

文章编号: 1000-4750(2011)01-0026-05

# 基于 PEM 的结构二阶参数识别法的试验研究

\*李 健, 杨国龙, 徐天平, 王旭东

(广东省建筑科学研究院, 广州 510500)

**摘 要:** 汶川和玉树地震给人民的生命财产造成重大损失。震后的结构物鉴定是震后安置工作的重要内容。基于振动测试分析建筑物震后整体性能的是结构表面病害鉴定方法的必要补充。该文通过 3 层楼的结构模型试验研究基于最小预测误差法(PEM)的结构二阶参数识别法的表现。该系统识别方法通过将结构动力学中的状态空间模型展开为线性的 ARMAX/ARMA 模型, 再利用 PEM 方法识别模型参数, 可直接从结构动力响应中识别出结构质量、刚度、阻尼比等二阶参数。该方法有助于结构的重要参数鉴定, 也有助于结构健康监测系统中的损伤识别。

**关键词:** 损伤识别; 随机子空间法; 结构安全; 系统识别; 时程分析; 振动响应

中图分类号: TU317 文献标识码: A

## EXPERIMENTAL STUDY ON PREDICTION ERROR METHOD-BASED SECOND-ORDER STRUCTURE IDENTIFICATION ALGORITHM

\*LI Jian, YANG Guo-long, XU Tian-ping, WANG Xu-dong

(Guangdong Academy of Building Research, Guangzhou 510500, China)

**Abstract:** A seismic Disaster causes serious lose of people's life and properties. Building assessment is then one of the important works to rebuild the effected area. The globe property identification based on vibration data could be a critical supplement to the assessment technical only based on local damage identification. This paper studies the performance of the prediction error method (PEM)-based second order structural identification algorithms through a 3-storey model structure vibration test. By applying PEM method to identify the ARMAX/ARMA model derived from state space model, this identification method can identify second order model parameters such as mass, stiffness, damping ratios directly from measured vibration data. This system identification method can be used for investigating the structural properties and has potentials to be applied as a damage detection algorithm on structural health monitoring systems. To study the performance of this method, a 3-storey model structure is built. The identification results from measurements of vibration tests on this model structure including top story excitation tests and ground motion tests show that the PEM based second order structural system identification technique is capable of accurately identifying the second order parameters and locating and quantifying damages reasonably well in the context of real vibration test data.

**Key words:** damage assessment; stochastic subspace methods; structural safety; system identification; time series analysis; vibration response

收稿日期: 2008-12-24; 修改日期: 2010-10-27

基金项目: 广东省科技基础条件建设项目(2009B060200005)

作者简介: \*李 健(1977—), 男, 江西九江人, 高工, 博士, 从事结构健康监测与损伤识别方面的研究(E-mail: jil2sun@gmail.com);

杨国龙(1977—), 男, 广东梅州人, 高工, 硕士, 从事结构检测与鉴定方面的研究;

徐天平(1962—), 男, 湖北仙桃人, 教授级高工, 硕士, 从事结构检测与鉴定方面的研究;

王旭东(1983—), 男, 安徽安庆人, 硕士, 从事结构抗震及减震控制方面的研究(E-mail: wxdjwa@163.com).

近年来, 利用健康监测系统实时监测结构损伤、评定结构损伤程度的技术受到了学术界和工程界的广泛关注。因此, 基于结构动态振动监测识别结构损伤的系统识别方法成为结构健康监测系统的一个重要组成部分。系统识别作为从振动信号中提取结构参数的方法之一在结构健康监测系统的运用中受到广泛重视<sup>[1-4]</sup>。结构损伤通常可以体现在结构的模态参数、刚度和阻尼比的改变当中。因此, 从结构振动数据中提取的这些重要参数的改变能够反映结构的损伤乃至损伤位置和程度。

