

贝叶斯检测跟踪联合处理的检测阈值设置方法

夏双志, 刘宏伟, 纠 博

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 陕西 西安 710071)

摘要: 基于贝叶斯理论的检测跟踪联合处理方法能够利用目标的运动模型在帧数据间以概率的形式对信号进行积累, 从而提高系统的检测性能。然而, 在 Neyman-Pearson 准则下, 该方法很难根据系统要求的虚警概率计算检测阈值, 影响了该方法的应用范围。在综合分析基于贝叶斯理论的检测跟踪联合处理方法的基础上, 针对 Neyman-Pearson 准则, 详细推导了系统虚警概率同检测阈值之间的关系, 并在观测噪声为高斯白噪声的情况下给出了检测阈值的近似闭式解。利用该闭式解, 可以按照系统要求的虚警概率计算检测阈值, 从而使得实际系统的虚警概率满足要求。最后, 计算机仿真实验验证了该闭式解的有效性。

关键词: 检测和跟踪; 贝叶斯理论; Neyman-Pearson 准则; 检测阈值

中图分类号: TN 957

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2012.07.01

New approach to determine detection threshold for Bayesian track-before-detect

XIA Shuang-zhi, LIU Hong-wei, JIU Bo

(National Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: Bayesian track-before-detect can integrate signals in the form of probability among data frames by making use of target motion model, which can improve the detection performance for stealthy targets. However, the detect threshold of Bayesian track-before-detection is difficultly set under Neyman-Pearson criterion. Based on the analysis of basic principles of Bayesian track-before-detect, the paper analyzes the relationship between the false alarm probability and the detection threshold in detail, and presents an approach to determine the detection threshold in white Gaussian noise. Using the approach, the detection threshold can be ascertained according to the false alarm probability in demand. Finally, the computer simulation experiments verify the feasibility of the approach of determining the detection threshold.

Keywords: detection and tracking; Bayesian theory; Neyman-Pearson criterion; detection threshold

0 引言

在传统的信号及信息处理中, 检测和跟踪是两个分开处理的过程。首先, 接收机在一定的判决准则下对接收到的信号进行检测以确定该分辨单元是否存在目标, 若判定该分辨单元存在目标, 则把该目标的位置和速度信息(点迹)送至跟踪单元进行处理。然后, 在跟踪处理单元, 跟踪器或将该点迹与已有的目标航迹进行关联, 或将该点迹初始化为新的目标航迹, 或将该点迹认为是虚警(即点迹与航迹的关联)。在点迹与航迹关联之后, 跟踪器利用该点迹更新目标的运动轨迹^[1]。在这种检测和跟踪分开的处理过程中, 检测可以认为是对观测数据的截断处理(截断为有目标

或没有目标两种情况)。从信息论的观点来看, 这种截断处理方式损失了信号的信息量。在小目标的情况下, 信噪比很低, 目标的检测概率很小, 利用这种检测和跟踪分开的处理过程很难对小目标进行检测和跟踪。

在检测和跟踪过程中, 基于贝叶斯理论的检测跟踪联合处理方法(贝叶斯检测跟踪联合处理方法)直接处理原始未阈值化的观测数据, 能够利用目标的运动特性以概率的形式对信号进行积累, 且能够有效利用先验信息, 从而提高系统的检测性能^[2-11]。贝叶斯检测跟踪联合处理方法利用先验信息和所有观测数据计算目标状态后验概率密度函数, 并在计算所得的目标状态后验概率密度函数的基础上对目标检测和跟踪。现有的文献主要讨论贝叶斯检测跟踪

收稿日期: 2011-09-29; 修回日期: 2012-03-12。

基金项目: 国家自然科学基金(60901067); 新世纪优秀人才支持计划(NCET-09-0630)资助课题

作者简介: 夏双志(1984-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为信号检测、认知信号处理。E-mail: hbxszd2000@163.com

联合处理方法中目标状态后验概率密度函数的计算^[2-7],以及贝叶斯检测跟踪联合处理方法在不同领域的应用^[8-11]。对于贝叶斯检测跟踪联合处理方法,由于处理问题的高度非线性,很难定量地对系统的检测性能进行分析,也很难按照系统要求的虚警概率设置检测阈值^[6]。文献[2,5-6,8,11]将目标存在的后验概率同一固定的检测阈值(如 0.6 或 0.8)进行比较对目标进行检测,没有考虑系统虚警概率的要求。文献[3-4,9-10]采用大量的蒙特卡罗仿真实验按照系统要求的虚警概率得到近似的检测阈值;由于贝叶斯检测跟踪联合处理方法需要处理观测空间的所有原始观测数据,进行一次蒙特卡罗仿真实验计算量较大,当虚警概率设置得较低时,为了达到一定的估计精度,需要进行大量的蒙特卡罗仿真实验,采用蒙特卡罗仿真实验方法设置检测阈值,系统的实时性很难得到满足。在雷达或声纳等应用领域,常需要按照 Neyman-Pearson 准则进行信号检测,即需要按照系统要求的虚警概率设置检测阈值。由此,这限制了贝叶斯检测跟踪联合处理方法的应用范围。

