高性能 PVA 纤维增强水泥基复合材料 常规三轴受压本构模型

李 艳^{1,2},梁兴文¹,邓明科¹

(1. 西安建筑科技大学土木工程学院,陕西,西安 710055; 2. 河南理工大学土木工程学院,河南,焦作 454003)

摘要:对PVA 纤维体积率从 0%~2%的高性能水泥基复合材料(HPFRCC)圆柱体试件进行了 6 种不同围压下的常规三轴受压试验,研究其三轴受压性能,测得了极限抗压强度、峰值应变、极限应变以及应力-应变曲线。根据试验结果得出 HPFRCC 的极限抗压强度、峰值应变以及极限应变与侧向围压之间的关系。基于实测圆柱体应力-应变曲线的特点,提出了 HPFRCC 材料常规三轴受压本构模型。计算结果与试验数据的对比表明,根据该文模型所得的计算曲线与试验曲线吻合较好,研究成果可为 HPFRCC 结构非线性有限元分析提供依据。
 关键词:高性能纤维增强水泥基复合材料;聚乙烯醇纤维;围压;抗压强度;本构模型
 中图分类号:TU528.572 文献标志码:A

A CONSTITUTIVE MODEL FOR HIGH PERFORMANCE PVA FIBER REINFORCED CEMENT COMPOSITES UNDER CONVENTIONAL TRIAXIAL COMPRESSION

LI Yan^{1,2}, LIANG Xing-wen¹, DENG Ming-ke¹

School of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an, Shaanxi 710055, China;
 School of Civil Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo, Henan 454003, China)

Abstract: The conventional triaxial compression behaviors of HPFRCC are tested through cylindrical specimens with 0%-2% PVA fiber content by the volume under 6 different confining compressions. The ultimate strength, peak strain, ultimate strain and stress-strain curve are obtained. According to test results, the relationships between ultimate strength, peak strain, ultimate strain and confining pressure are proposed. The constitutive equations of HPFRCC under a conventional triaxial compression are deduced according to the complete stress-strain curve obtained from cylindrical specimens. The comparisons show that theoretical results are in good agreement with experimental results. The study provides the basis for the nonlinear finite element analysis of a HPFRCC structure.

Key words: high performance fiber reinforced cement composites; PVA fiber; confining pressure; compression strength; constitutive model

高性能纤维增强水泥基复合材料(High Performance Fiber Reinforced Cement Composite,缩写为 HPFRCC),是以水泥浆或砂浆为基体,以纤维为增强材料的复合材料。与普通混凝土相比,它具

有高延展性、高耐久性和可持续性,是一种环保生态型建筑材料^[1-2]。国外研究表明^[3-5]:1) HPFRCC 有高的受拉应变-硬化性能,可用于以受剪为主的构件和高剪应力作用下的受弯构件;2) 有很大的受压

收稿日期: 2010-04-14; 修改日期: 2010-07-26

基金项目:国家自然科学基金项目(51078305);陕西省自然科学青年基金项目(2009JQ7013);河南省教育厅自然科学研究项目(2010B560006)

通讯作者: 李 艳(1977-), 女, 河南焦作人, 讲师, 博士, 从事高性能混凝土和建筑结构研究(E-mail: liyan@hpu.edu.cn).

作者简介:梁兴文(1952-),男,陕西华县人,教授,硕士,博导,从事高性能混凝土和结构抗震研究(E-mail: liangxingwen2000@yahoo.com.cn); 邓明科(1979-),男,四川南充人,副教授,博士,从事高层建筑结构及抗震研究(E-mail: dengmingke@126.com).

