

文章编号: 1000-4750(2011)03-0029-06

扩展特征系统实现算法 在结构模态参数识别中的应用

祁泉泉, *辛克贵, 崔定宇

(清华大学土木工程系, 土木工程安全与耐久教育部重点实验室, 北京 100084)

摘 要: 特征系统实现算法(ERA)需要以自由响应或脉冲数据作为前提, 而实际工程中, 随机荷载作用下的响应较为常见。该文在 ERA 算法的基础上进行扩展, 引入观测马科夫(Observer Markov)参数, 推导并提出扩展特征系统实现算法(EERA), 使其可以应用于随机荷载下的强迫振动响应, 提高计算精度。该文首先引入 3 个自由度数值模拟试验, 利用 EERA 进行模态参数识别, 与精确解比较表明该文算法有效可靠, 与 ERA 结果比较表明该文算法可以提高精度, 然后在实验室环境下对一个 4 层框架结构进行了振动台实验, 利用无线传感技术获得 El Central 地震波激励下的结构加速度响应, 利用 EERA 识别此框架结构的模态参数, 结果有效可靠, 为实际工程应用提供了一定的可能性。

关键词: 模态参数识别; 特征系统实现算法(ERA); 马科夫算子; 无线传感技术; 强迫振动响应

中图分类号: TU311.3 **文献标识码:** A

THE APPLICATION OF THE EXTENDED EIGENSYSTEM REALIZATION ALGORITHM FOR STRUCTURAL MODAL PARAMETER IDENTIFICATION

QI Quan-quan, *XIN Ke-gui, CUI Ding-yu

(Department of Civil Engineering, Tsinghua University,

Key Laboratory of Civil Engineering Safety and Durability of China Education Ministry, Beijing 100084, China)

Abstract: The eigensystem realization algorithm is one of the global time domain methods for modal parameter identification, and it is widely used recently for its high accuracy and fast speed. The essence of ERA is using the measured impulse response or free response to perform identification; however, the forced vibration response is more commonly desired in the real project. Based on ERA, the paper presents the extended eigensystem realization algorithm (EERA) which could be used along with the measured forced response, and improve the accuracy by the observer Markov parameter. The identification of a 3-NDOF numerical simulation via EERA demonstrates the proposed method's validity and accuracy through the comparison among exact results, EERA results, and ERA results. Then a laboratorial shaking table test of a four-story frame structure was conducted under the excitation of El Central earthquake wave, and acceleration responses were recorded by the wireless sensing technology. The modal parameters of the four-story frame structure were identified accurately by the EERA method, showing the possibility of its application in real projects.

收稿日期: 2009-10-25; 修改日期: 2010-12-09

基金项目: 国家自然科学基金项目(50878117)

作者简介: 祁泉泉(1984—), 男, 江苏人, 博士生, 从事结构工程研究(E-mail: qiquan46@gmail.com);

*辛克贵(1950—), 男, 四川人, 教授, 博士, 博导, 从事结构工程与工程力学领域研究(E-mail: xkg-dci@tsinghua.edu.cn);

崔定宇(1985—), 男, 重庆人, 博士生, 从事结构工程研究(E-mail: cdy2008310043@gmail.com).

Key words: modal parameter identification; eigensystem realization algorithm; Markov parameter; wireless sensing technology; forced vibration response

模态参数识别方法的理论及应用目前仍然是结构动力学反问题研究的主要内容^[1]。模态参数包括频率、阻尼和振型,模态参数识别则是基于动力特性的结构损伤检测及诊断中的一个重要环节,其识别结果的精准与否直接影响后续检测工作的进行。模态参数识别方法主要分为频域法和时域法两类,在以往的研究中,两类方法均得到发展和应用^[2]。特征系统实现算法(ERA)^[3]是一种多输入输出的时域技术,它只需要较短的自由响应数据识别参数,并且识别速度快,对低频、密频、重频有很强的识别能力,并且可以得到系统的最小实现,以便于控制应用,在航空航天领域和结构损伤检测方面得到广泛应用。