针对 Neyman-Pearson 准则,本文在分析贝叶斯检测跟踪联合处理方法的基础上,从似然比检测形式入手,详细推导了检测统计量的表达式,得出了系统虚警概率同检测阈值之间的关系,并在观测噪声为高斯白噪声的情况下给出了检测阈值的近似闭式解。利用该检测阈值的闭式解,能够按照系统要求的虚警概率实时地计算检测阈值,使得实际系统的虚警概率满足要求。

1 系统模型

对于贝叶斯检测跟踪联合处理方法,系统模型主要分为两个部分,分别是目标的运动模型和系统的观测模型^[6]。

目标的运动模型可以表示为

$$\mathbf{x}_k = f_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_k \quad (1)$$

式中, \mathbf{x}_k 表示 k 时刻目标的状态(通常包括目标的位置、速度信息等); $f_{k-1}(\cdot)$ 表示目标状态的转移函数; \mathbf{w}_k 表示目标状态转移的过程噪声。

在贝叶斯检测跟踪联合处理方法中,需要新增一个用来表示目标存在与否的状态变量 $E_k, E_k \in \{H_0, H_1\}$, 其中, H_0 表示目标不存在的假设, H_1 表示目标存在的假设。状态 E_k 常被设定为一齐次马尔可夫链,其状态转移概率矩阵为^[6]

$$\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} 1 - P_b & P_b \\ P_d & 1 - P_d \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中

$$\begin{cases} P_b = P(e_k | \bar{e}_{k-1}) \\ P_d = P(\bar{e}_k | e_{k-1}) \end{cases} \quad (3)$$

e_k 表示事件 $E_k = H_1$; \bar{e}_k 表示事件 $E_k = H_0$ 。

由此,对于贝叶斯检测跟踪联合处理方法,需要联合处理状态变量 \mathbf{x}_k 和 E_k 。

系统的观测模型可以表示为

$$\mathbf{z}_k = h_k(\mathbf{x}_k, E_k) + \mathbf{v}_k \quad (4)$$

式中, \mathbf{z}_k 表示 k 时刻整个观测空间的观测量; $h_k(\cdot)$ 为观测函数; \mathbf{v}_k 为观测噪声,观测噪声设定为高斯白噪声。需要说明的是,在传统的线性或非线性的状态估计问题中,观测函数 $h_k(\cdot)$ 常为目标状态 \mathbf{x}_k 所在坐标系和观测量 \mathbf{z}_k 所在坐标系间的几何变换^[12];而对于检测跟踪联合处理的情况,观测量 \mathbf{z}_k 是观测坐标系下所有分辨单元的原始回波数据^[3,6]。

2 贝叶斯检测跟踪联合处理方法

对于贝叶斯检测跟踪联合处理方法,其主要过程是基于目标运动模型,系统观测模型和所有原始观测数据计算目标状态后验概率密度函数,利用该目标状态后验概率密度函数可以对目标进行检测和跟踪。

2.1 目标状态后验概率密度函数的迭代计算

为了能够迭代地计算目标状态后验概率密度函数,计算过程可以分为两个步骤:预测和滤波^[6]。

(1) 预测是利用目标当前时刻的后验分布和目标运动模型预测目标下一时刻的分布,其计算过程为

$$p(\mathbf{x}_k, E_k | \mathbf{Z}_{k-1}) = \sum_{m=0}^1 \int p(\mathbf{x}_k, E_k | \mathbf{x}_{k-1}, E_{k-1} = H_m, \mathbf{Z}_{k-1}) \cdot p(\mathbf{x}_{k-1}, E_{k-1} = H_m | \mathbf{Z}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} \quad (5)$$

式中, $\mathbf{Z}_{k-1} = \{\mathbf{z}_t | t=1, \dots, k-1\}$ 表示 $k-1$ 时刻及 $k-1$ 时刻以前所有的观测数据。

目标运动模型设定为一阶马尔可夫模型,即目标在下一时刻的状态只与目标当前时刻的状态有关。由此,式(5)可以表示为

$$p(\mathbf{x}_k, E_k | \mathbf{Z}_{k-1}) = \sum_{m=0}^1 \int p(\mathbf{x}_k, E_k | \mathbf{x}_{k-1}, E_{k-1} = H_m) \cdot p(\mathbf{x}_{k-1}, E_{k-1} = H_m | \mathbf{Z}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} \quad (6)$$

式(5)和式(6)中, $p(\mathbf{x}_{k-1}, E_{k-1} | \mathbf{Z}_{k-1})$ 为 $k-1$ 时刻目标状态后验概率密度函数。

(2) 滤波是在系统观测模型的基础上利用当前时刻的观测对预测进行修正,其计算过程为

$$p(\mathbf{x}_k, E_k | \mathbf{Z}_k) = \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, E_k, \mathbf{Z}_{k-1}) \cdot p(\mathbf{x}_k, E_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \quad (7)$$