应变能力,可减少或取消抗震构件的约束钢筋数 量;3) HPFRCC 材料增大了受弯和受剪构件的受剪 强度、变形能力和损伤容限;4) HPFRCC 密实性很 好,正常使用条件下构件无裂缝,能有效阻止有害 介质向内部的渗透,极大地提高了耐久性。

目前,一些学者对 HPFRCC 的性能进行了相关的研究^[6-7],这些研究主要针对无约束的 HPFRCC 单轴受压或者受拉性能进行分析。此外,关于纤维 约束混凝土(FRC)多轴受力性能也开展了一些研究^[8-10],而对 HPFRCC 的多轴性能研究较少。实际 工程设计中,经常要考虑材料的多轴受力状态,因 此很有必要建立 HPFRCC 的多轴本构模型。本文根 据 HPFRCC 常规三轴受压的实测应力-应变曲线,建立适合 HPFRCC 材料三轴受压的本构模型,为今 后进行 HPFRCC 结构或构件设计计算提供依据。

1 试验概况

1.1 试验原材料

北京中纺纤建科技有限公司生产的 PVA 纤维, 其性能指标见表 1; P.O.42.5 级水泥; I级粉煤灰。 细骨料为天然河砂,要求过筛,最大粒径为1.18mm。 外加剂为 FDN 高效减水剂。

表 1 PVA 纤维性能指标 Table 1 Properties of PVA fiber

密度/	抗拉强度/	弾性模量/	极限	上庄/mm	古 公 /				
(g/cm^3)	MPa	GPa	延伸率/(%)	氏/文/IIIII	且1工/µm				
1.3	1560	36.3	7.8	12	26				

1.2 试验配合比

决定 HPFRCC 强度的主要因素是水胶比 w/c, 低 w/c 还使 PVA 纤维分散性好,因而在满足韧性的 前提下应采用较低的水胶比。为保证 HPFRCC 实现 其应变硬化和多缝开裂的特性,应限制 HPFRCC 基 体中细砂的含量^[11]。已有研究成果表明^[12],用粉煤 灰、硅灰等矿物掺合料替代水泥后可以降低混凝土 水化热,提高密实度从而大大提高其耐久性。此外, HPFRCC 中采用大量粉煤灰替代水泥不但可以有 效改善纤维与基体的界面粘结力,降低基体韧度, 还可以改善拌合物的可操作性。HPFRCC 的配合比 见表 2。

表 2 HPFRCC 配合比 Table 2 Mix proportion of HPFRCC

		1 1		
水胶比	水泥掺量	粉煤灰掺量	砂胶比	高效减水剂
0.23	0.5	0.5	0.36	1.5%

1.3 试验方法

试件制作时, 先浇筑成 150mm×150mm×150mm 的立方体试件, 标准养护至 28d 后加工成直径为 50mm、长度为 100mm 的圆柱体试件。每个立方体 试件可加工为 5 个圆柱体试件,分别进行围压为 5MPa、10MPa、15MPa、20MPa、25MPa 的三轴受 压试验; 单轴受压试验的每组三个试件则从一个 150mm×150mm×150mm 的立方体试件中截取。试 验设备为 RMT-150B型伺服试验机, 位移控制加载, 加载速率为 0.01mm/s。采用 1000kN 的力传感器测 量轴向荷载, 5mm 位移传感器测量试样轴向变形, 50MPa 围压传感器测试件所受围压大小。

2 试验结果

图1给出了HPFRCC常规三轴受压试验所测得的轴向应力-应变曲线,曲线附近的数字为围压值。 不同围压与不同纤维体积率时的极限抗压强度(峰 值应力)与峰值应变如表3和表4所示。







Fig.1 Axial stress-strain curves of HPFRCC under conventional triaxial compression

表 3 不同围压与不同纤维体积率时的极限抗压强度 /MPa Table 3 Compressive ultimate strength of HPFRCC under various confining pressure and fiber volume ratio

用压入的。	PVA 纤维体积率/(%)								
四/LE/IVIF a	0	0.5	1.0	1.5	1.75	2.0			
0	95.89	104.84	107.28	110.90	86.86	84.07			
5	122.45	125.39	118.43	127.60	128.23	130.03			
10	140.94	144.06	144.28	146.85	147.52	147.82			
15	148.44	151.83	153.56	158.59	161.10	162.61			
20	165.70	167.21	169.35	169.20	171.26	172.34			
25	183.10	183.17	183.31	185.11	186.40	188.25			