结构二阶振动方程通常可以利用状态空间公式转化为一阶差分方程。因此状态空间模型系统识别引起了研究者的广泛兴趣<sup>[2,5-9]</sup>。系统识别方法可以笼统分为有参数模型方法和无参数模型方法两种。其中有参数模型方法通常采用的模型包括: 状态空间模型、ARX 模型、ARMAX 模型等<sup>[2,10-14]</sup>。本文首先介绍一种基于最小预测误差法(PEM)的二阶参数识别方法。这种方法能够通过有限的结构响应测量识别结构刚度矩阵、质量矩阵、阻尼矩阵等参数。接着, 通过三层模型结构的试验研究, 验证该方法的准确性和有效性。并通过模拟结构损伤, 验证这种方法在震后结构损伤鉴定当中的运用。

## 1 PEM 的结构二阶参数识别法

本节简述基于最小预测误差法(PEM)的结构二阶参数识别法的理论推导, 关于该方法的详细理论介绍参见作者论文<sup>[15]</sup>。总体说来, 该方法通过状态空间方程, 将结构二阶振动方程展开为一阶方程, 并通过最小预测误差法(PEM)方法求解结构二阶参数。本方法适用于激振力已知及随机振动两种情况。当激振力已知时, 该方法可以通过结构响应及激振力量测解算出所有的结构二阶参数(质量矩阵、刚度矩阵和阻尼矩阵)。当激振力未知时, 通过假设激振力为广谱随机信号, 该方法能够通过单纯的结构响应量测值解算出部分结构二阶参数。两种模型均能够适用于仅量测了部分节点的结构响应情况。

### 1.1 激振力已知时二阶参数识别

为了从部分结构响应量测信号中求解结构二阶参数, 首先需要通过数学模型将两者直接关联起来。本方法中采用的数学模型是由结构振动状态空间方程中推导而来的。通过卡尔曼率波器, 线性时不变体系的状态空间方程可写做:

$$\hat{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + Bu_k + Ke_k \quad (1a)$$

$$y_k = C\hat{x}_k + Du_k + e_k \quad (1b)$$

其中:  $e_k \in \mathcal{R}m$  称为变子, 假设为零中值高斯白噪声;  $K \in \mathcal{R}N \times m$  是稳态卡尔曼矩阵,  $N$  是结构自由度数,  $m$  是响应测量自由度数矩阵;  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  是状态空间模型参数矩阵, 与结构二阶参数直接关联。这些一阶模型参数可以通过 N4SID 方法等直接从状态空间方程中识别出来。

如上所述, 虽然结构二阶参数与状态空间的一阶参数矩阵直接相关, 然而却无法直接从状态空间方程中求解出结构二阶参数, 这是因为方程中状态空间向量  $X$  无法准确识别出来, 而对于  $X$  的不同识别结果将导致不同的结构参数识别结果。因此, 为了直接将结构二阶参数与结构激振力即模型输入  $u_k$  和模型输出  $y_k$  关联起来, 需要消除式(1)中的状态空间向量  $\hat{x}$ 。通过引入向后操作因子  $q$ , 式(1)可转化为下式所示:

$$y_k = [C(qI - A)^{-1}B + D] \cdot u_k + [C(qI - A)^{-1}K] \cdot e_k + e_k \quad (2)$$

其中: 向后操作因子  $q$  定义为  $q^{-1}x_{k+1} = x_k$ ;  $I$  是一个  $2N \times 2N$  的特征矩阵。式(2)称为时域内的转换方程, 通过它能够将结构物理参数与结构输入向量、输出向量直接关联起来。通过假设需要识别的结构二阶参数为向量  $\theta$ , 将一阶矩阵  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  与未知二阶参数的关系代入式(2)中, 我们能够得到:

$$y_k = [C(\theta)(qI - A(\theta))^{-1}B(\theta) + D(\theta)] \cdot u_k + [C(\theta)(qI - A(\theta))^{-1}K(\theta)] \cdot e_k + e_k \quad (3)$$

接着采用矩阵分段描述方法(Matrix Fraction Descriptions(MFD))分解式(3)中的向后操作因子  $q$ 。关于 MFD 的详细介绍可参考 Ljung<sup>[12]</sup>。通过采用 MFD, 式(3)转化为:

$$\sum_{i=0}^{2N} h^{(i)} y_{k-i} = \sum_{i=0}^{2N} [C(\theta) \cdot G^{(i)}(\theta)^* \cdot B(\theta)] \cdot u_{k-i} + \sum_{i=0}^{2N} [D(\theta) \cdot h^{(i)}] \cdot u_{k-i} + \sum_{i=0}^{2N} \{ [C(\theta) \cdot G^{(i)}(\theta)^* \cdot K(\theta)] \cdot e_{k-i} \} + \sum_{i=0}^{2N} h^{(i)} e_{k-i} \quad (4)$$

