

文章编号: 1000-4750(2012)02-0089-05

圆管拱结构平面外弹塑性二次分岔屈曲性能

剧锦三¹, 丁 敏¹, 郭彦林², 蒋秀根¹

(1. 中国农业大学土木系, 北京 100083; 2. 清华大学土木系, 北京 100084)

摘 要: 该文使用一种新的数值跟踪策略对无平面外支撑和有顶点平面外支撑的弹塑性圆管拱的平面外二次分岔屈曲的荷载-位移曲线的全过程进行跟踪分析, 得到了跨中集中荷载和全跨均布荷载作用下, 相同截面不同矢跨比的拱的平面外弹塑性二次分岔屈曲荷载, 将其与平面内二次分岔屈曲荷载比较。计算结果表明: 对于具有相同截面的无平面外支撑弹塑性圆管拱, 在跨中集中荷载作用下, 平面内二次分岔屈曲荷载小于平面外二次分岔屈曲荷载, 平面内二次分岔屈曲会先于平面外屈曲发生, 矢跨比 0.2 时平面外二次分岔屈曲荷载最大。全跨均布荷载作用下的拱平面外二次分岔屈曲会先于平面内二次分岔屈曲发生; 矢跨比 0.3 时平面外二次分岔屈曲荷载最大。矢跨比为 0.1 时, 拱的平面内与平面外屈曲荷载相差最大。对于有顶点平面外支撑拱, 在集中荷载作用下, 支撑对分岔屈曲荷载作用不明显, 只是改变了屈曲形式。全跨均布荷载作用下, 支撑可以大幅提高全跨均布荷载作用下拱的平面外屈曲荷载, 尤其是对矢跨比小的拱的影响更大一些, 平面外二次分岔屈曲会先于平面屈曲发生。

关键词: 拱结构; 弹塑性屈曲; 二次分岔屈曲; 平面外; 支撑

中图分类号: TU318; TU391 文献标志码: A

OUT-OF-PLANE SECONDARY BIFURCATION BUCKLING BEHAVIOR OF ELASTIC-PLASTIC CIRCLE TUBE ARCH

JU Jin-san¹, DING Min¹, GUO Yan-lin², JIANG Xiu-gen¹

(1. Department of Civil Engineering, China Agricultural University, Beijing 100083, China;

2. Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The out-of-plane secondary bifurcation buckling load-displacement equilibrium paths of an elastic-plastic arch are traced by a high-efficient tracing strategy. The elastic-plastic out-of-plane secondary bifurcation buckling load under a concentrated load at the top of the arch and a full-span distributed load are obtained, which are compared with that under in-plane ones. The calculation results show that: for elasto-plastic arches with the same section and without an out-of-plane brace, the in-plane secondary bifurcation buckling load is less than that of out-of-plane one under a concentrated load and it will occur before out-of-plane buckling; The out-of-plane secondary bifurcation load of the arch with a 0.2 rise-span ratio is the biggest. The out-of-plane secondary bifurcation buckling will occur before in-plane buckling when the arch is under a full-span distributed load and the out-of-plane secondary bifurcation load of the arch with a 0.3 rise-span ratio is the biggest. When the rise-span ratio is 0.1, the difference between in-plane and out-of-plane secondary buckling loads is biggest. For elasto-plastic arches with the out-of-plane brace at the arch apex, the effect of the brace on bifurcation buckling load is not obvious under a concentrated load and only the buckling modality is changed. However, the brace may

收稿日期: 2010-04-30; 修改日期: 2010-07-22

基金项目: 国家自然科学基金项目(50979108); 新世纪优秀人才支持计划项目(NCET-08-0542); 博士学科点基金项目(20100008110010)

通讯作者: 丁 敏(1980—), 女, 山东曲阜人, 讲师, 博士, 主要从事结构性能研究(E-mail: dingmin2008@gmail.com).

作者简介: 剧锦三(1969—), 男, 内蒙古包头人, 教授, 博士, 主要从事钢结构稳定研究(E-mail: jujinsan@tsinghua.org.cn);

蒋秀根(1966—), 男, 江苏大丰人, 教授, 硕士, 主要从事结构性能研究(E-mail: jiangxiugen@tsinghua.org.cn);

郭彦林(1958—), 男, 陕西人, 教授, 博士, 从事钢结构研究(E-mail: guoyl@tsinghua.edu.cn).

improve the out-of-plane buckling load significantly under a full span load especially for the arch with small rise-span ratios. The out-of-plane secondary bifurcation buckling will occur before in-plane one.