特征系统实现算法(ERA)的基本思想是利用实测脉冲响应或者自由响应数据,集成 Hankel 矩阵并对其进行奇异值分解,寻找系统的一个最小实现,并将该实现变换为特征值规范型。Juang 首次将 ERA 思想应用到结构动力学领域^[3],为了减小噪音的影响, Juang 又将数据相关技术应用于 ERA 中,形成了 ERA/DC 方法^[4]。国内李蕾红将该算法推广至常力强迫响应^[5],林贵斌引入小波算法进行去噪^[6], Qin 对算法进行改进并运用到青马大桥的模态参数识别,他用 RD 方程把随机响应转化成自由

响应^[7]。ERA 算法与其他算法进行有机结合也产生了一些成果^[8-9]。上述文献大部分都是直接测量结构的脉冲响应或者自由响应,而在实际工程中大部分结构承受随机荷载,如地震荷载、风荷载等,人们一般利用传感器可获取结构的强迫振动响应。

本文引入观测马科夫(Markov)参数,推导并提出扩展特征系统实现算法(EERA),使其可以应用于已知随机强迫振动的问题。本文首先引入 3 个自由度数值模拟试验,利用 EERA 进行模态参数识别,分别与精确解和 ERA 解进行了比较,然后在实验室环境下对一个 4 层框架结构进行了振动台实验,利用无线传感技术共获得 El Control 地震波激励下的结构加速度响应,再次利用 EERA 识别此框架结构的模态参数。

1 扩展特征系统实现算法(EERA)

扩展特征系统实现算法(EERA)是在特征系统实现算法的基础上,通过数学变化,把线性离散结构体系的状态模型转化为一种新的观测模型,通过新的观测模型求解观测 Markov 参数,进而求得实际 Markov 参数,再利用 ERA 进行参数识别。具体流程如图 1 所示。

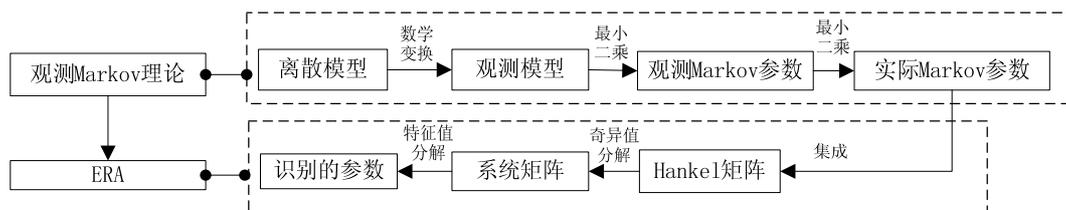


图 1 扩展特征实现算法流程图

Fig.1 Flow chart of EERA

1.1 特征系统实现算法(ERA)

对于一个 n 维线性离散结构体系,其离散状态方程为:

$$\begin{cases} x[k+1] = Ax[k] + Bu[k] \\ y[k] = Cx[k] + Du[k] \end{cases}, k=1,2,\mathbf{L} \quad (1)$$

状态空间变量 $x(k) \in R^{2n}$, 输出变量 $y(k) \in R^q$, 输入变量 $u(k) \in R^m$ 。 $x(0)$ 是初始状态, A 、 B 、 C 和 D 分别为系统矩阵、控制矩阵、观测矩阵和输入观测矩阵。输出变量 $y(k)$ 可以是位移、速度或者加速

度,当 $y(k)$ 不同的时候,矩阵 A 和矩阵 B 是不变的,仅矩阵 C 和矩阵 D 进行相应改变。若采用的是脉冲响应,式(1)可以简化为:

$$\begin{cases} x[k+1] = Ax[k] + Bu[k] \\ y[k] = Cx[k] \end{cases}, k=1,2,\mathbf{L} \quad (2)$$

系统的脉冲响应,亦即 Markov 参数,可以表示为:

$$Y_k = CA^{k-1}B, k=1,2,\mathbf{L} \quad (3)$$

构造 Hankel 矩阵:

$$H(k-1) = \begin{bmatrix} Y_k & Y_{k+1} & \mathbf{L} & Y_{k+s-1} \\ Y_{k+1} & \mathbf{O} & \mathbf{L} & Y_{k+s} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ Y_{k+r-1} & Y_{k+r} & \mathbf{L} & Y_{k+r+s-2} \end{bmatrix}_{qr \times ms} \quad (4)$$