从式(4)可以看出,系统当前时刻的观测只与目标当前时刻的状态有关。由此,式(7)可以表示为

$$p(\mathbf{x}_k, E_k | \mathbf{Z}_k) = \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, E_k) \cdot p(\mathbf{x}_k, E_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \quad (8)$$

利用式(6)和式(8)能够迭代地计算目标状态后验概率密度函数 $p(\mathbf{x}_k, E_k | \mathbf{Z}_k)$, 从而不需要储存以前时刻的观测值。

2.2 检测和跟踪

在贝叶斯检测跟踪联合处理方法中,由于不知道观测空间中是否存在目标,首先需要目标进行检测,若检测到目标,则需要对目标的状态进行估计^[2-6,8-11]。

对于贝叶斯检测跟踪联合处理方法,通常用存在目标的后验概率同一阈值进行比较以判定目标是否存在,检测形式可以表示为

$$\begin{matrix} H_1 \\ P(e_k | \mathbf{Z}_k) \geq \gamma_k \\ < \\ H_0 \end{matrix} \quad (9)$$

式中, γ_k 为检测阈值。检测阈值常设置为固定值,而没有考虑系统虚警概率的要求^[2,5-6,8,11];或按照蒙特卡罗仿真实验方法进行设置,而没有考虑系统的实时性^[3-4,9-10]。

在检测到目标的情况下,需要对目标的状态进行估计。在贝叶斯理论中,常按照贝叶斯最小均方误差准则对目标状态进行估计^[6], k 时刻目标状态的估计值 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 可以表示为

$$\hat{\mathbf{x}}_k = E(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_k, e_k) = \int \mathbf{x}_k \cdot p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_k, e_k) d\mathbf{x}_k \quad (10)$$

需要注意的是,检测和跟踪只是对目标进行检测以及对目标状态进行估计,而不影响目标状态后验概率密度函数的迭代计算。

3 Neyman-Pearson 准则下检测阈值的设置方法

从式(1)~式(9)可以看出,由于问题的高度非线性,很难定量地按照系统要求的虚警概率设置检测阈值。下面从似然比检测形式入手,推导检测统计量与检测阈值之间的关系。

k 时刻,系统似然比检测形式可以表示为

$$\begin{matrix} H_1 \\ \frac{\int p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{X}_k, e_k) p(\mathbf{X}_k | e_k) d\mathbf{X}_k}{p(\mathbf{Z}_k | \bar{e}_k)} \geq \lambda_k \\ < \\ H_0 \end{matrix} \quad (11)$$

式中, $\mathbf{X}_k = \{\mathbf{x}_t; t=1, \dots, k\}$ 表示 k 时刻及 k 时刻以前所有状态的集合。从式(11)中可以看出,似然比函数中包含隐状态 \mathbf{X}_k , 似然比函数的计算非常复杂,很难显式地进行分析。

对于贝叶斯检测跟踪联合处理方法,后验概率 $P(e_k | \mathbf{Z}_k)$ 和 $P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_k)$ 可以迭代地求解,下面将似然比检测形式按照后验概率的形式进行表示。

由贝叶斯理论可知,似然比可以表示为

$$\frac{p(\mathbf{Z}_k | e_k)}{p(\mathbf{Z}_k | \bar{e}_k)} = \frac{P(e_k | \mathbf{Z}_k) \cdot p(\mathbf{Z}_k)}{P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_k) \cdot p(\mathbf{Z}_k)} \cdot \frac{P(\bar{e}_k)}{P(e_k)} = \frac{P(e_k | \mathbf{Z}_k)}{P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_k)} \cdot \frac{P(\bar{e}_k)}{P(e_k)} \quad (12)$$

从式(12)中可以看出,似然比检测可以转变为后验概率的形式

$$\begin{matrix} H_1 \\ \Delta_k = \frac{P(e_k | \mathbf{Z}_k)}{P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_k)} \geq \eta_k \\ < \\ H_0 \end{matrix} \quad (13)$$

式中, Δ_k 为检测统计量; η_k 为检测阈值。

需要注意的是,对于检测,检验统计量是观测量或观测量的函数。在式(13)中, k 时刻的观测量为 \mathbf{z}_k , 观测量 \mathbf{z}_k 与检测统计量 Δ_k 之间的关系隐含在后验概率的计算中。

在式(13)中, $P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_k)$ 可以表示为

$$P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_k) = \int p(\mathbf{x}_k, \bar{e}_k | \mathbf{Z}_k) d\mathbf{x}_k = \int \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \bar{e}_k) \cdot p(\mathbf{x}_k, \bar{e}_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} d\mathbf{x}_k \quad (14)$$

在 H_0 假设下,系统的观测与目标状态 \mathbf{x}_k 无关,即

$$p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \bar{e}_k) = p(\mathbf{z}_k | \bar{e}_k) \quad (15)$$