Key words: arch; elastic-plastic buckling; secondary bifurcation buckling; out-of-plane; brace

拱结构形式简洁, 受力合理, 被广泛应用于结构工程设计中。由于其对初始缺陷和微小的扰动非常敏感, 在对称荷载比如全跨均布荷载或跨中集中荷载作用下, 可能发生平面内的极值点屈曲或者二次分岔屈曲, 也有可能发生平面外的二次分岔屈曲(见图 1)^[1]。工程设计中一般只计算平面内的极限承载力, 对拱的平面外屈曲破坏则通过添加平面外支撑来控制。

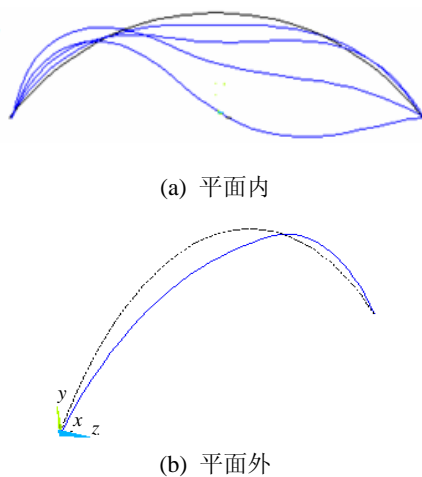


图 1 二次分岔屈曲

Fig.1 Econdary bifurcation buckling

如何施加平面外支撑, 加了支撑前后的平面外弹塑性屈曲和平面内弹塑性屈曲哪一个先发生, 哪一个控制因素, 对工程设计有重要意义。现有的研究还没有很好地回答这个问题。原因在于以下 2 个方面:

首先是计算方法上, 前人对二次分岔屈曲的研究也已经取得一些成果^[2-5], 其研究的关键点是如何确定分岔点及屈曲后平衡路径的跟踪, 但是其中的计算方法比较烦琐, 通常人为地把屈曲路径分成屈曲前和屈曲后来分别计算。还有一种初始缺陷法用有初始缺陷拱的屈曲荷载近似逼近无缺陷拱的二次分岔屈曲荷载的方法, 结果精度取决于初始缺陷的大小^[6-7], 是一种半经验的算法。本文采用的方法只有在第一步试算时引入初始缺陷, 在后续计算中是用无初始缺陷拱来模拟屈曲行为, 只是在逼近分岔屈曲荷载时才施加扰动, 故能很快收敛到精确解, 因此本文方法优于初始缺陷法^[8-10]。文中对不同矢跨比的拱在跨中集中荷载和全跨均布荷载

作用下的平面外弹塑性屈曲性能进行了研究, 同时考虑了几何大变形的影响。

其次, 前人的研究, 只是对跨中集中荷载和径向均布荷载作用下的拱的平面外稳定进行了分析, 没有讨论平面外支撑对平面外弹塑性极限承载力的影响。在很多实验和实际结构的破坏案例中, 平面外二次分岔屈曲往往是常见的破坏形式。本文使用等截面空间梁元, 对拱的平面外弹塑性稳定性特别是对无支撑和有一个跨中平面外支撑的拱在跨中集中荷载和全跨均布荷载作用下的平面外弹塑性稳定极限承载力进行了分析和探讨。该单元在小变形条件下, 在垂直截面平面方向可以考虑翘曲自由度。

1 基本理论

拱的截面是在复杂应力状态下, 某点应力状态由 6 个应力分量确定, 必须考虑它们的组合情况来判断材料进入塑性状态的标准。塑性理论一般包括 3 个部分:

1) 屈服准则: 即判断材料是否屈服的标准, 寻求不同类型材料的屈服函数; 文中应用 von Mises 准则来作为钢材的屈服准则。

2) 强化定律: 是指材料开始屈服后, 继续加载时屈服面在应力空间中移动模型, 文中采用随动强化模型。

3) 塑性应变与应力间的关系: 有 2 种类型的理论: 一个是塑性流动理论, 也称为增量理论, 讨论塑性应变增量与当前应力及应力增量间关系, 这是当前的主流理论; 另一个是形变理论, 或称全量理论。文中采用的即是增量理论。

