焦矩阵添加归一化约束条件

$$\mathbf{T}^H(f_j)\mathbf{T}(f_j) = \mathbf{I} \quad (5)$$

式中, $\|\cdot\|_F$ 表示 Frobenius 范数。文献[4]给出了式(4)和式(5)的一个解,即

$$\mathbf{T}(f_j) = \mathbf{V}_0\mathbf{U}_j^H \quad (6)$$

式中, \mathbf{V}_0 和 \mathbf{U}_j 分别是 $\mathbf{A}(f_0, \boldsymbol{\beta})\mathbf{A}^H(f_j, \boldsymbol{\beta})$ 的左奇异矢量矩阵和右奇异矢量矩阵。

则聚焦后,整个阵列输出的协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_y = \sum_{j=0}^{J-1} \mathbf{T}(f_j)\mathbf{R}_x(f_j)\mathbf{T}^H(f_j) \quad (7)$$

RSS 算法流程如下:

步骤 1 利用常规波束形成方法形成信号的初始值 $\boldsymbol{\beta}$, 并选定参考频率点;

步骤 2 对阵列的时域接收数据做离散傅里叶变换,将整个宽频带分为一些窄频段,得到各个频率段的数据协方差阵;

步骤 3 对各个频率段的数据协方差阵进行特征分解,利用式(6)计算各对应频率点的聚焦矩阵;

步骤 4 利用式(7)对阵列接收数据进行聚焦变换,得到单一频率点的数据协方差阵 \mathbf{R}_y ;

步骤 5 对 \mathbf{R}_y 利用常规 MUSIC 空间谱估计方法估计信号入射方向, MUSIC 算法的谱估计公式为

$$P_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{U}_N\mathbf{U}_N^H\mathbf{a}(\theta)} \quad (8)$$

式中, \mathbf{U}_N 为 \mathbf{R}_y 的 $M-d$ 个小特征值对应的特征向量张成的噪声子空间。

3 实值空间的基于子空间斜投影的宽带 R-RSS 方法

3.1 中心对称阵列的实值化处理

首先定义 $M \times M$ 的置换矩阵 $\mathbf{J}_M = \begin{bmatrix} 0 & & & 1 \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ 1 & & & 0 \end{bmatrix}$, 即它

的反对角线上元素为 1, 其余元素都是 0。再定义如下的左实转换矩阵 \mathbf{Q}

$$\begin{cases} \mathbf{Q}_{2n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n & \mathbf{jI}_n \\ \mathbf{J}_n & -\mathbf{jJ}_n \end{bmatrix} \\ \mathbf{Q}_{2n+1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n & 0 & \mathbf{jI}_n \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ \mathbf{J}_n & 0 & -\mathbf{jJ}_n \end{bmatrix} \end{cases} \quad (9)$$

式中,下标表示矩阵的维数,可以看出偶数维和奇数维的 \mathbf{Q} 的表达式略有不同。显然, $\mathbf{Q}\mathbf{Q}^H = \mathbf{I}$ 。不难看出

$$\mathbf{J}_M\mathbf{Q}^* = \mathbf{Q} \quad (10)$$

显然,等距均匀线阵是一个中心对称阵列,阵列流形矩阵 \mathbf{A} 满足

$$\mathbf{J}_M\mathbf{A}^* = \mathbf{A}\mathbf{A} \quad (11)$$

式中,对角阵 $\mathbf{A} = \boldsymbol{\Phi}^{-(M-1)}$, 其中 $\boldsymbol{\Phi} = \text{diag}(e^{j2\pi D \sin\theta_1/\lambda}, \dots, e^{j2\pi D \sin\theta_M/\lambda})$ 。

对整个阵列接收数据做一次双向平滑,并将式(11)代入可得

$$\mathbf{R}_{\beta} = \frac{1}{2}(\mathbf{R} + \mathbf{J}_M\mathbf{R}^*\mathbf{J}_M) =$$

$$\frac{1}{2}\mathbf{A}(\mathbf{R}_S + \Delta\mathbf{R}_S^* \Delta^H)\mathbf{A}^H + \mathbf{R}'_N = \frac{1}{2}\mathbf{Z}\mathbf{Z}^H \quad (12)$$

式中, $\mathbf{Z} = [\mathbf{X} \quad \mathbf{J}_M \mathbf{X}^* \mathbf{J}_L]$, L 为快拍数。

