

文章编号: 1000-4750(2012)08-0039-06

组合线圈磁场下的液桥热表面张力流

李 亮, 曾 忠, 姚丽萍, 陈朝波, 陈景秋

(重庆大学工程力学系, 重庆 400044)

摘 要: 为了优化外加磁场对对流控制作用, 该文主要研究了轴向载流线圈磁场, 横向四载流线圈磁场及其组合磁场对液桥热表面张力对流的控制。研究结果表明: 轴向载流线圈磁场可有效抑制熔体的径向流动, 并改善熔体对流的轴对称性; 而横向载流线圈磁场可有效地抑制熔体轴向的对流, 但是会破坏熔体对流的轴对称性。合理布置的轴向载流和横向四载流线圈的组合磁场同时保留了轴向载流线圈磁场的轴对称影响和横向四载流的轴向抑制作用, 可以达到更好的控制熔体对流的效果, 有利于从浮区法晶体生长中获得高质量晶体。

关键词: 热表面张力流; 磁场; 对流控制; 浮区法; 晶体生长; 数值模拟

中图分类号: O363 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2010.12.0868

THERMOCAPILLARY FLOW IN LIQUID BRIDGE UNDER MAGNETIC FIELD GENERATED BY COMBINED COIL CONFIGURATIONS

LI Liang, ZENG Zhong, YAO Li-ping, CHEN Chao-bo, CHEN Jing-qiu

(Department of Engineering Mechanics, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: In order to optimize convection control in a liquid bridge, the effects of the magnetic fields generated respectively by axial coils, transversal coils and their combination on thermocapillary flow are investigated. The results demonstrate that the magnetic field produced by axial coils can help suppress melt flow in the radial direction and improve the axisymmetry of a convection structure; and that the magnetic field produced by transversal coils, however, may break the axisymmetry of a convection structure while damping melt flow in the axial direction. Furthermore, the coupled favorable effect, weakened melt flow in the axial direction with an axisymmetrical convection structure, is obtained under the magnetic field produced by the combination of axial coils and transversal coils, thereby attaining a better effect on melt convection, and therefore high-quality crystal in floating zone crystal growth.

Key words: thermocapillary flow; magnetic field; convection control; floating zone; crystal growth; numerical simulation

微重力环境下, 浮力流将随重力的衰减而减弱, 非平衡表面张力引起的表面张力对流成为浮区法晶体生长中的主要流动。由于温度梯度导致表面张力梯度的增强, 熔体对流将产生失稳, 从而影响生长晶体的质量。因为硅等半导体熔体具有良好的

导电性, 磁场能够在运动的导电流体中感应出电流, 此电流与磁场相互作用, 产生洛伦兹力, 故外加磁场可成为控制半导体熔体对流的有效方法^[1-2]。

静态均匀磁场可以应用于浮区法半导体晶体生长中以控制熔体对流, 但是其存在缺陷。轴向均

收稿日期: 2010-12-01; 修改日期: 2012-01-16

基金项目: 国家自然科学基金项目(10872222); 重庆市科委自然科学基金计划项目(2009BB4207); 高等学校博士学科点专项科研基金博导类资助课题项目(20110191110037); 创新研究群体科学基金项目(50921063)

通讯作者: 曾 忠(1968-), 男, 重庆人, 教授, 博士, 从事流体力学研究(E-mail: zzeng@cqu.edu.cn)

作者简介: 李 亮(1987-), 男, 陕西安康人, 硕士生, 从事计算流体力学研究(E-mail: lilia@chalmers.se);

姚丽萍(1983-), 女, 湖北人, 博士生, 从事计算流体力学研究(E-mail: lpyao@yahoo.cn);

陈朝波(1982-), 男, 广西人, 硕士生, 从事计算流体力学研究(E-mail: chaobo1982@163.com);

陈景秋(1944-), 男, 贵阳人, 教授, 博士, 从事流体力学研究(E-mail: jqchen@cqu.edu.cn)