通过合并同类项, 以式(4)最终转化为:

$$\sum_{i=0}^{2N} \alpha_i(\theta) \cdot y_{k-i} = \sum_{i=0}^{2N} \beta_i(\theta) \cdot u_{k-i} + \sum_{i=0}^{2N} \gamma_i(\theta) \cdot e_{k-i} \quad (5)$$

式(5)在形式上与广泛采用的线形模型 ARMAX, 不同的是方程中的一阶参数是与描述结

构动态特性的物理量  $\theta$  直接相关的。该模型就是我们最终用来识别结构二阶参数的数学模型。通过将状态空间模型展开为 ARMAX 模型, 结构物理参数如刚度矩阵、质量矩阵、阻尼矩阵等可直接与模型输入输出相关。未知结构参数向量  $\theta$  可通过采用 PEM 方法直接从式(5)中求解出。

本方法中, PEM 方法用来作为识别方法, PEM 方法通过最小化预测误差来识别未知模型参数<sup>[12]</sup>。假设第  $k$  步的模型预测误差为  $e(k, \theta)$ ,  $\theta$  是需要识别的结构参数向量。PEM 方法通过最小化下列范数求解方程:

$$J_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N l(e_F(t, \theta)) \quad (6)$$

其中:

$$e_F(k, \theta) = L(q)e(k, \theta) \quad (7)$$

是带权重的预测误差,  $L(q)$  是线性权重矩阵。通过该识别方法识别的结构二阶参数为:

$$\hat{\theta}_N^{PE} = \arg \min (J_N(\theta)) \quad (8)$$

该方法的求解可采用高斯-牛顿叠代法, 不同于最小方差法, 因为一阶参数与未知二阶参数的方程关系, 该方法是非线性求解过程。有关于高斯-牛顿叠代法求解该方程的具体细节参见文献[12]。简单说来, 每次叠代, 该方法调整参数值直到它满足求解要求。

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \alpha \Delta \theta_k \quad (9)$$

其中:  $\Delta \theta_k$  是第  $k$  步的叠代方向;  $\alpha$  是事先设定的正常数用于调整叠代步长。在高斯-牛顿叠代中:

$$\Delta \theta_k = [\phi^T W \phi]^{-1} \phi^T e_k \quad (10)$$

其中:  $W$  是自行定义的权重矩阵;

$$\phi = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial \hat{y}_1}{\partial \theta_d} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \hat{y}_N}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial \hat{y}_N}{\partial \theta_d} \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中:  $\hat{y}_k$  是结构响应  $y_k$  在第  $k$  步的预测值, 可用式(11)求得。

图 1 描述的是本文介绍的二阶参数识别法的流程图。叠代过程当通过式(6)计算所得的范数小于预先设定值时终止。为了开始这个叠代过程, 需要为各未知参数设定初始值。由于本方法主要用于识别具有物理意义的结构刚度、质量、阻尼等, 因此初始值可通过对结构参数的人为估计进行设定。

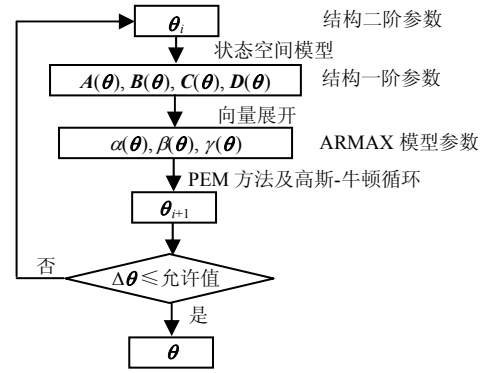


图 1 二阶参数识别方法的流程图

Fig.1 The flow chart of second-order structure identification algorithm

## 1.2 激振力未知时二阶参数识别

在许多工程运用实际情况中, 结构的激振力是不易准确测量的。在这些情况下, 结构的动态响应是唯一可以量测的物理量。因此, 单纯基于响应测量的结构识别方法更适合在工程运用中。单纯基于响应测量的结构识别方法通常假设系统是线性时不变体系。