本文采用的是静力加载过程。材料是理想弹塑性材料。

二次分岔屈曲研究中首先需要确定的关键点是如何找到分岔点, 也就是如何判断一个临界点是极值点还是分岔点。一般用如下准则判断:

$$\text{极值点: } \det[{}^c K_T] = 0; \quad {}^c z^T Q \neq 0 \quad (1)$$

$$\text{分岔点: } \det[{}^c K_T] = 0; \quad {}^c z^T Q = 0 \quad (2)$$

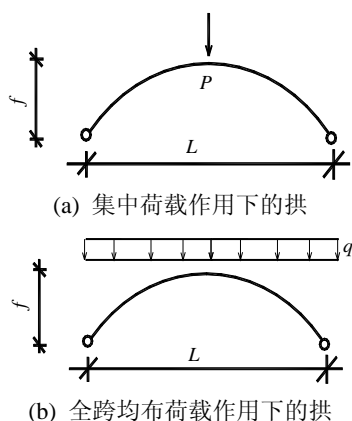
其中: ${}^c K_T$ 是结构在临界点的弹塑性刚度阵; ${}^c z$ 对应于刚度阵零特征值的特征向量; ${}^T Q$ 是荷载向量。

式(1)的物理意义是临界点的特征模态与荷载的方向一致, 结构屈曲时荷载会做功; 式(2)的物理意义是分岔点的特征模态与荷载向量正交, 所以荷载不做功。笔者发现并利用了一种新的迭代方法, 在通用软件中弧长法算法基础上, 进行了算法的二次开发。可以无限逼近精确解^[9-10], 得到式(2)所示准则中的平面外二次分岔临界点。

2 计算及分析

2.1 无支撑拱弹塑性结果及分析

文中讨论两种荷载形式, 包括跨中集中荷载(见图 2(a))和全跨均布荷载(见图 2(b))。材料和几何特性如下: 跨度 160m, 弹性模量 $E = 2.06 \times 10^5 \text{ MPa}$, 截面是圆管, 外径 1m, 内径 0.98m, 材料是理想弹塑性材料, 设计强度是 215MPa。约束拱脚的 x 方向、 y 方向、 z 方向的线位移和平面外绕拱脚连线的转角位移。拱顶支撑则只约束平面外的线位移。



(a) 集中荷载作用下的拱

(b) 全跨均布荷载作用下的拱

图 2 两端铰接拱
Fig.2 Hinged arch

从图 3 可以看到, 矢跨比 0.4 的拱在跨中集中荷载作用下, 从平面内的变形到平面外的变形是一种突变(见图 1)。与弹性结果相比, 弹塑性的拱在达到承载力极限时, 承载力迅速下降。这是因为达到弹塑性屈曲荷载时, 拱的 1/4 弧长和 3/4 弧长截面处此时已经进入塑性, 导致整体结构承载力下降。平面外的变形可见图 1(b)所示。图 4 中的荷载曲线表明, 矢跨比 0.2 的拱的屈曲荷载最大。不同矢跨比拱的平面内二次分岔屈曲荷载^[11]比平面外二次分岔屈曲荷载小, 因此平面内二次分岔屈曲首先发生。

从图 5 结果可见, 对于全跨均布荷载作用下矢跨比 0.25 的拱, 从平面内的变形到平面外的变形也是一种突变。从图 6 的结果可知, 矢跨比 0.1 时平面内二次分岔屈曲荷载最大, 矢跨比 0.3 时平面外

二次分岔屈曲荷载最大。平面外屈曲荷载小于平面内屈曲荷载, 且矢跨比为 0.1 时, 拱的平面内与平面外屈曲荷载相差最大。因此平面外二次分岔屈曲会在平面内二次分岔屈曲之前发生。这和集中荷载作用时首先发生的屈曲形式不同。