匀磁场可抑制熔体的径向和周向流动,有利于对流结构的轴对称性,但是不能直接抑制轴向流动,而作为对流驱动力的非平衡表面张力是沿轴向方向。因此,热表面张力流因磁场的对流抑制作用在径向无法穿透液桥而局限于自由表面附近的局部区域,液桥中心区域对流非常弱,这种对流结构在浮区法晶体生长中会产生严重的径向分凝现象^[3-8]。横向均匀磁场虽然可以有效地抑制轴向表面张力流动,但是会破坏晶体生长环境的轴对称性^[9-10]。与轴向均匀磁场相比,轴向载流线圈所产生轴向非均匀磁场在保证熔体对流的轴对称性效应的基础上,可以进一步改善熔体径向分凝现象^[11-14]。同时,为了优化横向均匀磁场对流控制的非轴对称性,文献[7,15]提出了采用横向四载流线圈磁场控制对流。结果表明,合理设计的横向四载流线圈产生的非均匀磁场也可以有效地改善熔体对流的轴对称性。

针对轴向和横向均匀磁场对流控制的缺陷,以及载流线圈非均匀磁场对流控制的现状,本文采用基于有限体积法的三维数值模拟手段,展开轴向载流线圈和横向载流线圈组合产生的非均匀磁场对液桥表面张力流的对流控制研究。

1 数学物理模型

半浮区液桥模型是浮区法晶体生长的一种简化模型,由液柱和上下两个不同固定温度的同心圆板组成。半浮区液桥模型可以捕捉到浮区法晶体生长中熔体表面张力流的主要对流特性,因此,其广泛用于研究浮区法晶体生长中的表面张力流。本文采用的圆柱形半浮区液桥模型^[16-18]如图1所示,液桥高度为 H ,半径为 R ,高径比 $A_s(=H/R)=1$ 。液桥上下边界分别为高温和低温固壁,温度分别为 T_{top} 和 T_{bottom} ,且 $\Delta T=T_{top}-T_{bottom}>0$ 。假设液桥自由表面上的表面张力为温度的线性函数,随着温度的增加而线性减小,具有下面的表达式:

$$\sigma = \sigma_0 - \sigma_k T \quad (1)$$

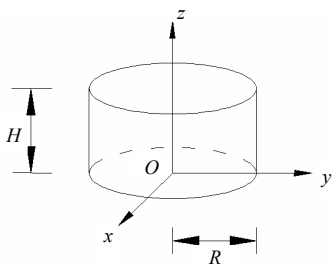


图1 半浮区液桥模型

Fig.1 Geometry and coordinate system of the half-zone model

其中: σ_0 为参考温度下的表面张力; σ_k 为表面张力系数。

1.1 基本控制方程

假设熔体为不可压缩牛顿流体,在微重力环境下,忽略重力的影响,分别采用 H 、 $(\sigma_k \Delta T)/\mu$ (μ 为动力学粘度)、 $\rho(\sigma_k \Delta T/\mu)^2$ 、 $(\mu H)/(\sigma_k \Delta T)$ 、 B_0 和 $\sigma_k \Delta T B_0 H/\mu$ 作为长度、速度、压力、时间、磁场和电势特征尺度,得到在外部磁场作用下液桥表面张力流的无量纲化控制方程为^[7,14,18-19]:

$$\nabla \cdot \mathbf{U}^* = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}^*}{\partial t^*} + \mathbf{U}^* \cdot \nabla \mathbf{U}^* = -\nabla P^* + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{U}^* + \frac{Ha^2}{Re} [-\nabla \varphi^* + \mathbf{U}^* \times \mathbf{B}^*] \times \mathbf{B}^* + \mathbf{F}_s^* \delta(r^* - R^*) \quad (3)$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + (\mathbf{U}^* \cdot \nabla) T^* = \frac{1}{Re \cdot Pr} \nabla^2 T^* \quad (4)$$

$$\nabla^2 \varphi^* = \nabla \cdot (\mathbf{U}^* \times \mathbf{B}^*) \quad (5)$$