通过假设系统输入具有高斯白噪声特性, 将式(1)中的系统输入项与预测误差项合并, 同样运用卡尔曼过滤器, 激振力未知时的线性时不变体系的状态空间方程可写做:

$$\hat{x}_{k+1} = A \hat{x}_k + K e_k \quad (12a)$$

$$y_k = C \hat{x}_k + e_k \quad (12b)$$

采用类似的推导方法, 最终需要识别的数学模型为:

$$\sum_{i=0}^{2N} h^{(i)} y_{k-i} = \sum_{i=0}^{2N} \{ [C(\theta) \cdot G^{(i)}(\theta)^* \cdot K(\theta)] \cdot e_{k-i} \} + \sum_{i=0}^{2N} h^{(i)} e_{k-i} \quad (13)$$

该模型具有 ARMA 模型相同的公式。与上节介绍的相同的 PEM 识别方法, 可通过此方程识别结构二阶参数。然而, 状态空间模型的一阶参数矩阵  $A$  和矩阵  $C$  是二阶参数质量矩阵、刚度矩阵  $M$ - $1C$  或  $M$ - $1K$  的方程。这表明, 通过识别矩阵  $A$  和矩阵  $C$ , 只能识别  $M$ 、 $C$  和  $K$  之间的相互关系。因此, 运用模型 13, 无法同时识别结构  $M$ 、 $C$  和  $K$  矩阵。必须先掌握部分参数, 方能识别剩余参数。虽然无法同时识别所有二阶参数, 该方法仍然能够广泛用于部分参数不变的情况下结构的损伤识别。

## 2 模型结构试验验证

为了检验本方法的有效性和准确性, 我们搭建

了3层楼的小尺寸结构模型并进行了一系列的振动试验(如图2所示)。结构模型由铝条和铝板构成,平面尺寸为30cm×30cm,楼层高度从下至上分别为25cm、25cm、22cm。模拟支撑柱的铝条宽度为2cm,各楼层的重量分别为1.795kg、1.795kg和2.365kg。

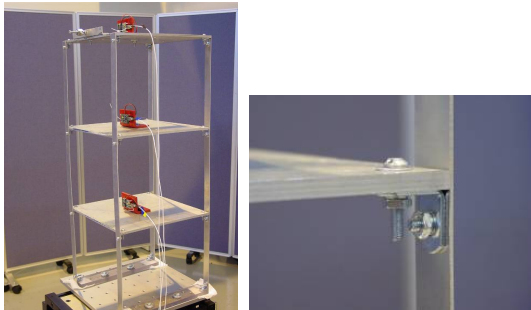


图2 模型结构  
Fig.2 Model structure

在结构模型上分别进行了两个系列的动态测试。试验系列1主要验证上文提到的激振已知的识别方法。在该系列试验中,在顶层对结构进行激振,激振力用美国 Piezotronics 公司的型号为 208C02 ICP(灵敏度 11.241m·V/N; 频率 0.001kHz—36kHz)的力传感器进行实时测量,每层楼的加速度响应用美国 Piezotronics 公司的型号为 333B32 的加速度传感器(灵敏度 100m·V/g; 频率 0.5Hz—3000Hz)同步测量。以上所有物理量的测量采集 2046 个点,1组力信号及对应的3个加速度响应时程用于识别所有的结构二阶参数。这一系列试验共包含5组不同试验,试验1在组装好的原结构模型上进行。试验2至试验4通过在不同楼层上附加相同的重物,验证识别方法在识别质量变化方面的效果。试验5通过松弛楼层2的螺栓连接模拟结构刚度变化。这一系列试验试图证明该识别方法能够一次性识别结构质量、刚度、阻尼等二阶参数,并能够通过这些参数的识别准确判断结构质量、刚度等物理量的变化,因此有潜力用于结构鉴定和结构健康监测当中。