由此可得

$$P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_k) = \int \frac{p(\mathbf{z}_k | \bar{e}_k) \cdot p(\mathbf{x}_k, \bar{e}_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} d\mathbf{x}_k = \frac{p(\mathbf{z}_k | \bar{e}_k)}{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \int p(\mathbf{x}_k, \bar{e}_k | \mathbf{Z}_{k-1}) d\mathbf{x}_k = \frac{p(\mathbf{z}_k | \bar{e}_k) \cdot P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \quad (16)$$

在式(13)中, $P(e_k | \mathbf{Z}_k)$ 可以表示为

$$P(e_k | \mathbf{Z}_k) = \int p(\mathbf{x}_k, e_k | \mathbf{Z}_k) d\mathbf{x}_k = \int \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, e_k) \cdot p(\mathbf{x}_k, e_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} d\mathbf{x}_k = \frac{1}{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \cdot \int p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, e_k) \cdot p(\mathbf{x}_k, e_k | \mathbf{Z}_{k-1}) d\mathbf{x}_k \quad (17)$$

由此,将式(16)和式(17)代入式(13)可得

$$\Delta_k = \frac{\int p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, e_k) \cdot p(\mathbf{x}_k, e_k | \mathbf{Z}_{k-1}) d\mathbf{x}_k}{p(\mathbf{z}_k | \bar{e}_k) \cdot P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \quad (18)$$

由条件概率的乘法定理可得

$$p(\mathbf{x}_k, e_k | \mathbf{Z}_{k-1}) = P(e_k | \mathbf{Z}_{k-1}) \cdot p(\mathbf{x}_k | e_k, \mathbf{Z}_{k-1}) \quad (19)$$

将式(19)代入式(18)中有

$$\Lambda_k = \frac{P(e_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \cdot \frac{\int p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, e_k) \cdot p(\mathbf{x}_k | e_k, \mathbf{Z}_{k-1}) d\mathbf{x}_k}{p(\mathbf{z}_k | \bar{e}_k)} \quad (20)$$

\mathbf{x}_k 条件下的似然比函数可以表示为

$$l(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) = \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, e_k)}{p(\mathbf{z}_k | \bar{e}_k)} \quad (21)$$

将式(21)代入式(20)可得

$$\Lambda_k = \frac{P(e_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \cdot \int l(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) \cdot p(\mathbf{x}_k | e_k, \mathbf{Z}_{k-1}) d\mathbf{x}_k \quad (22)$$

当目标存在时, 观测值 \mathbf{z}_k 可以分为两部分^[6]: 一部分是与目标状态 \mathbf{x}_k 有关的观测值, 用符号表示为 $\mathbf{z}_k(\mathbf{x}_k)$, 针对目标状态 \mathbf{x}_k , 可能有多个观测单元的观测值与目标状态有关, 即 $\mathbf{z}_k(\mathbf{x}_k)$ 可能包含多个观测单元的观测值; 第二部分与目标状态无关, 仅为观测噪声, 即除去 $\mathbf{z}_k(\mathbf{x}_k)$ 外, \mathbf{z}_k 剩下的观测值。当目标不存在时, 所有观测单元均为观测噪声。

观测噪声设定为高斯白噪声, 式(21)可以表示为

$$l(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) = \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, e_k)}{p(\mathbf{z}_k | \bar{e}_k)} = \frac{p(\mathbf{z}_k(\mathbf{x}_k) | e_k)}{p(\mathbf{z}_k(\mathbf{x}_k) | \bar{e}_k)} = \prod_{i=1}^{N_0} \frac{p([\mathbf{z}_k(\mathbf{x}_k)]_i | e_k)}{p([\mathbf{z}_k(\mathbf{x}_k)]_i | \bar{e}_k)} \quad (23)$$

式中, N_0 表示与目标状态 \mathbf{x}_k 有关的观测单元数目; $[\mathbf{z}_k(\mathbf{x}_k)]_i$ 表示与目标状态 \mathbf{x}_k 有关的第 i 个观测单元的观测值。在 H_0 假设下, 设定 $[\mathbf{z}_k(\mathbf{x}_k)]_i$ 服从均值为 0, 方差为 $\sigma_i^2(\mathbf{x}_k)$ 的高斯分布; 在 H_1 假设下, 设定 $[\mathbf{z}_k(\mathbf{x}_k)]_i$ 服从均值为 $a_i(\mathbf{x}_k)$, 方差为 $\sigma_i^2(\mathbf{x}_k)$ 的高斯分布。由此, 可得

$$\frac{p([\mathbf{z}_k(\mathbf{x}_k)]_i | e_k)}{p([\mathbf{z}_k(\mathbf{x}_k)]_i | \bar{e}_k)} = \exp\left[-\frac{(a_i(\mathbf{x}_k))^2}{2\sigma_i^2(\mathbf{x}_k)}\right] \cdot \exp\left[\frac{a_i(\mathbf{x}_k)}{\sigma_i^2(\mathbf{x}_k)} \cdot [\mathbf{z}_k(\mathbf{x}_k)]_i\right] \quad (24)$$

