

中国科学院研究生院

2012 年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题

科目名称：电动力学

考生须知：

1. 本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟。
2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上均无效。

一、简答题（共 36 分，每小题 12 分）：

1. 请写出真空有源时电磁场的能量密度 ω 、能流密度 \vec{S} 以及它们满足的能量守恒定律。若无穷长圆柱导体中沿轴向流有稳恒电流，该体系中是否存在能量流动？若存在，请指出导体表面处能流密度 \vec{S} 的方向（以表面法向为参考方向）。
2. 当电磁波在介质界面上发生反射和折射时，如果电场强度平行于入射面，此时的菲涅耳公式为 $\frac{E'}{E} = \frac{\text{tg}(\theta - \theta'')}{\text{tg}(\theta + \theta'')}$ ， $\frac{E''}{E} = \frac{2 \cos \theta \sin \theta''}{\sin(\theta + \theta'') \cos(\theta - \theta'')}$ ， θ ， θ'' 分别表示入射角和折射角。说明式中其它各量的物理意义，并由此阐述布儒斯特定律。
3. 写出库仑规范及相应的真空有源情况下电磁场矢势和标势满足的方程，并写出在无电荷及电流分布的真空中传播的平面电磁波的标势及矢势解。

二、选择题（共 30 分，每小题 5 分）：

1. 真空中电磁场的能流密度、动量密度分别是：
A. $\vec{E} \times \vec{B}$, $\vec{E} \times \vec{H}$ B. $\vec{E} \times \vec{H}$, $\epsilon_0 \vec{E} \times \vec{B}$
C. $\vec{E} \times \vec{B}$, $\mu_0 \vec{E} \times \vec{B}$ D. $\vec{E} \times \vec{H}$, $\vec{E} \times \vec{B}$
2. 电导率分别为 σ_1 、 σ_2 的两种导电介质内流有稳恒电流，则介质分界面上电场的法向分量 E_n 和切向分量 E_t 满足：
A. $\sigma_1 E_{1t} = \sigma_2 E_{2t}$ B. $E_{1n} = E_{2n}$
C. $\sigma_1 E_{1n} E_{2t} = \sigma_2 E_{2n} E_{1t}$ D. $\sigma_2 E_{1n} E_{1t} = \sigma_1 E_{2n} E_{2t}$

3. 线性介质中静电场总能量的表达式为 $W_1 = \frac{1}{2} \int_V \vec{E} \cdot \vec{D} dV$ 和 $W_2 = \frac{1}{2} \int_V \rho \phi dV$ ，下列说法不正确的是：

- A. $\frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}$ 是电场能量密度； B. $\frac{1}{2} \rho \phi$ 是电场能量密度；
 C. W_1 式也适用于真空；
 D. W_2 式表示计算总能量时积分仅需遍及电荷分布区域。

4. 真空中存在着电场 $\vec{E}(r, t) = \frac{E_0}{4\pi r} \sin(kr - \omega t) \hat{e}_r$ ，则与此对应的电荷密度和位移电流密度分别为：

- A. $\frac{E_0 k \epsilon_0}{4\pi r} \cos(kr - \omega t) - \frac{E_0 \epsilon_0}{4\pi r^2} \sin(kr - \omega t)$, $\frac{-\omega \epsilon_0 E_0}{4\pi r} \cos(kr - \omega t) \hat{e}_r$
 B. $\frac{E_0 k \epsilon_0}{4\pi r} \cos(kr - \omega t) - \frac{E_0 \epsilon_0}{4\pi r^2} \sin(kr - \omega t)$, $\frac{\omega \epsilon_0 E_0}{4\pi r} \cos(kr - \omega t) \hat{e}_r$
 C. $\frac{E_0 k \epsilon_0}{4\pi r} \cos(kr - \omega t) + \frac{E_0 \epsilon_0}{4\pi r^2} \sin(kr - \omega t)$, $\frac{\epsilon_0 k E_0}{4\pi r} \cos(kr - \omega t) \hat{e}_r$
 D. $\frac{E_0 k \epsilon_0}{4\pi r} \cos(kr - \omega t) + \frac{E_0 \epsilon_0}{4\pi r^2} \sin(kr - \omega t)$, $\frac{-\omega \epsilon_0 E_0}{4\pi r} \cos(kr - \omega t) \hat{e}_r$