如前文所述,本文介绍的识别方法可用于输入信号难于测量的情况下识别部分结构二阶参数。因此,系列2的试验用于验证这种情况下的识别效果。在该系列试验中,模型结构被设置在美国 APS 公司的型号为 113 的小型振动台上,通过振动台进行激振,但是激振力不进行测量。该系列试验包含4组试验,试验1和试验2中,振动台输入为0—50Hz的广谱白噪声。试验1中结构为完整的结构模型,

试验2中通过松弛2层的螺栓连接,引入刚度损失。试验3、试验4与试验1、试验2类似,不同的是振动台输入改成 ELC 地震波输入,验证在不满足识别方法关于白噪声输入假设的情况下的识别效果。所有的试验结果和结论,在下一节中进行讨论。

### 3 结果讨论

为了识别结构二阶参数,将3层结构模型理想化为3自由度的葫芦串模型,如图3所示。因此,包含3个质量参数、3个刚度参数、3个阻尼参数共9个二阶参数是需要识别的二阶参数。

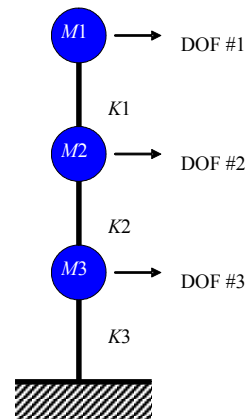


图3 3层模型结构的葫芦串模型

Fig.3 The string model of 3-storey model structure

在试验系列1中,顶层输入力及3个楼层的加速度响应是我们用于识别的已知量。表1列出的是试验系列1的第1组试验,即在原型结构上进行的试验的结果,并与理论计算的结构二阶参数进行对比。由于模型结构的阻尼比太小,以下的结果讨论中不进行过多讨论。通过表1的结果比较可以看出,实际的识别结果与理论计算结果非常接近。图4所示的是,实测的加速度时程曲线(虚线所示)与识别到的参数建立的数学模型生成的时程曲线(实线所示)的对比。通过该图型的对比,识别结果的准确性再次得到验证。

表1 试验系列1中的试验1识别结果  
Table 1 The identification results of test 1 series 1

|    | M1/kg    | M2/kg  | M3/kg | K1/(N/m) | K2/(N/m) |
|----|----------|--------|-------|----------|----------|
| 识别 | 2.36     | 1.78   | 1.83  | 1414.0   | 1323.1   |
| 理论 | 2.365    | 1.795  | 1.795 | 1409     | 1409     |
|    | K3/(N/m) | D1     | D2    | D3       |          |
| 识别 | 1926.6   | 0.0067 | 0.004 | 0.0166   |          |
| 理论 | 1994     | —      | —     | —        |          |

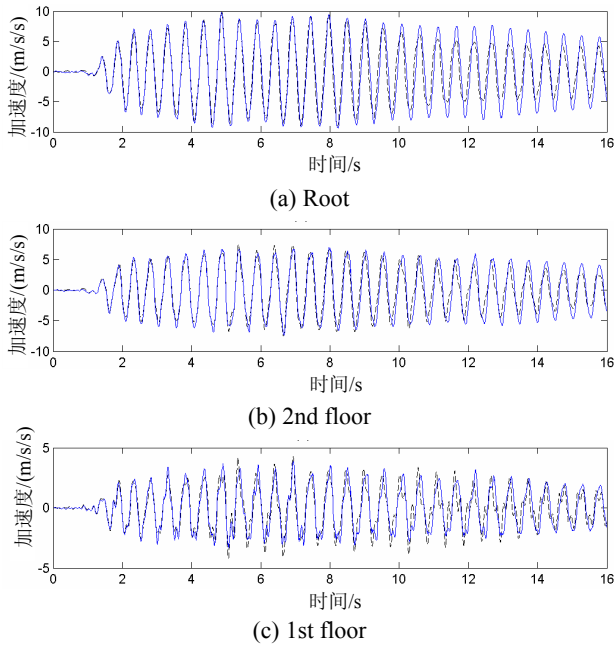


图4 试验结果与识别结果的时程曲线对比

Fig.4 The real-time curves comparison between test result and identification result