将式(24)代入式(23)中有

$$l(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) = \left[\prod_{i=1}^{N_0} \exp\left(-\frac{(a_i(\mathbf{x}_k))^2}{2\sigma_i^2(\mathbf{x}_k)}\right) \right] \cdot \exp\left[\sum_{i=1}^{N_0} \frac{a_i(\mathbf{x}_k)}{\sigma_i^2(\mathbf{x}_k)} \cdot [\mathbf{z}_k(\mathbf{x}_k)]_i\right] \quad (25)$$

将式(25)代入式(22)中, 可得检测统计量 Λ_k 的具体表

达式为

$$\Lambda_k = \frac{P(e_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \cdot \int \left[\prod_{i=1}^{N_0} \exp\left(-\frac{(a_i(\mathbf{x}_k))^2}{2\sigma_i^2(\mathbf{x}_k)}\right) \right] \cdot p(\mathbf{x}_k | e_k, \mathbf{Z}_{k-1}) \cdot \exp\left[\sum_{i=1}^{N_0} \frac{a_i(\mathbf{x}_k)}{\sigma_i^2(\mathbf{x}_k)} \cdot [\mathbf{z}_k(\mathbf{x}_k)]_i\right] d\mathbf{x}_k \quad (26)$$

系统虚警概率 P_{fa} 同检测阈值 η_k 之间的关系可以表示为

$$P_{fa} = \int_{\eta_k}^{+\infty} p(\Lambda_k | H_0) d\Lambda_k \quad (27)$$

从式(27)中可以看出, 为了按照系统要求的虚警概率设置检测阈值, 需要确知 H_0 。假设下检测统计量的概率密度函数 $p(\Lambda_k | H_0)$ 。由于系统观测与目标状态之间的高度非线性, 式(26)中的积分运算很难显式地求解。在此, 对式(26)中的积分运算作离散化近似, 即将对 \mathbf{x}_k 的积分运算近似为对 \mathbf{x}_k 的一些离散值下的求和。由此, 式(26)可以表示为

$$\Lambda_k = \frac{P(e_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \cdot \sum_{\mathbf{x}_k} \left[\prod_{i=1}^{N_0} \exp\left(-\frac{(a_i(\mathbf{x}_k))^2}{2\sigma_i^2(\mathbf{x}_k)}\right) \right] \cdot p(\mathbf{x}_k | e_k, \mathbf{Z}_{k-1}) \cdot \exp\left[\sum_{i=1}^{N_0} \frac{a_i(\mathbf{x}_k)}{\sigma_i^2(\mathbf{x}_k)} \cdot [\mathbf{z}_k(\mathbf{x}_k)]_i\right] \quad (28)$$

为了更清晰地呈现检测统计量 Λ_k 与观测值 \mathbf{z}_k 之间的关系, 式(28)可以写为

$$\Lambda_k = \frac{P(e_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \cdot \sum_{\mathbf{x}_k} \exp(V(\mathbf{x}_k)) \quad (29)$$

式中

$$V(\mathbf{x}_k) = \left[\sum_{i=1}^{N_0} \frac{a_i(\mathbf{x}_k)}{\sigma_i^2(\mathbf{x}_k)} \cdot [\mathbf{z}_k(\mathbf{x}_k)]_i \right] + \ln \left[\left[\prod_{i=1}^{N_0} \exp\left(-\frac{(a_i(\mathbf{x}_k))^2}{2\sigma_i^2(\mathbf{x}_k)}\right) \right] \cdot p(\mathbf{x}_k | e_k, \mathbf{Z}_{k-1}) \right] \quad (30)$$

从式(29)和式(30)中可以看出, 检测统计量 Λ_k 是多个服从对数正态分布的随机变量之和。由于对数正态分布的特征函数没有简单表达式, 多个服从对数正态分布的随机变量之和的分布很难给出闭式表达式, 也很难进行数值化计算^[13-14]。

很多情况下, 式(29)中的 $V(\mathbf{x}_k)$ 相互独立: 当 \mathbf{x}_k 为离散状态变量的情况下^[3], 式(29)中 $V(\mathbf{x}_k)$ 相互独立; 在很多应用领域, 式(4)中的观测函数衰减较快(如按照多个 sinc 函数乘积的形式衰减^[2, 5, 8-9], 或按照高斯函数的形式衰减^[6, 10]), 由此, 在 \mathbf{x}_k 的不同离散取值的情况下, 式(29)中 $V(\mathbf{x}_k)$ 可以近似认为相互独立。在计算多个相互独立的服

从对数正态分布的随机变量之和的分布时,常见的近似方法有 Wilkinson 方法、Farley 方法、Schwartz-Yeh 方法和 Norman 方法等^[13-14]。Wilkinson 方法和 Schwartz-Yeh 方法都是基于多个相互独立的服从对数正态分布的随机变量之和也服从对数正态分布这一假设;Farley 方法经过推导,得出了多个相互独立的服从对数正态分布的随机变量之和的互补累积概率密度函数的下界;Norman 方法对多个相互独立的服从对数正态分布的随机变量之和的分布用数值方法进行近似。当随机变量个数较多,互补累积概率密度函数小于 0.1 时,应用 Wilkinson 方法能够达到较好的近似效果^[13-14]。在雷达或声纳等应用领域,系统虚警概率常设定为一较小值(通常小于或远小于 0.1),在此选用 Wilkinson 方法对式(29)中多个相互独立的服从对数正态分布的随机变量之和的概率密度函数进行近似。