表 4 不同围压与不同纤维体积率时的峰值应变 /10⁻³ Table 4 Peak strain of HPFRCC under various confining pressure and fiber volume ratio

	-								
围压/MPa -	PVA 纤维体积率/(%)								
	0	0.5	1.0	1.5	1.75	2.0			
0	5.44	6.03	6.06	6.69	6.07	5.92			
5	7.10	8.23	8.40	8.03	8.85	8.10			

						(狭衣)			
围压/MPa	PVA 纤维体积率/(%)								
	0	0.5	1.0	1.5	1.75	2.0			
10	9.51	10.54	10.29	10.38	10.83	10.13			
15	10.70	12.51	12.01	12.13	12.79	11.95			
20	13.98	13.26	13.43	13.99	13.86	13.28			
25	16.96	17.81	17.56	17.76	16.51	17.23			

大部分的圆柱体试件在应力下降到 50%峰值 应力以下时发生破坏,则可以定义极限应变为: $\varepsilon_{1cu} = \varepsilon_{0.5}$ 。表 5列出了当应力下降到 50%峰值应力 时所对应的应变值 $\varepsilon_{0.5}$ 。在围压为 0MPa、PVA 纤 维体积率分别为 0%与 0.5%时,由于侧向约束效应 低,应力还未下降到 50%峰值应力时突然破坏。

表 5 不同围压与不同纤维体积率时的应变值 $\varepsilon_{0.5}$ /10⁻³ Table 5 $\varepsilon_{0.5}$ of HPFRCC under various confining pressure and fiber volume ratio

围压/MPa -	PVA 纤维体积率/(%)								
	0	0.5	1.0	1.5	1.75	2.0			
0	_	_	6.54	7.01	6.72	8.23			
5	8.29	11.15	11.17	10.16	9.97	15.76			
10	17.06	17.23	17.46	17.14	14.92	17.89			
15	20.98	20.96	21.23	21.34	17.82	21.22			
20	25.65	24.89	25.65	25.46	25.06	25.74			
25	31.95	32.43	32.91	32.38	32.60	33.15			

从表 3~表 5 中可以看出,随着围压的提高, HPFRCC 的极限抗压强度、峰值应变和极限应变均 显著提高;由于围压的显著影响,PVA 纤维体积率 对 HPFRCC 极限抗压强度、峰值应变以及极限应变 的影响则较小。这是因为在砂浆基体中加入 PVA 纤维就如同在基体中掺入许多微细筋,可起到阻裂 增强与增韧作用,侧向围压也是通过约束 HPFRCC 的横向变形从而提高其强度与韧性。与围压的约束 效应相比,纤维的增强与增韧效应则变得不显著。 表 3 中,在围压为 0MPa、PVA 纤维体积率分别为 1.75%和 2.0%时,极限抗压强度实测值偏低,这可 能是由于 PVA 纤维分散性差以及试件加工方向与 振捣方向不一致所造成的。

2.1 HPFRCC 的极限抗压强度

各 HPFRCC 圆柱体试件在常规三轴压缩下的 破坏形态均为典型的剪切滑移破坏(见图 2)。这种破 坏模式的试件强度可用 Mohr-Coulomb 破坏准则表 述^[13],其一般形式为:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \cdot \left\{ \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \right\}^2 + 2c \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$$
(1)

式中: σ_1 为试件轴向极限抗压强度; σ_3 为侧向围压; φ 为混凝土的界面摩擦角; c为粘聚力。

(续表)



图 2 试件典型破坏形态 Fig.2 Failure mode of specimens

单轴受压情况下, $\sigma_3 = 0$, σ_1 即为单轴抗压强 度 f_c ,则式(1)变为:

$$f_{\rm c} = 2c \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \tag{2}$$

将式(2)代入式(1)得:

$$\sigma_1 = f_c + k\sigma_3, \quad \sigma_1 \ge \sigma_3$$
 (3)