其中: φ^* 为电势; δ 为Kronecker算符; $\mathbf{F}_s^* \delta(r^* - R^*)$ 代表表面张力只作用在自由表面上; \mathbf{F}_s^* 的表达式为:

$$\mathbf{F}_s^* = \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial T^*}{\partial x^*} \mathbf{i}^* + \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \mathbf{j}^* + \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \mathbf{k}^* \right] \quad (6)$$

其中, \mathbf{i}^* 、 \mathbf{j}^* 、 \mathbf{k}^* 分别代表 x^* 方向、 y^* 方向和 z^* 方向的单位矢量。无量纲化的温度为: $T^* = \frac{T - T_{bottom}}{\Delta T}$; $\mathbf{U}^* = (u^*, v^*, w^*)$ 为无量纲速度矢量,其分量分别沿 x 方向、 y 方向和 z 方向; P^* 为无量纲压力。Reynolds数, Prandtl数, Hartmann数分别定义为: $Re = \frac{\sigma_k \Delta T H}{\mu \nu}$, $Pr = \frac{\nu}{\kappa}$ (ν 运动学粘度, κ 热扩散系数), $Ha = B_0 H \sqrt{\sigma_e / \mu}$ (σ_e 为电导率)。

本文数值模拟热表面张力流,选取半导体熔体典型参数^[13] $Pr=0.01$ 和 $Re=5000$ 。

无量纲边界条件:

$$z^*=0 \text{ 固壁: } u^*=v^*=w^*=0, T^*=0, \mathbf{j}_e^* \cdot \mathbf{n}^* = 0,$$

$$z^*=1 \text{ 固壁: } u^*=v^*=w^*=0, T^*=1, \mathbf{j}_e^* \cdot \mathbf{n}^* = 0,$$

自由表面上:绝热,无熔体穿过自由表面, $\mathbf{j}_e^* \cdot \mathbf{n}^* = 0$ (\mathbf{n}^* 单位法向量),其中电流 \mathbf{j}_e^* 为: $\mathbf{j}_e^* = -\nabla \varphi^* + (\mathbf{U}^* \times \mathbf{B}^*)$ 。

1.2 Biot-Savart 定律

载流线圈产生的非均匀磁场的空间分布采用Biot-Savart定律^[7,19]来计算,可表示为:

$$\mathbf{B} = \oint \frac{\mu_m}{4\pi} \left(\frac{Id\mathbf{l} \times \mathbf{a}}{a^3} \right) \quad (7)$$

其中： μ_m 为真空磁导率； $Id\mathbf{l}$ 为电流元； \mathbf{a} 为电流元指向磁场空间点的矢量， a 为该矢量的大小。这里非均匀磁场的计算忽略了载流线圈的直径的影响^[14]。以 $B_0 = \mu_m I/H$ 和 H 作为磁场和长度的特征尺度，无量纲化的 Biot-Savart 定律可表示为：

$$\mathbf{B}^* = \frac{1}{4\pi} \oint \left(\frac{d\mathbf{l}^* \times \mathbf{a}^*}{a^{*3}} \right) \quad (8)$$

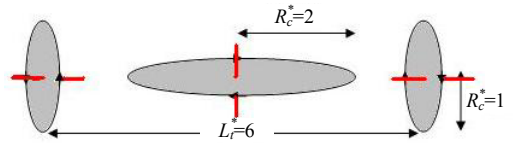
2 数值计算和结果分析

为保证数值计算的可靠性，本文对液桥表面张力流的计算程序进行了有效性验证^[7,14]；根据数值解对网格的依赖性的验证，最终求解区域采用 $50 \times 60 \times 50$ 的结构化网格。为提高求解精度，网格在自由表面和上下固壁边界附近进行了局部加密。文中采用有限体积法研究了两种组合线圈磁场对液桥对流的影响：轴向一载流线圈与横向四载流线圈组合产生的磁场、轴向二载流线圈与横向四载流线圈组合产生的磁场。轴向一载流线圈和轴向二载流线圈的无量纲半径 $R_c^* = 2$ ，轴向一载流线圈位于 $z^* = 0.5$ ，而轴向二载流线圈磁场对称面位于 $z^* = 0.5$ ，两线圈无量纲距离为 $L_i^* = 1$ ；横向四载流线圈的半径取 $R_c^* = 1$ ，正对的线圈的相对距离取 $L_i^* = 6$ ，且取反向的电流如图 2 和图 3 所示。