其中, r 和 s 为任意正整数。

对 $H(0)$ 进行奇异值(SVD)分解:

$$H(0) = P_{qr \times ms} \Sigma_{ms \times ms} U_{ms \times ms}^T \quad (5)$$

P 和 U 分别为左右奇异向量矩阵, Σ 为对角阵,

$$\Sigma = \text{diag}(s_1 \ s_2 \ \mathbf{L} \ s_r \ \mathbf{L} \ \mathbf{O} \ \mathbf{L} \ 0), \ r < ms \quad (6)$$

设:

$$E_m = [I_{m \times m} \ 0_{m \times (s-1)m}]^T; \quad E_q = [I_{q \times q} \ 0_{q \times (r-1)q}]^T;$$

$$P_n = P[:, 1:2n]; \quad U_n = U[:, 1:2n];$$

$$\Sigma_n = \text{diag}(s_1 \ s_2 \ \mathbf{L} \ s_{2n}).$$

最小实现矩阵则可由下式得到^[3]:

$$\begin{aligned} A &= \Sigma_n^{-1/2} P_n^T H(1) U_n \Sigma_n^{-1/2}, \\ B &= \Sigma_n^{-1/2} U_n^T E_m, \\ C &= E_q^T P_n \Sigma_n^{-1/2}. \end{aligned} \quad (7)$$

之后对矩阵 A 进行特征值分解, 则得到最小实现的结构模态参数。

$$AY = YZ \quad (8)$$

其中:

$$Z = \text{diag}(z_1, z_2, \mathbf{L}, z_{2n}), \quad Y = (y_1 \ y_2 \ \mathbf{L} \ y_{2n}) \quad (9)$$

$$\begin{cases} z_{2i-1} = e^{(I_i^R + iI_i^I)\Delta t}, & y_{2i-1} = R_i + iI_i, \\ z_{2i} = e^{(I_i^R - iI_i^I)\Delta t}, & y_{2i} = R_i - iI_i \end{cases}, \quad i=1, 2, \mathbf{L}, n \quad (10)$$

则结构模态参数的阻尼自然频率 w_i 和模态阻尼比 z_i 的表达式如下:

$$w_i = \sqrt{(I_i^R)^2 + (I_i^I)^2}, \quad z_i = \frac{I_i^I}{w_i} \quad (11)$$

引入 MAC^[3,10] 指标来判断是真实的模态还是噪音模态:

$$\text{MAC}_i = \frac{|\hat{q}_{ii}^* \hat{q}_i|}{|\hat{q}_{ii}^* \hat{q}_i|^{1/2} \cdot |\hat{q}_i^* \hat{q}_i|^{1/2}} \quad (12)$$

其中上标 “*” 表示复转置,

$$\begin{aligned} \hat{q}_i &= [b_i^* \ z_i b_i^* \ z_i^2 b_i^* \ \mathbf{L} \ z_i^{s-1} b_i^*]^*, \\ [b_1 \ b_2 \ \mathbf{L} \ b_n]^* &= y^{-1} B = y^{-1} S_n^{1/2} U^T E_m, \\ [\bar{q}_1 \ \bar{q}_2 \ \mathbf{L} \ \bar{q}_n] &= (y^{-1} S_n^{1/2} U^T)^*. \end{aligned}$$

1.2 观测 Markov 参数

式(1)可以表示成输入输出关系的方程:

$$y(i) = CA^i x(0) + \sum_{t=0}^{i-1} CA^{i-t-1} Bu(t) + Du(i) \quad (13)$$

定义 $CA^{k-t-1} B = Y_{k-t-1}$, 并且对于零初始条件的结构, 式(13)可以写成:

$$y(i) = \sum_{t=0}^{i-1} Y_{i-t-1} u(t) + Du(i) = \sum_{t=0}^{i-1} Y_t u(i-t-1) + Du(i) \quad (14)$$