当阵元个数 M 为奇数时, 即数据矢量 \mathbf{X} 有奇数行时, 定义

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{x}^T \\ \mathbf{X}_2 \end{bmatrix}_{M \times L}$$

则有

$$\begin{aligned} \mathbf{T}(\mathbf{X}) &= \mathbf{Q}_M^H \mathbf{Z} \mathbf{Q}_{2L} = \mathbf{Q}_M^H [\mathbf{X} \quad \mathbf{J}_M \mathbf{X}^* \mathbf{J}_L] \mathbf{Q}_{2L} = \\ & \begin{bmatrix} \text{Re} \{ \mathbf{X}_1 + \mathbf{J} \mathbf{X}_2^* \} & -\text{Im} \{ \mathbf{X}_1 - \mathbf{J} \mathbf{X}_2^* \} \\ \sqrt{2} \text{Re} \{ \mathbf{x}^T \} & -\sqrt{2} \text{Im} \{ \mathbf{x}^T \} \\ \text{Im} \{ \mathbf{X}_1 + \mathbf{J} \mathbf{X}_2^* \} & \text{Re} \{ \mathbf{X}_1 - \mathbf{J} \mathbf{X}_2^* \} \end{bmatrix} \quad (13) \end{aligned}$$

当阵元个数 M 为奇数时, 即数据矢量 \mathbf{X} 有奇数行时,

定义 $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{bmatrix}_{M \times L}$, 则有

$$\mathbf{T}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \text{Re} \{ \mathbf{X}_1 + \mathbf{J} \mathbf{X}_2^* \} & -\text{Im} \{ \mathbf{X}_1 - \mathbf{J} \mathbf{X}_2^* \} \\ \text{Im} \{ \mathbf{X}_1 + \mathbf{J} \mathbf{X}_2^* \} & \text{Re} \{ \mathbf{X}_1 - \mathbf{J} \mathbf{X}_2^* \} \end{bmatrix} \quad (14)$$

从上面的分析可以看出, $\mathbf{T}(\mathbf{X})$ 变换可以将复数数据变成实数数据, 这样可以大大降低算法的运算量。于是

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_T &= \frac{1}{2L} \mathbf{T}(\mathbf{X}) \mathbf{T}^H(\mathbf{X}) = \mathbf{Q}_M^H \mathbf{Z} \mathbf{Q}_{2L} (\mathbf{Q}_M^H \mathbf{Z} \mathbf{Q}_{2L})^H = \\ & \mathbf{Q}_M^H \mathbf{R}_\beta \mathbf{Q}_M = \mathbf{Q}_M^H [\mathbf{U}_S \quad \mathbf{U}_N] \mathbf{A} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_S^H \\ \mathbf{U}_N^H \end{bmatrix} \mathbf{Q}_M \quad (15) \end{aligned}$$

式(15)说明 \mathbf{R}_T 的信号子空间为 $\mathbf{Q}_M^H \mathbf{U}_S$, 阵列流形矩阵为 $\mathbf{Q}_M^H \mathbf{A}$ 。在本文算法中使用式(15)对每一个频率点去噪后的数据协方差阵进行实值处理, 这个过程并不增加矩阵的维数。这样就大大降低了后面求解各个聚焦矩阵时进行特征分解的运算量。

3.2 基于子空间斜投影的 SSMUSIC 方法

为了进一步提高估计精度, 我们使用一种改进的 MUSIC 算法——SSMUSIC 算法^[10]的谱估计公式

$$\mathbf{P}_{\text{SSMUSIC}}(\theta) = \frac{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{U}_S (\mathbf{A}_S - \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{U}_S^H \mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H \mathbf{a}(\theta)} \quad (16)$$