Wilkinson 方法基于假设-多个相互独立的服从对数正态分布的随机变量之和也服从对数正态分布,并利用一阶矩和二阶矩匹配方法计算对数正态分布的相关参数,即假定

$$\sum_{x_k} \exp(V(x_k)) \approx \exp(Z) \quad (31)$$

式中,Z 为一服从高斯分布的随机变量。

设定 u_1 和 u_2 分别为式(29)中多个相互独立的服从对数正态分布的随机变量之和的一阶矩和二阶矩,其具体形式为

$$\begin{cases} u_1 = E\left(\sum_{x_k} \exp(V(x_k))\right) \\ u_2 = E\left(\left(\sum_{x_k} \exp(V(x_k))\right)^2\right) \end{cases} \quad (32)$$

应用 Wilkinson 方法,即使得

$$\begin{cases} E(\exp(Z)) = u_1 \\ E((\exp(Z))^2) = u_2 \end{cases} \quad (33)$$

利用对数正态分布的均值和方差计算公式^[14]可以计算随机变量 Z 的均值 m_Z 和方差 σ_Z^2 :

$$\begin{cases} m_Z = 2\ln u_1 - 0.5\ln u_2 \\ \sigma_Z^2 = \ln u_2 - 2\ln u_1 \end{cases} \quad (34)$$

利用式(29)和式(31),虚警概率可以进一步表示为

$$\begin{aligned} P_{fa} &= P_{H_0}(\Lambda_k \geq \eta_k) \approx \\ &P_{H_0} \left\{ \frac{P(e_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \cdot \exp(Z) \geq \eta_k \right\} = \\ &P_{H_0} \left\{ Z \geq \ln \left[\eta_k \cdot \frac{P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{P(e_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \right] \right\} \end{aligned} \quad (35)$$

由此,检测阈值 η_k 和虚警概率 P_{fa} 之间的关系可以表示为

$$Q^{-1}(P_{fa}) = \frac{1}{\sigma_Z} \cdot \left[\ln \left(\eta_k \cdot \frac{P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{P(e_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \right) - m_Z \right] \quad (36)$$

式中, $Q(\cdot)$ 为标准正态分布的互补累积概率密度函数; $Q^{-1}(\cdot)$ 为 $Q(\cdot)$ 的反函数。

求解式(36),可得检测阈值 η_k 的近似闭式解

$$\eta_k \approx \exp(\sigma_Z \cdot Q^{-1}(P_{fa}) + m_Z) \cdot \frac{P(e_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{P(\bar{e}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \quad (37)$$

综上所述, k 时刻检测阈值 η_k 的具体计算步骤如下:

步骤 1 利用式(32)计算多个相互独立的服从对数正态分布的随机变量之和的一阶矩和二阶矩 u_1 和 u_2 ;

步骤 2 利用式(34)计算随机变量 Z 的均值 m_Z 和方差 σ_Z^2 ;

步骤 3 利用式(37)按照系统要求的虚警概率计算检测阈值 η_k 。

在贝叶斯检测跟踪联合处理方法中,利用式(37)可以按照系统要求的虚警概率计算每次迭代的检测阈值,从而使得实际系统的虚警概率满足要求。

4 数值仿真及分析

为了验证系统虚警概率同检测阈值之间的关系,本小节进行数值仿真实验。为了简化表示,目标的运动模型采用文献[3]中的离散形式。把整个观测空间离散化,观测空间可以表示为

$$\mathbf{S} = \{n; 1 \leq n \leq N_C\} \quad (38)$$

式中, N_C 是分辨单元数目; n 是在 $1 \sim N_C$ 中的一个整数。

目标的运动模型可以表示为

$$x_k = x_{k-1} + d_{k-1} + \epsilon_k \quad (39)$$

式中, x_k 表示目标位置, $x_k \in \mathbf{S}$; d_{k-1} 为 $k-1$ 时刻目标运动的平均速度; ϵ_k 等概率地在集合 $\{-s, \dots, -1, 0, 1, \dots, s\}$ 中取值, s 为最大偏移。

重写系统的观测模型

$$\mathbf{z}_k = h_k(x_k, E_k) + \mathbf{v}_k \quad (40)$$

式中, \mathbf{v}_k 为零均值的高斯白噪声,观测函数可以表示为

$$h_k(x_k, E_k) = \begin{cases} a \cdot e_{x_k}, E_k = H_1 \\ \mathbf{0}, E_k = H_0 \end{cases} \quad (41)$$

式中, a 表示目标对应的幅度大小,信噪比定义为 $\text{SNR} = a^2/\sigma^2$; $e_{x_k} = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)^T$, 长度为 N_C , 该向量仅第 x_k 个元素为 1, 其余元素为 0。