用矩阵的形式表达式(14), 如下式:

$$y_{q \times l} = Y_{q \times ml} U_{ml \times l} \quad (15)$$

其中:

$$U_{ml \times l} = \begin{bmatrix} u(0) & u(1) & u(2) & \mathbf{L} & u(l-1) \\ & u(0) & u(1) & \mathbf{L} & u(l-2) \\ & & u(0) & \mathbf{L} & u(l-3) \\ & & & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ & & & & u(0) \end{bmatrix},$$

$$y_{q \times l} = [y(0) \ y(1) \ y(2) \ \mathbf{L} \ y(l-1)],$$

$$Y_{q \times ml} = [D \ CB \ CAB \ \mathbf{L} \ CA^{l-2} B].$$

式(15)表明 Markov 参数矩阵 $Y_{q \times ml}$ 有 $(l-1)$ 个 Markov 参数和矩阵 D 组成, 其中 Markov 参数为所求。式(15)有 $q \times ml$ 个未知数, 但是只有 $q \times l$ 方程, 因此对于 $m > 1$ 的情况下, $Y_{q \times ml}$ 的解是不唯一的, 因此 $Y_{q \times ml}$ 只能在 $m=1$ 的条件下确定。在 $m=1$ 条件下, 如果输入 $u(0)=0$ 或者输入信号数量和质量不满足要求, 那么 $U_{ml \times l}$ 则会出现奇异, 那么 $Y_{q \times ml}$ 的结果则是不够精确的。而且一般情况下, 在实验数据处理中, 通常会根据结构体系是否渐进稳定来进行合理近似^[11], 可是对于阻尼较小的空间结构体系, 近似方法不再适用。

通过对式(1)做数学变换, 得到一个新的观测模型:

$$\begin{aligned} x(i+1) &= Ax(i) + Bu(i) + M_a y(i) - M_a y(i) = \\ &= (A + M_a C)x(i) + (B + M_a D)u(i) - M_a y(i) \end{aligned} \quad (16)$$

即:

$$\begin{cases} x(i+1) = \bar{A}x(i) + \bar{B}v(i) \\ y(i) = Cx(i) + Du(i) \end{cases} \quad (17)$$

其中: $\bar{A} = A + M_a C$; $\bar{B} = [B + M_a D \ -M_a]$;

$$v(i) = \begin{bmatrix} u(i) \\ y(i) \end{bmatrix}.$$

对于一个线性离散结构体系, M_a 是不唯一的, 只要保证矩阵 \bar{A} 是稳定的^[11]。式(1)和式(17)虽然在数学上是一致的, 但是表达方式以及输入变量是不同的, 可以把式(17)看做观测方程^[12], 因此式(17)中的 Markov 参数可以称作观测 Markov 参数, 则

式(17)的输入输出矩阵表达式为:

$$\mathbf{y}_{q \times l} = \bar{\mathbf{Y}}_{q \times [(q+m)(l-1)+m]} \mathbf{V}_{[(q+m)(l-1)+m] \times l} \quad (18)$$

其中:

$$\mathbf{V}_{[(q+m)(l-1)+m] \times l} = \begin{bmatrix} u(0) & u(1) & u(2) & \mathbf{L} & u(l-1) \\ & v(0) & v(1) & \mathbf{L} & v(l-2) \\ & & v(0) & & v(l-3) \\ & & & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ & & & & v(0) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{y}_{q \times l} = [y(0) \ y(1) \ y(2) \ \mathbf{L} \ y(l-1)],$$

$$\bar{\mathbf{Y}}_{q \times [(q+m)(l-1)+m]} = [\mathbf{D} \ \mathbf{C}\bar{\mathbf{B}} \ \mathbf{C}\bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{B}}\mathbf{L} \ \mathbf{C}\bar{\mathbf{A}}^{l-2}\bar{\mathbf{B}}].$$