为了验证该识别方法在识别结构性能变化方面的表现, 试验系列 1 中进行了 4 组改变结构参数的试验, 结果列于表 2 当中。在这 4 组试验当中, 顶层输入力及各层的加速度响应用于结构参数识别。通过采用介绍的 PEM 识别方法, 9 个结构未知二阶参数能够同时被识别出来。这 4 组识别分别模拟楼层 1、楼层 2、楼层 3 的质量变化和在第 2 层拧松螺栓连接导致的刚度  $K1$  和  $K2$  的变化。通过结果可看出, 在其它物理量的识别结果未显著变化的情况下, 该识别方法能够准确识别出物理量变化的位置、变化程度等参数, 因此本方法能够作为一种结构鉴定和健康监测的有效手段。

表 2 试验系列 1 中的试验 2—试验 5 识别结果

Table 2 The identification results of test 2—5 series 1

|      | $M1/kg$    | $M2/kg$    | $M3/kg$    |
|------|------------|------------|------------|
| 质量变化 | 2.4        | 1.8        | 2.9        |
|      | 2.3        | 3.1        | 1.7        |
|      | 3.7        | 1.8        | 1.7        |
|      | $K1/(N/m)$ | $K2/(N/m)$ | $K3/(N/m)$ |
| 刚度变化 | 1252.2     | 1102.3     | 1907.3     |

在模型试验中, 我们对只量测响应输出的识别方法也进行了验证。如上文所述, 在输入未知的情况下, 式(13)的识别方法是基于输入是白噪声的假设, 而且只能识别部分结构二阶参数。因此, 试验系列 2 中模型结构采用小型振动台激振, 输入分别

为白噪声和 ELC 地震波, 输入力假设为未知不进行测量。在该系列试验中, 结构的质量和阻尼比假设为事前已知, 采用系列 1 中识别的数值, 3 个未知结构刚度通过输出信号的测量值进行识别。共包含 4 组试验, 分别为在原结构及刚度变化后结构上输入白噪声、ELC 地震波。需要指出的是, 由于刚度损失通过人工拧松 2 层螺栓来模拟, 所以与试验系列 1, 刚度损失发生在同一部位但是变化量并不相同。识别结果列于表 3 当中。从结果中可看出, 在白噪声输入的情况下, 只需要各层结构的加速度响应时程, 3 个刚度参数能够被准确识别, 并且刚度变化的部位和变化程度也被成功识别出来。但是当激振输入是 ELC 地震波时, 由于违反了白噪声输入假设, 得到的结果就不那么精确了。以刚度变化识别结果为例, 虽然成功判断出  $K1$  和  $K2$  的减小, 但是并未拧松螺栓的结构第三层层间刚度  $K3$  的识别结果也发生了明显变化。

表 3 试验系列 2 的识别结果

Table 3 The identification results of series 2

| 试验      |       | $K1/(N/m)$ | $K2/(N/m)$ | $K3/(N/m)$ |
|---------|-------|------------|------------|------------|
| 白噪声     | 原结构   | 1483.7     | 1363.4     | 1762.9     |
|         | 刚度变化后 | 1292.0     | 1274.8     | 1716.2     |
| ELC 地震波 | 原结构   | 1465.7     | 1331.4     | 2029.4     |
|         | 刚度变化后 | 1278.2     | 1194.9     | 1461.8     |

## 4 结论

结构二阶参数是直接描述结构特性的质量、刚度和阻尼等重要物理量。从结构振动测量信号中准确识别这些重要参数, 能够迅速简便的掌握结构性能, 了解结构性能变化, 对于结构性能的鉴定和结构实时健康监测有着重要的意义。本文介绍的基于 PEM 方法的结构二阶参数识别方法是一个简单准确直接识别结构二阶参数的有效方法。该方法能够充分考虑实用中的各种问题, 例如有限的测量值、仪器噪音, 输入力未知等情况。本文中, 该方法的有效性和准确性通过模型结构的试验得到了证明。模型试验模拟的不同的结构性能变化例如质量变化、刚度变化等均能够得到有效识别。这些均说明了该方法可以在激振力已知时作为有效的结构鉴定和健康监测手段, 尤其是在震后大量结构受损的情况下, 发挥其快速简便掌握结构整体性能的优势。