式中, σ^2 为噪声功率, 可以取 $\sigma^2 = \frac{1}{N-d} \text{tr}(\mathbf{A}_N)$, $\mathbf{A}_N = \text{diag}(\lambda_{d+1}, \lambda_{d+2}, \dots, \lambda_M)$ 为 $M-d$ 个小特征值组成的对角阵; $\mathbf{A}_S = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_d)$ 为 d 个大特征值组成的对角阵; \mathbf{U}_S 为与大特征值对应的特征向量张成的信号子空间; \mathbf{U}_N 为与小特征值对应的特征向量张成的噪声子空间。从式(16)可以看出 SSMUSIC 的谱估计公式和常规 MUSIC 的区别在于分子上的 $\mathbf{U}_S (\mathbf{A}_S - \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{U}_S^H$ 项。如果 \mathbf{U}_N 投影到真实的噪声子空间, 两种方法的估计结果一致。然而, 对于小快拍数、低信噪比和相关信号, \mathbf{U}_N 和真实的噪声子空间就会不一致, 导致常规 MUSIC 错过真实的信号方位或者产生伪峰。SSMUSIC 由于分子上含有包含信号子空间的 $\mathbf{U}_S (\mathbf{A}_S - \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{U}_S^H$ 项, 使得它在有限数据长度和低信噪比时更为稳健。

考虑到以上两个小节在算法上的改进, 提出的实值空间的宽带测向 R-RSS 算法的具体步骤如下:

步骤 1 利用常规波束形成方法形成信号的初始值 β , 并选定参考频率点;

步骤 2 对阵列的时域接收数据做离散傅里叶变换, 将整个宽频带分为一些窄带频点, 得到各个频率点的数据协方差阵;

步骤 3 使用式(15)对每一个频率点的数据协方差阵进行实值处理;

步骤 4 对实值数据协方差阵进行特征分解, 利用式(6)计算各对应频率点的聚焦矩阵;

步骤 5 利用式(7)对阵列接收数据进行聚焦变换, 得到单一频率点的数据协方差阵 \mathbf{R}_j ;

步骤 6 对 \mathbf{R}_j 进行特征分解, 利用 SSMUSIC 的谱估计公式, 即式(16)进行一维搜索求极大值来估计信号入射方向, 但须注意阵列导向矢量 $\mathbf{a}(\theta)$ 应该变为 $\tilde{\mathbf{a}}(\theta) = \mathbf{Q}_M^H \mathbf{a}(f_0, \theta)$ 。

从上面的分析可以看出, R-RSS 算法和常规的 RSS 算法的区别在于多了步骤 3, 并且步骤 6 使用了 SSMUSIC 算法而不是常规 MUSIC 算法。

4 实验结果及性能分析

本节利用计算机仿真研究本文提出的宽带高分辨定向算法在的有效性。

设接收基阵为 11 元均匀线列阵, 阵元间距为中心频率的半波长, 信号源为 20 kHz~30 kHz 的高斯宽带信号, 噪声为零均值高斯白噪声。将信号带宽分成 $J=33$ 个频率点, 取第一个频率点为参考频率点, 且每个频率点上快拍次数为 100。两个宽带信号入射角度为 0° 和 5° 入射接收阵。

对常规的 RSS 方法和 R-RSS 算法方法进行统计性能比较。图 1 比较了两种方法在信噪比为 0 dB 时的空间谱, 可以看出常规 RSS 不能分辨出位于 0° 和 5° 的两个信号源, 而 R-RSS 算法不仅能分辨出两个信号源, 还具有更低的旁瓣。图 2 比较了两种方法在信噪比为 5 dB 的条件下均方根误差随快拍数变化的情况。从图中可以看出本文方法在小快拍数时的性能也是明显优于常规的 RSS 方法。

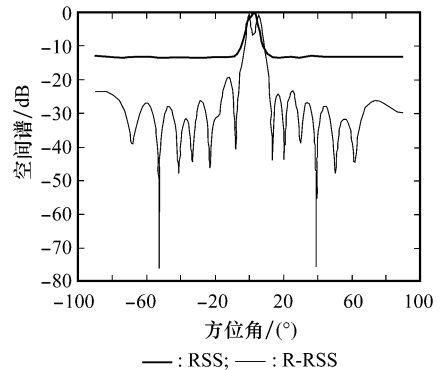


图 1 两种方法在信噪比为 0 dB 时的空间谱

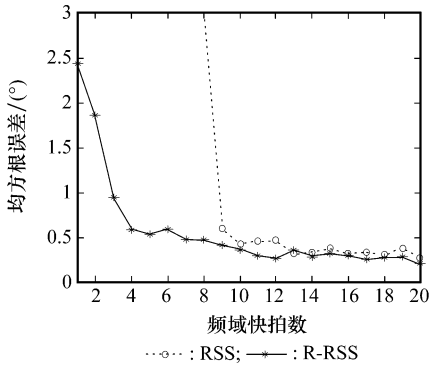


图 2 两种方法在不同频域快拍数时的均方根误差

在图 3 和图 4 中统计分辨概率和均方根误差时,我们把以上两种算法还和宽带双边相关变换法和总体最小二乘法(TLS)的性能差异做了比较。从图 3 中可以看到,R-RSS 方法的分辨门限比于常规的 RSS 方法低 5 dB 左右。图 4 则表明当信噪比低于 5 dB 时,本文方法的均方根误差明显低于常规的 RSS 方法。