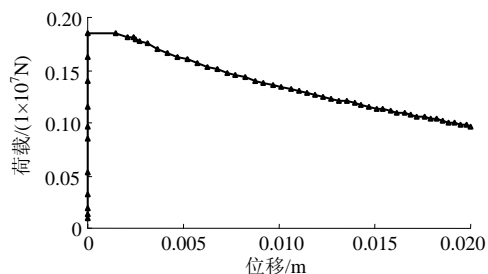


图 3 拱的顶点平面外荷载位移曲线

Fig.3 Out of plane load-displacement curve of arch apex

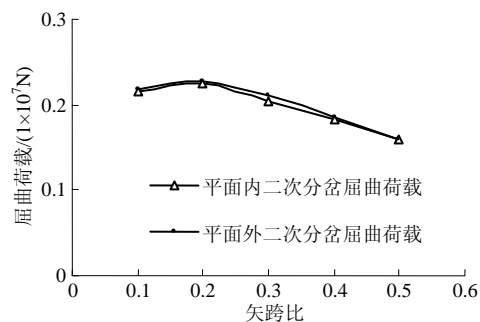


图 4 跨中集中荷载作用下不同矢跨比拱的极限承载力

Fig.4 Ultimate load carrying capacity of arch under concentrated load

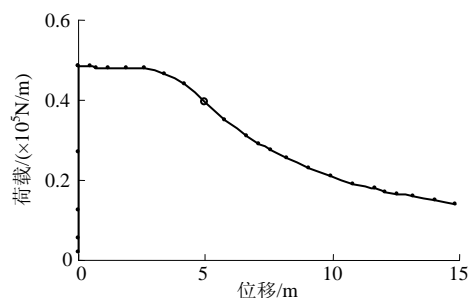


图 5 拱顶点平面外的荷载位移曲线

Fig.5 Out of plane load-displacement curve of arch apex

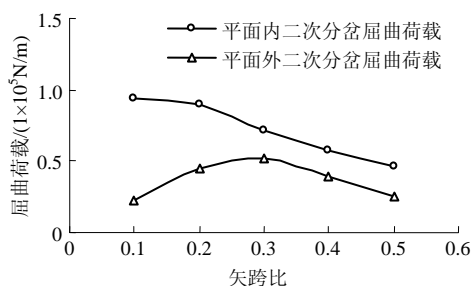


图 6 全跨均布荷载作用下不同矢跨比拱的屈曲荷载

Fig.6 Ultimate load carrying capacity of arch under distributed load

2.2 有支撑拱弹塑性平面外屈曲

在拱的顶点布置控制顶点平面外的水平位移的支撑。从图 7 可以看到, 矢跨比 0.3 的拱在跨中集中荷载作用下, 有平面外跨中支撑拱的 1/4 弧长点平面外的屈曲路径(如无特别说明, 本节荷载-位移图中所示位移全是拱的 1/4 弧长点的平面外水平位移)表明拱的变形是从平面内的变形突变到平面外的变形, 屈曲后的承载力迅速下降。对于全跨均布荷载作用下的拱, 从图 8 亦可得到类似的结论, 其中同时可见平面外和平面内的屈曲路径。平面外的变形见图 9 所示。