(参考文献转第 42 页)

- non-linear distributed in-plane loadings [J]. *Engineering Mechanics*, 2008, 25(10): 50—53. (in Chinese)
- [8] 史旭东, 王鑫伟. 受面内非均匀分布载荷的矩形板屈曲分析[J]. *航空学报*, 2006, 27(6): 1113—1116.  
Shi Xudong, Wang Xinwei. Analysis of buckling of rectangular plates subjected to non-uniformly distributed in-plane loading [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2006, 27(6): 1113—1116. (in Chinese)
- [9] Wang Xinwei, Wang Xinfeng, Shi Xudong. Accurate buckling loads of thin rectangular plates under parabolic edge compressions by the differential quadrature method [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2007, 49(4): 447—453.
- [10] Wang Xinwei, Gan Lifei, Zhang Yihui. Differential quadrature analysis of the buckling of thin rectangular plates with cosine-distributed compressive loads on two opposite sides [J]. *Advance in Engineering Software*, 2008, 39(6): 497—504.
- [11] 徐芝纶. 弹性力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1990.  
Xu Zhilun. *Elasticity mechanics* [M]. Beijing: Higher Education Press, 1990. (in Chinese)
- [12] Cowper G R, Lindberg G M, Olson M D. A shallow shell finite element of triangular shape [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1970, 6: 1133—1156.

(上接第 30 页)

#### 参考文献:

- [1] Ho B L, Kalman R E. Effective construction of linear state-variable models from input/output data [C]. *Proc. 3rd Annual Allerton Conference on Circuit and System Theory*, Univ. of Illinois, Urbana, IL: 449—459; also, *Regelungstechnik*, 1966, 14: 545—548.
- [2] Peeters B. *System identification and damage detection in civil engineering* [D]. Belgium: Katholieke Universiteit Leuven, 2000.
- [3] Peeters B, De Roeck G. Stochastic system identification for operational modal analysis: a review [J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, ASME, 2001, 123(12): 659—667.
- [4] Tseng D H, Longman R W, Juang J N. Identification of gyroscopic and nongyroscopic second order mechanical systems including repeated problems [J]. *Advances in the Astronautical Sciences*, 1994, 87: 145—165.
- [5] Wang D, Haldar A. Element-level system identification with unknown input [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 1994, 120(1): 159—176.
- [6] Lus H, De Angelis M, Betti R, Longman R W. Constructing second-order models of mechanical systems from identified state space realizations. Part I: Theoretical discussions [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 2003, 129(5): 489—501.
- [7] Lus H, De Angelis M, Betti R. A new approach for reduced order modeling of mechanical systems using vibration measurements [J]. *Journal of Applied Mechanics*, ASME, 2003, 70(9): 715—723.
- [8] Alvin K F, Park K C. Second-order structural identification procedure via state-space-based system identification [J]. *AIAA Journal*, 1994 32(2): 397—406.
- [9] De Angelis M, Lus H, Betti R, Longman R W. Extracting physical parameters of mechanical models from identified state-space representations [J]. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 2002, 69(5): 617—625.
- [10] Yun C B, Lee H J, Lee C G. Sequential prediction-error method for structural identification [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 1997, 123(2): 115—122.
- [11] Petsounis K A, Fassois S D. Parametric time-domain methods for the identification of vibrating structures — a critical comparison and assessment [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2001, 15(6): 1031—1060.
- [12] Ljung L. *System identification: Theory for the user* [M]. 2nd ed. Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 1999.
- [13] Agbabian M S, Masri S F, Miller R K, Caughey T K. System identification approach to detection of structural changes [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 1991, 117(2): 370—390.
- [14] Li J, Zhang Y, Y. Prediction error method-based second-order structural identification algorithm in stochastic state space formulation [J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2006, 35(6): 761—779.
- [15] Tseng D H, Longman R W, Juang J N. Identification of the structure of the damping matrix in second order mechanical systems [J]. *Advances in the Astronautical Sciences*, 1994, 87: 166—190.