即

$$\frac{\sigma_1}{f_c} = 1 + k \frac{\sigma_3}{f_c} \tag{4}$$

式中, k 为围压对轴向承载能力的影响系数, 即:

$$k = \left\{ \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \right\}^2 = \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi}$$
(5)

式(4)表明,试件的最大相对轴向受压强度 σ_1 / f_c 与相对围压应力 σ_3 / f_c 成线性关系。

不同围压与不同纤维体积率时的极限抗压强 度如图 3 所示。由图 3 可见,HPFRCC 轴向抗压强 度 σ_1 随围压 σ_3 增大而增大,符合 Mohr-Coulomb 破坏准则,两者大致成线性关系。



PVA fiber volume ratio

各种强度混凝土的 k 值变化从 2.6~5.3^[8,10]。根 据本文试验,各 HPFRCC 圆柱体试件实测主控破坏 面与最大主应力所在平面夹角的平均值为 27°,即 (90°- φ)/2=27°,则 φ =36°,据此由式(5)可求出 k=3.854,将 k 值代入式(4)可得相对轴向抗压强度 σ_1/f_c 与相对围压应力 σ_3/f_c 的关系如式(6)所示, 理论公式和实测试验数据的比较见图 4。



2.2 HPFRCC 的峰值应变与极限应变

不同围压与不同纤维体积率时的峰值应变如 图 5 所示。图 5 显示,轴向峰值应变 ε_{10} 与侧向围压 大致成线性增长关系。



根据本文数据建立相对轴向峰值应变 $\varepsilon_{10} / \varepsilon_0$ 与相对围压应力 σ_3 / f_c 的关系如图 6 所示,其表达 式为:

$$\frac{\varepsilon_{10}}{\varepsilon_0} = 1 + 6.730 \left(\frac{\sigma_3}{f_c}\right) \tag{7}$$

式中: ε_{10} 为三轴受压下的轴向峰值应变; ε_0 为单轴受压下的峰值应变。



Fig.6 Relationship between $\varepsilon_{10}/\varepsilon_0$ and σ_3/f_c 图 7 为不同围压与不同纤维体积率时 HPFRCC

的轴向极限应变。图 7 中显示, $\varepsilon_{0.5}$ 与侧向围压也 大致成线性增长关系。当围压较低时(围压<5MPa), PVA 纤维体积率对 $\varepsilon_{0.5}$ 有一定的影响。



Fig.7 Relationship between $\varepsilon_{0.5}$ and σ_3

根据本文数据所建立的相对轴向极限应变 $\varepsilon_{0.5} / \varepsilon_0$ 与相对围压应力 σ_3 / f_c 的关系如图 8 所示, 其表达式为:



Fig.8 Relationship between $\varepsilon_{0.5} / \varepsilon_0$ and σ_3 / f_c

3 HPFRCC 应力-应变关系模型

3.1 曲线上升段($0 \leq \varepsilon_{1c} \leq \varepsilon_{10}$)

当应变 ε_{lc} 位于 0 和 ε₁₀之间,随着轴向应力的 增加,纵向裂缝不断出现和扩展,侧向围压约束了 HPFRCC 的横向膨胀,在提高其极限抗压强度的同 时,塑性变形能力也有很大提高,应力-应变曲线平 缓地上升,峰值应变增大,且随着侧向围压的增大, 这种变化越明显,其应力-应变关系可以采用文 献[14]建议的混凝土单轴应力-应变全曲线的形式 来表述,即:

$$y = \frac{Ax + Bx^2}{1 + Cx + Dx^2} \tag{9}$$

式中: $x = \varepsilon_{lc} / \varepsilon_{10}$, $y = \sigma_{lc} / \sigma_{1}$; $A \setminus B \setminus C$ 和 D 为待定参数。