通过选择合适的矩阵 \mathbf{M}_a , 可以获得期望的矩阵 $\bar{\mathbf{A}}$ 的特征值, 进而观测方程所表达的观测结构体系是渐进稳定的^[11-12], 那么当时间步长 p 足够大以后, 当 $i \geq p$ 时 $\mathbf{C}\bar{\mathbf{A}}^i\bar{\mathbf{B}} \approx 0$, 式(18)可以近似为:

$$\mathbf{y}_{q \times l} = \bar{\mathbf{Y}}_{q \times [(q+m)p+m]}^r \mathbf{V}_{[(q+m)p+m] \times l}^r \quad (19)$$

其中:

$$\mathbf{V}_{[(q+m)p+m] \times l}^r = \begin{bmatrix} u(0) & u(1) & u(2) & \mathbf{L} & u(p-1)\mathbf{L} & u(l-1) \\ & v(0) & v(1) & \mathbf{L} & v(p-2)\mathbf{L} & v(l-1) \\ & & v(0) & \mathbf{L} & v(p-3)\mathbf{L} & v(l-1) \\ & & & \mathbf{O} & \mathbf{M} & \mathbf{L} & \mathbf{M} \\ & & & & v(0) & \mathbf{L} & v(l-p-1) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{y}_{q \times l} = [y(0) \ y(1) \ y(2) \ \mathbf{L} \ y(l-1)],$$

$$\bar{\mathbf{Y}}_{q \times [(q+m)p+m]}^r = [\mathbf{D} \ \mathbf{C}\bar{\mathbf{B}} \ \mathbf{C}\bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{B}}\mathbf{L} \ \mathbf{C}\bar{\mathbf{A}}^{p-1}\bar{\mathbf{B}}].$$

观测 Markov 参数则可以通过式(19)右乘 \mathbf{V}^r 的伪逆 $(\mathbf{V}^r)^+$ 近似得到, 即:

$$\bar{\mathbf{Y}}_{[q \times (q+m)p+m]}^r = \mathbf{y}_{q \times l} (\mathbf{V}_{[(q+m)p+m] \times l}^r)^+ \quad (20)$$

1.3 实际 Markov 参数与观测 Markov 参数关系

重新表达式 (15) 中 $\mathbf{Y}_{q \times [(q+m)p+m]}^r$ ($\mathbf{Y}_{q \times ml}$ 前 $m + (q+m)p$ 列) 以及式(19)中的 $\bar{\mathbf{Y}}_{q \times [(q+m)p+m]}^r$:

$$\mathbf{Y}_{q \times [(q+m)p+m]}^r = [\mathbf{D} \ \mathbf{C}\bar{\mathbf{B}} \ \mathbf{C}\bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{B}}\mathbf{L} \ \mathbf{C}\bar{\mathbf{A}}^{p-1}\bar{\mathbf{B}}] = [\mathbf{Y}_{-1} \ \mathbf{Y}_0 \ \mathbf{Y}_1 \ \mathbf{L} \ \mathbf{Y}_{p-1}] \quad (21)$$

$$\bar{\mathbf{Y}}^r = [\mathbf{D} \ \mathbf{C}\bar{\mathbf{B}} \ \mathbf{C}\bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{B}}\mathbf{L} \ \mathbf{C}\bar{\mathbf{A}}^{p-1}\bar{\mathbf{B}}] = [\bar{\mathbf{Y}}_{-1} \ \bar{\mathbf{Y}}_0 \ \bar{\mathbf{Y}}_1 \ \mathbf{L} \ \bar{\mathbf{Y}}_{p-1}] \quad (22)$$

其中: $\bar{\mathbf{Y}}_{-1} = \mathbf{D}$,

$$\bar{\mathbf{Y}}_k = \mathbf{C}\bar{\mathbf{A}}^k\bar{\mathbf{B}} =$$

$$[\mathbf{C}(\mathbf{A} + \mathbf{M}_a\mathbf{C})^k(\mathbf{B} + \mathbf{M}_a\mathbf{D}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} + \mathbf{M}_a\mathbf{C})^k\mathbf{M}_a] = [\bar{\mathbf{Y}}_k^{(1)} \ \bar{\mathbf{Y}}_k^{(2)}]; \quad k=0,1,2,\mathbf{L}.$$