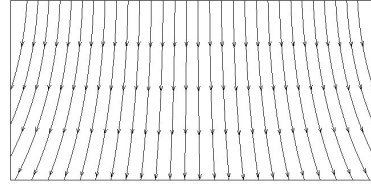
2.1 表面张力对流

无磁场条件下， $Re = 5000$ 时的熔体对流已经产生了第一次失稳，由二维轴对称流动转变为三维定常流动^[16]。如图 4 所示，熔体 $z^* = 0.5$ 切面上的温度分布和速度矢量均已失去了轴对称性，表现出明显的三维流动特性。熔体 $z^* = 0.5$ 切面上的温度在自由表面附近形成了两对热区和冷区，而速度矢量也呈现出双涡对流动。从图 4(b)可以看出，熔体 $z^* = 0.5$ 切面上的流动在自由表面上沿周线方向是从低温区流向高温区，这一流动方向与表面张力的沿周线驱动力方向是相反的，该结果表明半浮区液桥的周向流动并不是表面张力驱动的，周向流动只是流体动力学失稳的结果，该结果与文献[16]结果完全一致。

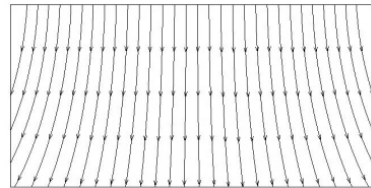
然而，浮区法半导体晶体生长的过程中，熔体的三维非轴对称流动特性不利于高质量晶体生长，应用外加磁场可对其进行控制。



(a) 轴向一载与横向四载组合线圈的示意图
(正前后方的线圈对没有画出)



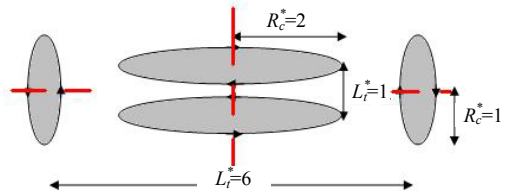
(b) $x^* = 0$ 切面磁力线分布



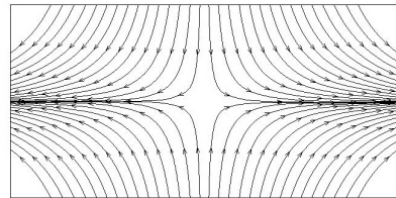
(c) $y^* = 0$ 切面的磁力线分布

图 2 组合线圈示意图及磁力线分布

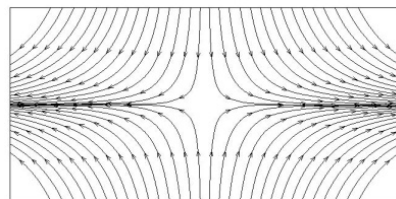
Fig.2 Sketch of combined coil and its magnetic line



(a) 轴向二载与横向四载组合线圈的示意图
(正前后方的线圈对没有画出)