5. 在尺寸为 $0.7\text{cm} \times 0.4\text{cm}$ 、内部填充介质 ($\mu = \mu_0, \epsilon = 4\epsilon_0$) 的矩形波导中，频率为 $2.5 \times 10^{10} \text{ Hz}$ 的电磁波能以何种波模传播？

- A. TE_{11} B. TE_{30} C. TE_{03} D. TE_{22}

6. 质子（电荷取为 $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ）垂直于匀强磁场入射，磁场强度为 1T 。由于相对论效应，质子质量并不等于其静止质量 $m_0 = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ 。若某时刻质子动能为 $1.6 \times 10^{-11} \text{ J}$ ，则它在该时刻所受的洛伦兹力的大小为：

- A. $3.0 \times 1.6 \times \sqrt{1 - \left(\frac{1.67 \times 9.0}{1.6 + 1.67 \times 9.0} \right)^2} \times 10^{-11} \text{ N}$
 B. $3.0 \times 1.6 \times \sqrt{1 - \left(\frac{1.6}{1.67 \times 9.0} \right)^2} \times 10^{-11} \text{ N}$
 C. $3.0 \times 1.6 \times \sqrt{1 - \left(\frac{1.67 \times 9.0}{1.6} \right)^2} \times 10^{-11} \text{ N}$

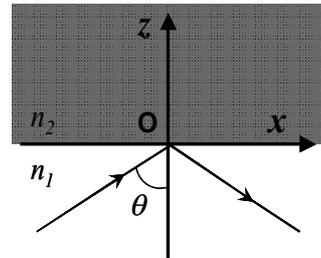
D. $3.0 \times 1.6 \times \sqrt{1 - \left(\frac{1.6 + 1.67 \times 9.0}{1.67 \times 9.0} \right)^2} \times 10^{-11} \text{ N}$

三、(共 30 分) 将半径为 R 、不带电的导体球放入真空中的均匀电场 \vec{E}_0 中, 系统达到静电平衡状态。

1. 给出求解系统静电势的拉普拉斯方程和边界条件, 并求出球内外的电势和电场强度。
2. 求出球面上电荷的面密度。
3. 求出放入导体球前后静电场总能量的变化。

四、(共 26 分) 如图所示, 光从折射率为 n_1 的光密媒质入射到折射率为 n_2 的光疏媒质。

1. 求出发生全反射时的临界入射角 θ_c 。
2. 已知光的频率为 ω , 电场强度为 \vec{E} 且垂直于入射面。当光的入射角 θ 大于 θ_c 时, 光疏媒质中仍会有沿 z 方向衰减的光波。写出介质界面处电场和磁场满足的边值关系, 并求出该衰减光波的电场强度。



五、(共 28 分) 一个半径为 a 的小圆环上载有频率为 ω 的均匀交变电流 $I = I_0 e^{i\omega t}$ 。以圆环的圆心为坐标原点, 以圆环中轴线为 z 轴, 建立如图球坐标系。在原点处放置一个电量为 q 的点电荷, 它沿 z 轴做小幅简谐振动, 振幅为 b 、频率为 ω' 。

1. 计算远离原点的 \vec{r} 处 ($|\vec{r}| \gg a, b$) 的总电场和总磁场;
2. 在什么条件下 \vec{r} 处的电磁波可成为圆偏振波?

提示:

远离原点处的电偶极辐射磁场: $\vec{B}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^3 R} e^{ikR} \ddot{\vec{p}} \times \vec{n}$,

磁偶极辐射磁场: $\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi c^2 R} e^{ikR} (\ddot{\vec{m}} \times \vec{n}) \times \vec{n}$,

其中 $R \equiv |\vec{r}|$, $\vec{n} \equiv \frac{\vec{r}}{R}$