此时的 $\bar{\mathbf{Y}}_{-1}$ 和 \mathbf{Y}_{-1} 是 $q \times m$ 矩阵, 而其他的 Markov

参数均是 $q \times (m+q)$ 矩阵。经过推导^[11], 可以得到用观测 Markov 参数来表达的实际 Markov 参数:

$$\mathbf{Y}_k = \bar{\mathbf{Y}}_k^{(1)} + \sum_{i=0}^{k-1} \bar{\mathbf{Y}}_i^{(2)} \mathbf{Y}_{k-i-1} + \bar{\mathbf{Y}}_k^{(2)} \mathbf{D} \quad (23)$$

其矩阵表达式为:

$$\begin{bmatrix} I \\ -\bar{\mathbf{Y}}_0^{(2)} & I \\ -\bar{\mathbf{Y}}_1^{(2)} & -\bar{\mathbf{Y}}_0^{(2)} & I \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} \\ -\bar{\mathbf{Y}}_{k-1}^{(2)} & -\bar{\mathbf{Y}}_{k-2}^{(2)} & -\bar{\mathbf{Y}}_{k-3}^{(2)} & \mathbf{L} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_0 \\ \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{Y}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Y}}_0^{(1)} + \bar{\mathbf{Y}}_0^{(2)} \mathbf{D} \\ \bar{\mathbf{Y}}_1^{(1)} + \bar{\mathbf{Y}}_1^{(2)} \mathbf{D} \\ \bar{\mathbf{Y}}_2^{(1)} + \bar{\mathbf{Y}}_2^{(2)} \mathbf{D} \\ \mathbf{M} \\ \bar{\mathbf{Y}}_k^{(1)} + \bar{\mathbf{Y}}_k^{(2)} \mathbf{D} \end{bmatrix}.$$

1.4 EERA 算法步骤

1) 选取参数 p 以确定观测 Markov 参数的个数。所选择的参数 p 要足够大, 一般至少为结构体系矩阵秩的 4 倍—5 倍。

2) 根据输入和输出数据形成数据矩阵 $\mathbf{y}_{q \times l}$ 和 $\mathbf{V}_{[(q+m)p+m] \times l}^r$ 或者 $\mathbf{y}_{q \times l}$ 和 $\mathbf{U}_{mp \times l}^r$; 利用最小二乘法求解观测 Markov 参数以及矩阵 \mathbf{D} 。

3) 求解实际结构体系的 Markov 参数, 获得结构脉冲响应, 集合 Hankel 矩阵 $\mathbf{H}(0)$ 和矩阵 $\mathbf{H}(1)$ 。

4) 对 $\mathbf{H}(0)$ 作奇异值分解, 并重新组合相关矩阵, 获得结构系统矩阵 \mathbf{A} 、矩阵 \mathbf{B} 和矩阵 \mathbf{C} 。

5) 对矩阵 \mathbf{A} 作特征值分解, 获取结构的模态参数数据以及相关指标。

2 试验研究

2.1 数值试验

采用文献[5]的算例 2, 三自由度弹簧阻尼质量系统(SDM), $m_1 = 2\text{kg}$, $m_2 = 1.5\text{kg}$, $m_3 = 1\text{kg}$, $k_1 = 3\text{N/m}$, $k_2 = 2\text{N/m}$, $k_3 = 1\text{N/m}$, $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.2 & 0.6 & -0.1 \\ 0 & -0.1 & 0.3 \end{bmatrix}$, 输入数据和输出数据见图 2,

其中输出位移采用 Newmark- β 数值分析方法(平均常加速度法)获得, 仅采用前 3s 脉冲响应(图 3)利用本方法进行模态参数识别, 识别结果见表 1 和表 2。