4个系数可以用下列条件求得:

当 x=0 时, y=0; x=1 时, y=1 且 dy/dx=0; $0 \le x < 1$, $d^2y/dx^2 < 0^{[15]}$ 。将条件代 入式(9), 可得待定参数A、B、C和D之间的关系:

$$D = B + 1 \tag{10}$$

$$C = A - 2 \tag{11}$$

将式(10)和式(11)代入式(9),则:

$$y = \frac{Ax + Bx^2}{1 + (A - 2)x + (B + 1)x^2}$$
(12)

$$y = \frac{Ax - x^2}{1 + (A - 2)x}, \quad 0 \le x < 1$$
(13)

式中, $A = E_0 / E_c \ge 1$,即待定参数 A 为初始切线 模量 E_0 与峰值应力点处割线模量 E_c 的比值,具有 明确的物理(几何)意义。当 A = 1时,曲线上升段为 直线段,即为线弹性阶段。

表 6 为根据应力-应变曲线上升段上轴压强度 为 40%和 60%极限轴压强度两点连线的斜率^[16]确 定的 HPFRCC 的弹性模量 *E*。从图 1 及表 6 可以看 出,在不考虑试件端部不平整或加载初期试件内部 初始微裂缝闭合所引起的曲线下凹这一影响时, HPFRCC 峰值前的弹性模量基本一致,不同围压或 不同 PVA 纤维体积率的 *E* 值差异不大。对于本文 的试件,HPFRCC 的弹性模量可取总平均值 20GPa, 再由式(6)与式(7)则可得上升段参数 *A* 值。

表 6 不同围压与不同纤维体积率时的弹性模量 /GPa Table 6 Elasticity modulus of HPFRCC under various confining pressure and fiber volume ratio

围压/MPa-		払店					
	0	0.5	1.0	1.5	1.75	2.0	均阻
0	19.90	20.05	20.83	20.70	18.11	19.94	19.92
5	20.34	20.56	18.85	20.80	20.34	20.92	20.30
10	20.15	20.35	18.52	19.64	20.06	20.17	19.82
15	19.86	19.77	18.99	19.71	19.93	20.49	19.79
20	20.02	20.06	20.28	19.75	20.39	20.84	20.22
25	20.15	19.67	19.86	19.59	20.35	20.13	19.96
均值	20.07	20.08	19.56	20.03	19.86	20.42	_

3.2 曲线下降段($\varepsilon_{1c} \ge \varepsilon_{10}$)

超过峰值点后,即处于应力-应变曲线下降段, 从图 1 的实测应力-应变曲线中可以看出,围压对应 力-应变曲线下降段有显著影响,即围压越高,曲线 下降段越平缓。围压在 10MPa 以上时,当轴向应力 下降到 85%峰值应力后,轴向应力下降十分缓慢, 尤其是围压较大时,这种应力平缓下降的趋势更加 明显。

曲线下降段模型仍采用式(9),但待定参数A、

B、*C*、*D*换为下降段待定参数*A*₁、*B*₁、*C*₁、*D*₁,则下降段模型为:

$$v = \frac{A_1 x + B_1 x^2}{1 + C_1 x + D_1 x^2}$$
(14)

4 个系数可以用下列条件求得: 当x=1时, y=1且dy/dx=0; 当 $x \to \infty$ 时, $y \to 0$, $dy/dx \to 0^{[15]}$ 。将条件代入式(14), 可得:

$$\begin{cases} D_1 = B_1 + 1 \\ C_1 = A_1 - 2 \end{cases}$$
(15)

$$B_1 = 0 \tag{16}$$

将式(15)和式(16)代入式(14),则:

$$y = \frac{A_1 x}{1 + (A_1 - 2)x + x^2}, \quad x \ge 1$$
(17)