(b) $x^* = 0$ 切面磁力线分布



(c) $y^* = 0$ 切面的磁力线分布

图 3 组合线圈示意图及磁力线分布

Fig.3 Sketch of combined coils and its magnetic line

2.2 载流线圈磁场的对流控制

静态磁场通过抑制熔体对流以改善晶体生长条件。根据静态磁场的对流控制机理^[14]，轴向载流线圈磁场对径向的对流抑制较强，但难以有效抑制轴向对流。

如图 4(a)、图 5(a)和图 6(a)所示, 与无磁场条件相比, 轴向一载流线圈和二载流线圈产生的非均匀磁场作用下, 熔体的轴对称性都得到很好地改善; 轴向的温度分布也主要以扩散为主, 如图 7(a)和图 8(a)所示。从图 9(a)可以看出, 轴向一载流线圈磁场与均匀轴向磁场的作用类似, 由于磁场对径向对流的强抑制作用, 自由表面张力流局限于自由表面附近, 热表面张力流无法直接穿透液桥, 液桥中心区域对流很弱, 其会引起晶体生长的径向分凝现象。而在轴向二载流线圈磁场的作用下, 熔体 $x=0$ 切面上熔体对流完全穿透了熔体, 熔体径向分布的均匀性得到较好的改善, 如图 10(a)所示。结果表明, 从改善轴向磁场引起的晶体生长的径向分离现象的角度而言, 轴向二载流线圈比轴向一载流线圈磁场可以达到更好的控制熔体对流的效果, 该结果与文献[14]的结果一致。

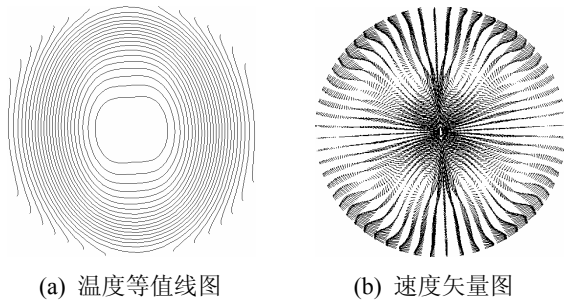
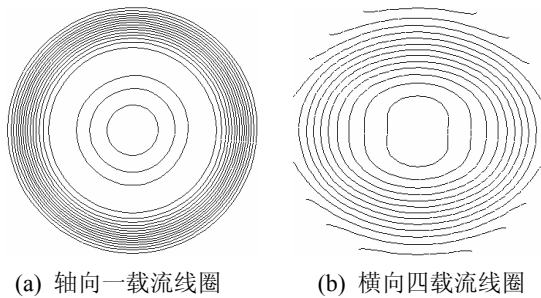


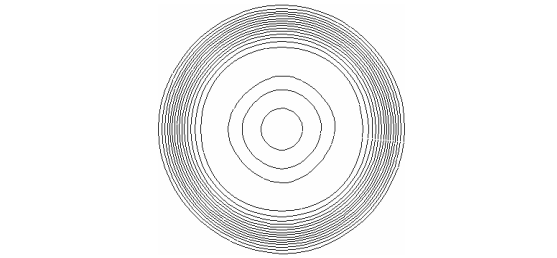
图4 无磁场作用液桥 $z^*=0.5$ 切面上的温度等值线和速度矢量($Pr=0.01, Re=5000, As=1$)

Fig.4 Temperature isotherms and velocity vectors at $z^*=0.5$ without magnetic fields, with $Pr=0.01, Re=5000, As=1$

与无磁场作用时的对流相比, 横向载流线圈磁场可以有效地抑制熔体轴向的对流, 但是不能保证熔体的轴对称性。如图 4(a)和图 5(b)所示, 横向四载流线圈的磁场作用下, 液桥 $z=0.5$ 切面上的温度分布出现了一对冷区和热区, 温度分布为非轴对称的。但是, 横向四载流线圈磁场作用下熔体的径向对流完全穿透了熔体, 可以避免轴向一载线圈磁场引起的径向分凝的问题, 如图 9(b)所示。