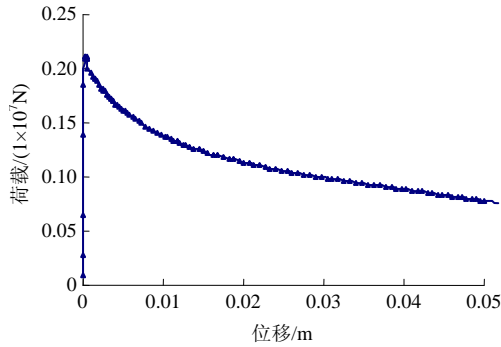


图 7 矢跨比 0.3 的拱的平面外的荷载位移曲线

Fig.7 Out of plane load-displacement curve of arch apex with 0.3 rise-span ratio

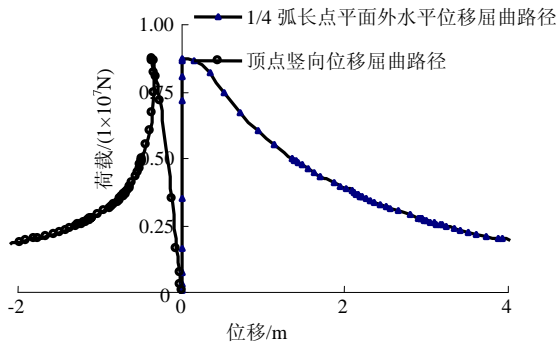


图 8 矢跨比 0.1 的拱的平面外荷载位移曲线

Fig.8 Out of plane load-displacement curve of arch apex with 0.1 rise-span ratio

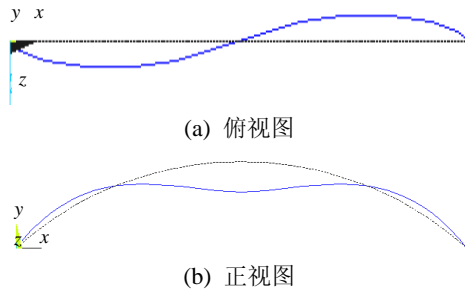


图 9 有支撑拱平面外的变形图

Fig.9 Buckling deformation of braced arch

由图 10、图 11 所示结果可见, 有平面外支撑的弹塑性拱, 在跨中集中荷载作用下, 平面外二次分岔屈曲荷载仍然略大于平面内二次分岔屈曲荷载, 说明平面外的支撑对集中荷载作用下的弹塑性拱的平面外屈曲荷载提高很小, 对比图 4 和图 10 中的结果, 可见有支撑拱的平面外屈曲荷载比无支撑拱略微有提高, 但改变了屈曲形式, 如图 9 所示。全跨均布荷载作用下则是平面外二次分岔屈曲荷载小于平面内二次分岔屈曲荷载, 矢跨比越大这个现象越明显。以矢跨比 0.1 的拱为例, 与图 6 结果相比可以看到平面外屈曲荷载由 $0.229 \times 10^5 \text{ N/m}$ 提高到 $0.946 \times 10^5 \text{ N/m}$, 等于平面内二次分岔屈曲荷

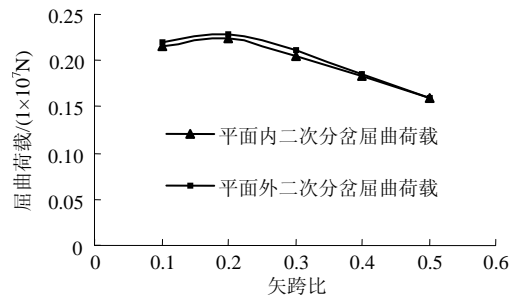


图 10 跨中集中荷载作用下不同矢跨比拱的极限承载力

Fig.10 Ultimate load carrying capacity of arch under concentrated load

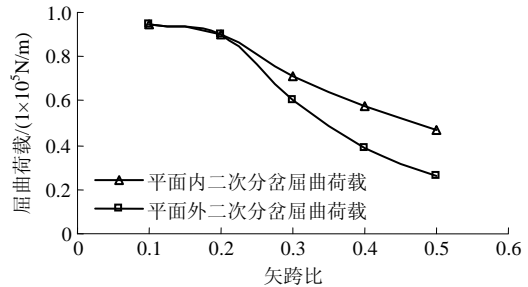


图 11 全跨均布荷载作用下不同矢跨比拱的屈曲荷载

Fig.11 Ultimate load carrying capacity of arch under distributed load

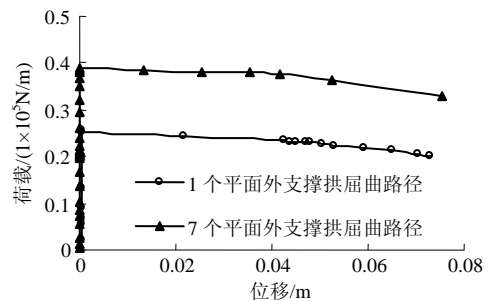


图 12 全跨均布荷载作用下矢跨比 0.5 的弹塑性拱的屈曲路径

Fig.12 Out of plane load-displacement curve of arch apex with 0.5 rise-span ratio