依据最小二乘法原理,对 HPFRCC 常规三轴受 压应力-应变曲线下降段进行非线性回归,得到参数 *A*₁如表 7 所示,其相关系数均在 0.8 以上。

表 7 HPFRCC 应力-应变曲线下降段参数

 Table 7
 Descending stage parameters on stress-strain curves of HPFRCC

围压/MPa	PVA 纤维体积率/(%)								
	0	0.5	1.0	1.5	1.75	2.0			
5	0.028	0.080	0.07918	0.07674	0.09735	0.101			
10	0.175	0.168	0.15635	0.16148	0.12371	0.199			
15	0.262	0.224	0.23453	0.22723	0.18906	0.299			
20	0.394	0.320	0.3327	0.30297	0.29641	0.398			
25	0.469	0.399	0.39088	0.37771	0.38277	0.498			

图 9 为相同围压下不同纤维体积率(分别为 0%、 0.5%、1.0%、1.5%、1.75%、2.0%)的 HPFRCC 应 力-应变曲线的比较(限于篇幅仅给出几个代表性 围压)。

对比图 1 与图 9 可以看出,由于侧向围压这一显著因素的影响, PVA 纤维体积掺量对 HPFRCC 常规三轴受压应力-应变曲线下降段的影响较小,故下降段参数 *A*₁ 可不考虑纤维体积率的影响,则 *A*₁ 与侧向围压的关系为:





Fig.9 Comparision of HPFRCC stress-strain curves with different fiber volume ratio under various confining pressure

3.3 模型计算曲线与试验曲线的对比

各组试验应力-应变曲线与计算曲线的对比示 例如图 10 所示,其中浅色线表示试验曲线,深色 线表示计算曲线。可见本文模型的计算曲线与试验 曲线吻合较好,能够满足计算精度要求。







4 结论

(1)随着围压的提高,HPFRCC 的极限抗压强 度、峰值应变以及极限应变均显著提高;由于围压 这一显著因素的影响,PVA 纤维体积率对 HPFRCC 极限抗压强度与峰值应变的影响则较小。

(2) 基于 Mohr-Coulomb 破坏准则建立了 HPFRCC 的极限抗压强度与侧向围压之间的关系; 通过对本文数据的线性回归分别建立了轴向峰值 应变以及极限应变(取应力下降到 50%峰值应力时 的应变值)与侧向围压的关系式。公式的预测结果与 试验结果吻合较好。

(3) 通过试验与理论分析,提出了 HPFRCC 在 三轴受压下的本构模型,且计算曲线与试验曲线吻 合较好,可供对 HPFRCC 结构进行非线性有限元分 析参考。

参考文献:

- Bilington S L, Yoon J K. Cyclic response of precast bridge columns with ductile fiber-reinforced concrete [J]. Journal of Bridge Engineering, 2004, 9(4): 353-363.
- [2] LI V C. 高延性纤维增强水泥基复合材料的研究进展 及应用[J]. 硅酸盐学报, 2007, 35(4): 531-536.
 LI V C. Progress and application of engineered cementitious composites [J]. Journal of the Chinese Ceramic Society, 2007, 35(4): 531-536. (in Chinese)
- [3] Parra-Montesinos G J. High-performance fiber reinforced cement composites: An alternative for seismic design of structures [J]. ACI Structural Journal, 2005, 102(5): 668-675.
- [4] Kabele P, Kanakubo T. Experimental and numerical investigation of shear behavior of PVA-ECC in structural elements [C]// Reinhardt, Naaman. Proceedings of Fifth International RILEM Workshop on High Performance Fiber Reinforced Cement Composites (HPFRCC 5), 2007: 137-146.
- [5] Veimann M, Li V C. Dyring shrinkage and crack width of ECC [C]// Proceedings BMC-7. Warsaw, Poland, 2003: 37-46.
- [6] Kim D J, Naaman A E, El-Tawil S. Comparative flexural behavior of four fiber reinforced cementitious composites [J]. Cement & Concrete Composites, 2008, 30: 917–928.
- [7] Chandrangsu K. Innovative bridge deck with reduced reinforcement and strain-hardening fiber reinforced cementitious composites [D]. Ann Arbor, USA: University of Michigan, 2003.
- [8] Chern J C, Yang H J, Chen H W. Behavior of steel fiber reinforced concrete in multiaxial loading [J]. ACI Materials Journal, 1992, 89(1): 32-39.
- [9] 宋玉普,赵国藩.三向应力状态下钢纤维混凝土的强度特性及破坏准则[J].土木工程学报,1994,27(3): 14-23.