设定 $N_C = 20, d_{k-1} = 1, s = 1, \text{SNR} = 5 \text{ dB}, P(\bar{e}_1 | \mathbf{Z}_0) =$

0.5,起始时刻目标位置均匀分布。

当检测阈值(与目标存在的后验概率进行比较判定目标是否存在)设为固定值时,通过 10^6 次蒙特卡罗仿真实验得到的系统虚警概率如图 1 所示。

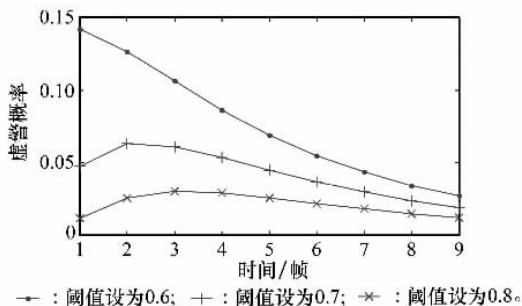


图 1 系统虚警概率

从图 1 中可以看出,当检测阈值设为固定值时,系统的虚警概率随时间而变化,且虚警概率需要通过大量的蒙特卡罗仿真实验统计得到。由此可知,在 Neyman-Pearson 准则下,对于贝叶斯检测跟踪联合处理方法,若检测阈值设定为固定值,系统的虚警概率不能满足要求。

根据系统设定的虚警概率按照式(37)计算检测阈值,利用该检测阈值对系统进行 10^6 次蒙特卡罗仿真实验,通过蒙特卡罗仿真实验得出的虚警概率同系统设定的虚警概率之间的关系如图 2 所示。

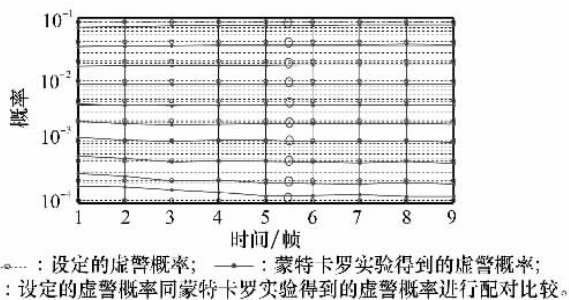


图 2 设定的虚警概率同蒙特卡罗仿真实验结果之间的关系

从图 2 中可以看出,按照式(37)计算检测阈值,并通过蒙特卡罗仿真实验得到的虚警概率能够近似设定的虚警概率,其误差为虚警概率所在数量级的 1/10 左右。由此可以得知,对于贝叶斯检测跟踪联合处理方法,利用式(37)能够按照系统要求的虚警概率近似计算检测阈值,从而使得实际系统的虚警概率近似满足要求。

当检测阈值的估计精度相同时,根据系统设定的虚警概率按照蒙特卡罗仿真实验方法设置检测阈值所需花费的时间,和利用本文得到的近似闭式解设置检测阈值所需花费的时间曲线如图 3 所示。

在图 3 中,按照蒙特卡罗仿真实验方法设置检测阈值

所需花费的时间与所需蒙特卡罗仿真实验的次数有关,而所需蒙特卡罗仿真实验的次数与系统设定的虚警概率,相对误差和置信度有关^[15]。为了保证对于 $100(1-\theta)\%$ 的置信度,相对误差的绝对值不大于 ζ ,所需蒙特卡罗仿真实验的次数 M 应满足

$$M \geq \frac{[G^{-1}(\theta/2)]^2(1 - P_{fa})}{\zeta^2 P_{fa}} \quad (42)$$

式中, $G^{-1}(\cdot)$ 为标准正态分布累积分布函数的逆函数。

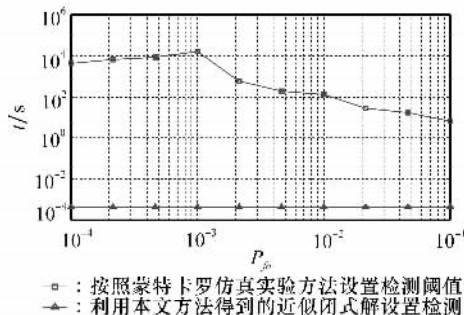


图 3 设置检测阈值所需花费的时间

从图 3 中可以看出,按照蒙特卡罗仿真实验方法设置检测阈值所需花费的时间远大于利用本文得到的近似闭式解设置检测阈值所需花费的时间,相差 4~7 个数量级。这主要是因为通过蒙特卡罗仿真实验方法设置检测阈值,为了达到一定的估计精度,需要进行大量的蒙特卡罗仿真实验,由此需要花费大量的时间,系统的实时性很难得到满足;而利用本文得到的近似闭式解设置检测阈值,只需要按照式(32)、式(34)和式(37)计算检测阈值,由此能够根据系统要求的虚警概率实时地计算检测阈值。另外,从图 3 和式(42)中可以看出,利用蒙特卡罗仿真实验方法设置检测阈值,所需蒙特卡罗仿真实验的次数与设定的虚警概率有关。一般设定的虚警概率越小,所需蒙特卡罗仿真实验的次数越多,由此需要花费更多的时间设置检测阈值;而利用本文得到的近似闭式解计算检测阈值所花费的时间与设定的虚警概率无关。