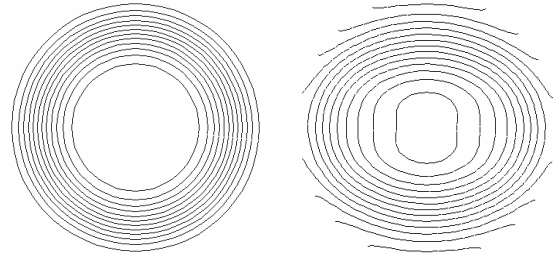


(a) 轴向一载流线圈 (b) 横向四载流线圈

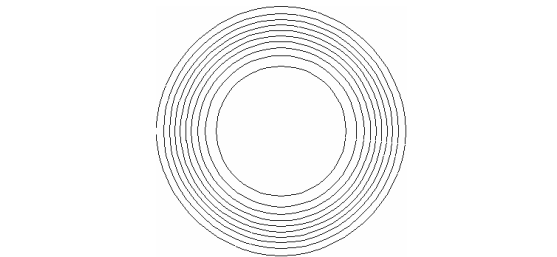


(c) 轴向一载流线圈和横向四载流线圈的组合

图5 液桥 $z^*=0.5$ 切面上的温度等值线, $Ha=100$
Fig.5 Temperature isotherms at $z^*=0.5$, with $Ha=100$

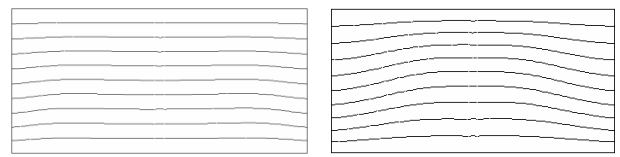


(a) 轴向二载流线圈 (b) 横向四载流线圈

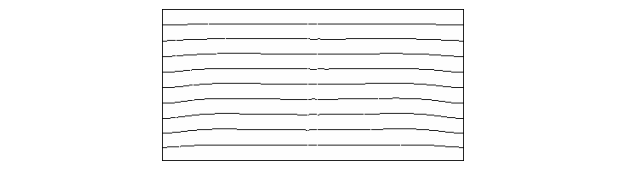


(c) 轴向二载流线圈和横向四载流线圈的组合

图6 液桥 $z^*=0.5$ 切面上的温度等值线, $Ha=100$
Fig.6 Temperature isotherms at $z^*=0.5$, with $Ha=100$

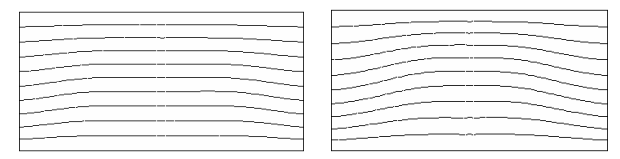


(a) 轴向一载流线圈 (b) 横向四载流线圈

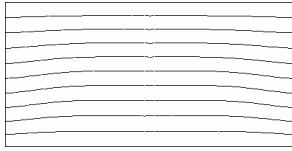


(c) 轴向一载流线圈和横向四载流线圈的组合

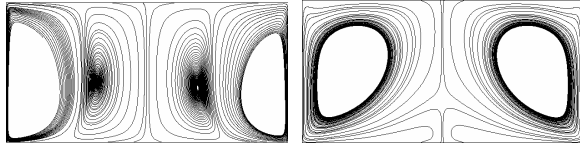
图7 液桥 $x^*=0$ 切面上的温度等值线, $Ha=100$
Fig.7 Temperature isotherms with $Ha=100$



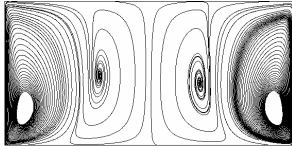
(a) 轴向二载流线圈 (b) 横向四载流线圈



(c) 轴向二载流线圈和横向四载流线圈的组合
图 8 液桥 $x^*=0$ 切面上的温度等值线, $Ha=100$
Fig.8 Temperature isotherms with $Ha=100$



(a) 轴向一载流线圈 (b) 横向四载流线圈



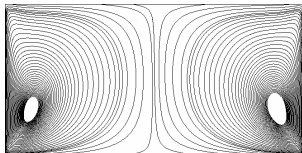
(c) 轴向一载流线圈和横向四载流线圈的组合
图 9 液桥 $x^*=0$ 切面上的流线, $Ha=100$
Fig.9 Streamlines at $x^*=0$, with $Ha=100$