Song Yupu, Zhao Guofan. Strength behavior and failure criterion of steel fiber concrete under triaxial stresses [J]. China Civil Engineering Journal, 1994, 27(3): 14–23. (in Chinese)

[10] Lu Xiaobin, Cheng-Tzu Thomas Hsu. Behavior of high strength concrete with and without steel fiber

reinforcement in triaxial compression [J]. Cement and Concrete Research, 2006, 36(9): 1679-1685.

- [11] Li V C, Mishra D K, Wu H C. Matrix design for pseudo strain-hardening fiber reinforced cementitious composites [J]. Materials and Structures, 1995, 28(183): 586-595.
- [12] Martinola G, Baeuml M F, Wittmann F H. Modified ECC by means of internal impregnation [J]. Journal of Advanced Concrete Technology, 2004, 12(2): 207–212.
- [13] Candappa D C, Sanjayan J G, Setunge S. Complete triaxial stress-strain curves of high-strength concrete [J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2001, 13(3): 209-215.
- [14] 高丹盈, 刘建秀. 钢纤维混凝土基本理论[M]. 北京: 科学技术文献出版社, 1994.

Gao Danying, Liu Jianxiu. Basic theory of steel fiber reinforced concrete [M]. Beijing: Science and Technology Literature Press, 1994. (in Chinese)

- [15] 过镇海. 混凝土的强度和变形——试验基础和本构关系[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.
 Guo Zhenhai. Strength and deformation of concrete-experimental basis and constitutive relation [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1997. (in Chinese)
- [16] 严少华,钱七虎,孙伟.钢纤维高强混凝土单轴压缩 下应力-应变关系[J].东南大学学报,2001,31(2):77-80.

Yan Shaohua, Qian Qihu, Sun Wei. Stress-strain relationship of high-strength stell fiber reinforced concrete in compression [J]. Journal of Southeast University, 2001, 31(2): 77–80. (in Chinese)

(上接第98页)

- [4] 谢康和. 砂井地基:固结理论、数值分析与优化设计
 [D]. 杭州:浙江大学, 1987.
 Xie Kanghe. Drain well: consolidation theory, numerical analysis and optimum design [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 1987. (in Chinese)
- [5] 徐妍. 考虑涂抹区渗透系数变化的砂井地基固结理论 研究[D]. 杭州:浙江大学, 2008.

Xu Yan. Study on the consolidation theory for vertical drains considering the variety of permeability within the smear zone [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2008. (in Chinese)

- [6] Tang X W. A study for consolidation of ground with vertical drain systems [D]. Saga: Saga University, 1998.
- [7] Tang X W, Onitsuka K. Consolidation of ground with partially penetrated vertical drains [J]. Geotechnical Engineering Journal, 1998, 29(2): 209-231.

[8] 莫海鸿,杨小平.基础工程[M].北京:中国建筑工业 出版社,2003.

Mo Haihong, Yang Xiaoping. Foundation engineering [M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2003. (in Chinese)

[9] 龚晓南. 高等土力学[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1998.

Gong Xiaonan. Advanced soil mechanics [M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 1998. (in Chinese)

[10] 卢萌盟,谢康和,王坤.考虑桩体内径向渗流的复合 地基固结解[J]. 固体力学学报,2009,30(2):155-161.
Lu Mengmeng, Xie Kanghe, Wang Kun. Analytical solutions for the consolidation of a compound foundation with consideration on the radial flow within the column [J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2009, 30(2): 155-161. (in Chinese)