结合图 1~图 3 可以看出,对于贝叶斯检测跟踪联合处理方法,能够利用式(37)按照系统要求的虚警概率实时地计算检测阈值,从而使得实际系统的虚警概率满足要求。

5 结论

贝叶斯检测跟踪联合处理方法直接对原始未阈值化的观测数据进行处理,在帧数据间能够利用目标的运动特性以概率的形式对信号进行积累,从而提高系统的检测性能。针对 Neyman-Pearson 准则,本文详细推导了检测统计量的表达式,得出了系统虚警概率同检测阈值之间的关系,并在观测噪声为高斯白噪声的情况下给出了检测阈值的近似闭

式解。利用该检测阈值的闭式解,能够根据系统要求的虚警概率实时地计算检测阈值,从而使得实际系统的虚警概率满足要求。相比于传统的蒙特卡罗仿真实验方法,利用本文得到的近似闭式解设置检测阈值所需花费的时间远小于按照蒙特卡罗仿真实验方法设置检测阈值所需花费的时间,相差4~7个数量级。另外,利用蒙特卡罗仿真实验方法设置检测阈值,所需蒙特卡罗仿真实验的次数与设定的虚警概率有关,一般设定的虚警概率越小,所需蒙特卡罗仿真实验的次数越多,由此需要花费更多的时间设置检测阈值;而利用本文得到的近似闭式解计算检测阈值所花费的时间与设定的虚警概率无关。本文的结论对系统的工程实现有一定的参考价值。

参考文献:

- [1] 吴顺君, 梅晓春. 雷达信号处理与数据处理技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2008. (Wu S J, Mei X C. *Radar signal processing and data processing techniques* [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2008.)
- [2] 吴孙勇, 廖桂生, 杨志伟, 等. 基于改进粒子滤波的微弱目标检测前跟踪算法[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(9): 1875 - 1879. (Wu S Y, Liao G S, Yang Z W, et al. Improved track-before-detect algorithm for weak targets based on particle filter [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010, 32(9): 1875 - 1879.)
- [3] Marcelo G S B, Jose M F M. Multiframe detection/tracker: optimal performance [J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2001, 37(3): 925 - 945.
- [4] Morelande M R, Kreucher C M, Kastella K. A Bayesian approach to multiple target detection and tracking [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2007, 55(5): 1589 - 1604.
- [5] Su H T, Wu T P, Liu H W, et al. Rao-blackwellised particle filter based track-before-detect algorithm [J]. *IET Signal Processing*, 2008, 2(2): 169 - 176.
- [6] Ristic B, Arulampalam S, Gordon N. *Beyond the Kalman filter: particle filters for tracking applications* [M]. Boston: Artech House, 2004.
- [7] Olivier C, Godsill S J, Moulines E. An overview of existing methods and recent advances in sequential Monte Carlo [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(5): 899 - 924.
- [8] 吴兆平, 朱凯然, 苏涛, 等. 采用改进粒子滤波的雷达扩展目标检测前跟踪[J]. 西安电子科技大学学报, 2011, 38(2): 99 - 104. (Wu Z P, Zhu K R, Su T, et al. Extended radar target tracking before detection using the modified particle filter [J]. *Journal of Xidian University*, 2011, 38(2): 99 - 104.)
- [9] 夏双志, 刘宏伟, 纠博. 基于贝叶斯理论的一种接力跟踪方法[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(3): 652 - 658. (Xia S Z, Liu H W, Jiu B. A method of relay of tracking based on Bayesian theory [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(3): 652 - 658.)
- [10] 李翠芸, 姬红兵. 新遗传粒子滤波的红外弱小目标跟踪与检测[J]. 西安电子科技大学学报, 2009, 36(4): 619 - 625. (Li C Y, Ji H B. IR dim target tracking and detection based on new genetic particle filter [J]. *Journal of Xidian University*, 2009, 36(4): 619 - 625.)
- [11] Nadeem A, Mark R, Travis B, et al. Detection and tracking using particle-filter-based wireless sensor networks [J]. *IEEE Trans. on Mobile Computing*, 2010, 9(9): 1332 - 1345.
- [12] Tian X, Bar-shalom Y. Coordinate conversion and tracking for very long range radars [J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, 45(3): 1073 - 1088.
- [13] Norman C B, Adnan A A, Peter J M. On approximating the distribution of a sum of independent lognormal random variables [C]// *Proc. of the IEEE WESCANEX93: Communications, Computers and Power in the Modern Environment*, 1993: 72 - 79.
- [14] Norman C B, Qiong X. An optimal lognormal approximation to lognormal sum distributions [J]. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 2004, 53(2): 479 - 489.
- [15] Steven M K. *Fundamentals of statistical signal processing* [M]. New Jersey: Pearson Hall PTR, 1998.