载。说明平面外跨中支撑大大提高了平面外的二次分岔屈曲荷载。因此均布荷载作用下拱的平面外的支撑对提高矢跨比小的弹塑性拱平面外极限承载力是非常有利的。

为了进一步说明在全跨均布荷载作用下平面外支撑数量对拱平面外二次分岔屈曲荷载的影响,图 12 分别给出了 1 个平面外支撑和 7 个支撑时,矢跨比 0.5 的拱的屈曲路径。很显然,平面外支撑减小了拱的平面外长细比,增大了平面外的极限承载力。

3 结论

对于具有相同截面的无平面外支撑弹塑性圆管拱:

(1) 在跨中集中荷载作用下弹塑性圆管拱,矢跨比 0.2 的拱的平面外二次分岔屈曲荷载最大,不同矢跨比的拱平面内二次分岔屈曲首先发生。

(2) 在全跨均布荷载作用下弹塑性圆管拱,矢跨比 0.3 时平面外二次分岔屈曲荷载最大,且平面外二次分岔屈曲会发生在平面内二次分岔屈曲之前。矢跨比为 0.1 时,拱的平面内与平面外屈曲荷载相差最大。

对于具有相同截面的有平面外支撑圆管拱:

(1) 在跨中集中荷载作用下,平面外二次分岔屈曲荷载仍然略大于平面内二次分岔屈曲荷载,说明平面外的支撑对集中荷载作用下的弹塑性拱的平面外极限承载力几乎没有影响,只是改变了屈曲形式。

(2) 全跨集中荷载作用下,平面外二次分岔屈曲荷载小于平面内二次分岔屈曲荷载,平面外二次分岔屈曲会首先发生;矢跨比越大二者相差越大。平面外的支撑不仅改变了屈曲形式,且对提高矢跨比小的弹塑性拱平面外二次分岔屈曲荷载非常有利。

参考文献:

- [1] Teng J G, Lou Y F. Analysis of bifurcation buckling in shell of revolution after axisymmetric snap-through [C]// Tien T ed. Proceedings of Asia-Pacific Conference on Shell and Spatial Structures. Beijing: China Civil Engineering Society, 1996: 579—586.
- [2] Sleeb A F, Gendy A S. Shear-flexible models for spatial buckling of thin-walled curved beams [J]. Journal of Numerical Methods in Engineering, 1991, 31(4): 729—759.
- [3] Pi Y L, Trahair N S. In-plane buckling and design of steel arches [J]. Journal of Structural Engineering, 1999, 125(11): 1291—1298.
- [4] Pi Y L, Trahair N S. Nonlinear inelastic analysis of steel beam-columns I: Theory [J]. Journal of Structural Engineering, 1994, 120(7): 2041—2061.
- [5] Pi Y L, Trahair N S. Nonlinear inelastic analysis of steel beam-columns II: Application [J]. Journal of Structural Engineering, 1994, 120(7): 2062—2085.
- [6] Teh L H, Clarke M J. Tracing secondary equilibrium paths of elastic framed structures [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1999, 125(12): 1358—1364.
- [7] Bradford M A, Pi Y L. Elastic flexural-torsional buckling of discretely restrained arches [J]. Journal of Structural Engineering ASCE, 2002, 118(6): 719—727.
- [8] Guo Y, Ju J. Effects of cables on the structure hybridized by I section arch and cables [C]// Zhao X L. Proceedings of the 7th International Symposium on Structural Failure and Plasticity. Australia: Tech Science Press, 2000: 1124—1128.
- [9] 剧锦三, 郭彦林, 刘玉擎. 拱结构的弹性二次屈曲性能[J]. 工程力学, 2002, 19(4): 109—112, 170.
Ju Jinsan, Guo Yanlin, Liu Yuqing. The secondary buckling behavior of elastic arch [J]. Engineering Mechanics, 2002, 19(4): 109—112, 170. (in Chinese)
- [10] Ju Jinsan, Guo Yanlin. In-plane secondary bifurcation of elastic arch [J]. Tsinghua Science and Technology, 2002, 7(3): 322—325.
- [11] 剧锦三, 蒋秀根, 郭彦林, 陈杰. 拱结构的弹塑性二次分岔屈曲性能. 工程力学, 2006, 23(9): 12—17, 5.
Ju Jinsan, Jiang Xiugen, Guo Yanlin, Chen Jie. The behavior of elasto-plastic secondary bifurcation buckling of arch [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(9): 12—17, 5. (in Chinese)