2.3 组合线圈的对流控制

轴向线圈和横向线圈的组合磁场保留了轴向载流线圈对液桥对流的轴对称性影响, 消除了横向四载流线圈对熔体流动的非轴对称影响。如图 5(c) 和图 6(c) 所示, 轴向一载流线圈和横向四载流线圈的组合以及轴向二载流线圈和横向四载流线圈的组合磁场作用下, 液桥 $z=0.5$ 切面上的温度等值线均为轴对称分布。组合磁场对对流的抑制作用使得液桥 $x=0$ 切面的温度分布呈现近似线性分布, 温度分布以热扩散为主, 如图 7(c) 和图 8(c) 所示。



(a) 轴向二载流线圈 (b) 横向四载流线圈



(c) 轴向二载流线圈和横向四载流线圈的组合
图 10 液桥 $x^*=0$ 切面上的流线, $Ha=100$
Fig.10 Streamlines at $x^*=0$ with $Ha=100$

从图 9 和图 10 可以得到, 组合磁场作用下液桥 $x=0$ 切面的对流结构分别与轴向一载和轴向二载流线圈磁场作用下熔体的对流结构很相似。这是由于横向四载流线圈距离熔体较远, 因而抑制作用相

对较弱, 而轴向磁场相对较强的缘故。从表 1 也可以看出, 横向四载流线圈对熔体对流的抑制作用相对较弱, 由于该抑制作用, 液桥的平均速度降低 10%, 最大速度降低 8.4%。从图 9 和图 10 也可以看出, 轴向二载与横向四载的组合比轴向一载与横向四载的组合的对流控制效果更优。轴向二载与横向四载的组合磁场作用下, 熔体轴向对流穿透了整个液桥, 该对流有利于消除熔体径向分凝现象; 而轴向一载与横向四载的组合磁场作用下, 熔体自由表面附近会形成局部强对流, 从而产生径向分凝现象, 不利于高质量晶体的形成。

从表 1 可以得到, 相对于无磁场作用下的熔体对流速度场, 轴向一载流线圈产生的磁场作用下, 液桥的平均速度降低 56.7%, 最大速度降低 24.7%; 轴向二载流线圈作用下, 液桥的平均速度降低 40.3%, 最大速度降低 24.2%; 即轴向二载流线圈的对流抑制作用相对轴向一载流线圈较弱。轴向一载流线圈和横向四载流线圈的组合产生的磁场作用下, 液桥的平均速度和最大速度分别降低了 57.4% 和 25.8%; 而轴向二载流线圈和横向四载流线圈的组合产生的磁场作用下, 液桥的平均速度和最大速度分别降低了 48.7% 和 27.2%, 表明组合磁场下的对流抑制作用相对更强。

表 1 不同类型线圈磁场作用下液桥的平均速度和最大速度, $Ha=100$

Table 1 The average velocity and maximum velocity under different magnetic fields, with $Ha=100$

线圈类型	液桥的平均速度	液桥最大速度
无磁场	0.020994	0.0781213
(1) 轴向一载流线圈	0.009087567	0.05880101
(2) 轴向二载流线圈	0.012528950	0.05924043
(3) 横向四载流线圈	0.0207794	0.07158568
(1)+(3)组合	0.008925276	0.05798426
(2)+(3)组合	0.01076189	0.05685994

3 结论

本文数值模拟了轴向载流线圈, 横向四载流线圈以及其组合磁场对液桥表面张力流的对流抑制作用。轴向载流线圈磁场所产生的非均匀磁场对熔体径向的对流抑制较好, 可以改善熔体对流的轴对称性, 但是其对熔体轴向的对流抑制作用是有限的。而横向载流线圈磁场更利于抑制熔体轴向对流, 但是会影响熔体的轴对称性。

轴向载流和横向四载流线圈的组合磁场作用下, 液桥的平均速度和最大速度都得到较好地抑

制, 而应用组合磁场可以达到更好的对流控制和抑制作用, 从而可以避免对流的失稳和保证对流的轴对称性, 以利于高质量晶体的生长。

参考文献:

- [1] Peng L, Meng H Y, Li Z. Axial magnetic field influence on thermocapillary convection in detached solidification under microgravity [J]. *Microgravity Science and Technology*, 2011, 23(1): 141—147.
- [2] Sadik D, Hamdi S. Liquid phase electroepitaxy of semiconductors under static magnetic field [J]. *CrystEngComm*, 2011, 13(19): 5619—5633.
- [3] Dold P, Cröll A, Benz K. Floating-zone growth of silicon in magnetic fields. I. Weak static axial fields [J]. *Journal of Crystal Growth*, 1998, 183(4): 545—553.
- [4] Cröll A, Szofran F, Dold P, et al. Floating-zone growth of silicon in magnetic fields. II. Strong static axial fields [J]. *Journal of Crystal Growth*, 1998, 183(4): 554—563.
- [5] Pablo V de, Rivas D. Effect of an axial magnetic field on the flow pattern in a cylindrical floating zone [J]. *Advances in Space Research*, 2005, 36(1): 48—56.
- [6] Kaiser T, Benz K. Floating-zone growth of silicon in magnetic fields. III. Numerical simulation [J]. *Journal of Crystal Growth*, 1998, 183(4): 564—572.
- [7] Li X H, Zeng Z, Yao L P, et al. Influence of transverse magnetic field on thermocapillary flow in liquid bridge [J]. *Crystal Research and Technology*, 2011, 46(3): 249—254.
- [8] Lan C W. Effect of axisymmetric magnetic fields on radial dopant segregation of floating-zone silicon growth in a mirror furnace [J]. *Journal of Crystal Growth*, 1996, 169(2): 269—278.
- [9] Jr G Robertson, Oconnor D. Magnetic field effects on float-zone Si crystal growth. II-Strong transverse fields. III-Strong axial fields [J]. *Journal of Crystal Growth*, 1986, 76(1): 110—122.
- [10] Cröll A, Benz K. Static magnetic fields in semiconductor floating-zone growth [J]. *Progress in Crystal Growth and Characterization of Materials*, 1999, 38(1/2/3/4): 7—38.
- [11] Morthland T, Walker J. Thermocapillary convection during floating-zone silicon growth with a uniform or non-uniform magnetic field [J]. *Journal of Crystal Growth*, 1996, 158(4): 471—479.
- [12] Li K, Hu W R. Magnetic field design for floating zone crystal growth [J]. *Journal of Crystal Growth*, 2001, 230(1): 125—134.
- [13] Li K, Hu W R. Numerical simulation of magnetic field design for damping thermocapillary convection in a floating half-zone [J]. *Journal of Crystal Growth*, 2001, 222(3): 677—684.
- [14] Chen C B, Zeng Z, Mizuseki H, et al. Thermocapillary convection of liquid bridge under axisymmetric magnetic fields [J]. *Materials Transactions*, 2008, 49(11): 2566—2571.
- [15] 陈朝波. 微重力环境下液桥对流及其磁场控制的数值模拟研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2008.
Chen Chaobo. Thermocapillary flow and convection control by magnetic field in liquid bridge under microgravity [D]. Chongqing: Chongqing University, 2008. (in Chinese)
- [16] Levenstam M, Amberg G. Hydrodynamical instabilities of thermocapillary flow in a half-zone [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1995, 297: 357—372.
- [17] Zeng Z, Mizuseki H, Higashino K, et al. Direct numerical simulation of oscillatory Marangoni convection in cylindrical liquid bridges [J]. *Journal of Crystal Growth*, 1999, 204(3): 395—404.
- [18] Zeng Z, Mizuseki H, Shimamura K, et al. Marangoni convection in model of floating zone under microgravity [J]. *Journal of Crystal Growth*, 2001, 229(1): 604—304.
- [19] Bednarz T. Numerical and experimental analyses of convection of paramagnetic fluid in a cubic enclosure [D]. Japan: Kyushu University, 2004.