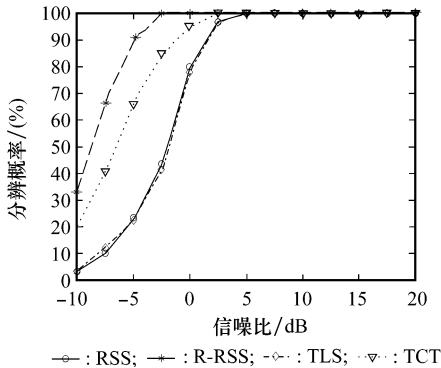


图 3 各种方法在不同信噪比下的分辨概率

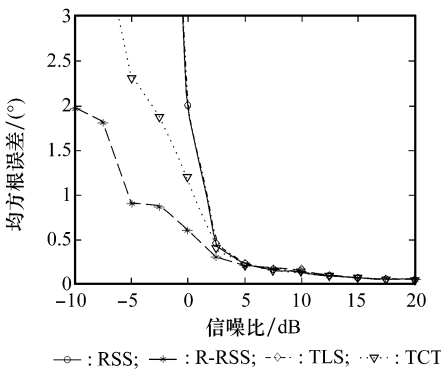


图 4 各种方法在不同信噪比下的均方根误差

另外,由于本文方法对每个频率点的数据协方差阵进行实值处理从而大幅减少了求解各个聚焦矩阵时进行特征分解的运算量。这些都表明本文方法各方面的性能都优于

常规 RSS 方法。根据相关文献知,在 TCT、RSS、TLS 三种算法中,TCT 算法精度最高,但计算量也最大。由前面的仿真分析知,本文提出的 R-RSS 方法在低信噪比下的性能优于 TCT 方法且计算量小于 RSS 方法,当然计算量也小于 TCT 方法。

5 结束语

在宽带信号阵列处理算法中,RSS 算法性能优越,但计算量也很大。为了降低宽带信号 RSS 方位估计算法的运算量和分辨门限,本文提出了一种改进的 RSS 方法。这种方法利用中心对称阵列的阵列流形的特点,将实值处理过程和 SSMUSIC 算法引入宽带信号方位估计。仿真实验结果表明,本文方法不仅有效的减少了运算量,还具有更低的分辨门限和更小的估计偏差。

参考文献:

- [1] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1986, 34(3):276-280.
- [2] Wang H, Kaveh M. Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wide-band sources[J]. *IEEE Trans. on Acoustics Speech and Signal Processing*, 1985, 33(4):823-831.
- [3] Valaee S, Kabal P. Wideband array processing using a two-sided correlation transformation[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1995, 43(1):160-172.
- [4] Hung H, Kaveh M. Focusing matrices for coherent signal-subspace processing[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1988, 36(8):1272-1281.
- [5] Valaee S, Chanmpagne B. Localization of wideband signals using least-squares and total least-squares approaches [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1999, 47(5):1213-1222.
- [6] Lee T S. Efficient wideband source localization using beamforming invariance technique[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1994, 42(6):1376-1386.
- [7] Yan Shefeng, Hou Chaohuan. Broadband DOA estimation using optimal array pattern synthesis technique [J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2006, 5(1):88-90.
- [8] Yutaka Onuma, Koichi Ichige, Hiroyuki Arai. DOA estimation for wideband signals using modified C-SPRIT method [C] // *TENCON-IEEE Region 10 Conference*, 2007:1-4.
- [9] Yoon Yeo Sun, Kaplan L M, McClellan J H. TOPS: new DOA estimator for wideband signals[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2006, 54(6):1977-1989.
- [10] McCloud M L, Scharf L L. A new subspace identification algorithm for high-resolution DOA estimation[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 2002, 50(10):1382-1390.