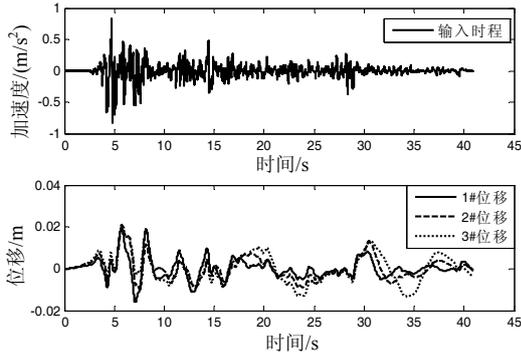


图 2 SDM 的输入输出时程曲线

Fig.2 Input and output history responses of SDM

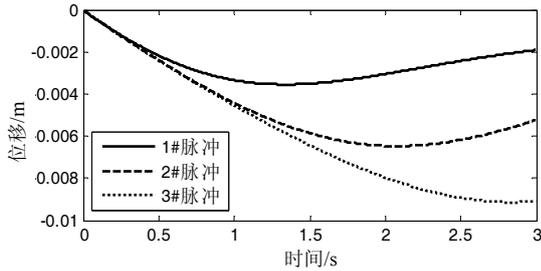


图 3 节点脉冲响应

Fig.3 Impulse responses of nodes

表 1 3 自由度 SDM 的频率和阻尼

Table 1 Frequencies and damping ratios of 3-NDOF SDM

阶数	精确值		本文算法(ERA)		直接 ERA*	
	频率/(rad/s)	阻尼比	频率/(rad/s)	阻尼比	频率/(rad/s)	阻尼比
1	0.5928	0.1983	0.5930	0.1982	0.4275	-0.1999
2	1.2675	0.1423	1.2674	0.1424	1.3403	0.0667
3	1.8820	0.1472	1.8820	0.1472	1.8840	0.1486

*注: 直接 ERA 结果来自文献[5]。

表 2 3 自由度 SDM 的模式

Table 2 Mode shapes of 3-NDOF SDM

阶数	精确值			本文算法(ERA)		
	1 阶	2 阶	3 阶	1 阶	2 阶	3 阶
1	0.3018	-0.6790	-0.9598	0.3018	-0.6783	-0.9602
2	0.6485	-0.6066	1.0000	0.6485	-0.6057	1.0000
3	1.0000	1.0000	-0.3934	1.0000	1.0000	-0.3938

表 1 和表 2 结果说明, 本文算法能够直接利用强迫振动响应准确识别结构频率, 阻尼比和模态, 直接 ERA 的识别结果则不够准确, 如基频识别结果相差较大。另外, 本文还尝试采用 2.5s 和 3.5s 的脉冲响应识别模态参数, 对比结果(文中未列出)表明随着时间序列的增多, 识别结果越好, 但耗费的计算量也越大。

2.2 实验室试验

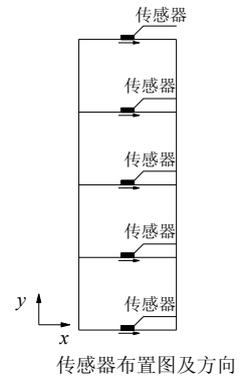
2.2.1 试验介绍

试验模型为一个 4 层框架结构体系, 如图 4 所示, 每层的层高为 0.3048m, 每层有 8 根柱子, 柱

子的尺寸为 16mm×25.4mm×304.8mm, 每层顶部为一块有孔钢板, 尺寸为: 406.4mm×304.8mm×12.7mm, 质量为 4.803kg。实验共用 5 个 CrossBow CXL02LF1 加速度传感器, 采集的加速度方向沿着有孔板的长度方向, 即 x 方向, 如图 5 所示。



图 4 实验模型



传感器布置图及方向

图 5 传感器布置

Fig.4 Experimental model Fig.5 The allocation of sensors

本试验采用 El Centrol 地震波激励, 信号由电脑传给动态信号分析仪, 通过功率放大器放大后驱动电动式激振器。电动式激振器与基础相连, 激振力方向沿有孔钢板长度方向。实验数据的采集选择文献[13]中无线传感技术, 采样频率为 500Hz, 共采集 30s 数据。

2.2.2 试验结果分析

El Centrol 地震波为实际地震波数据, 实测的数据输入和输出时程响应如图 6 所示。

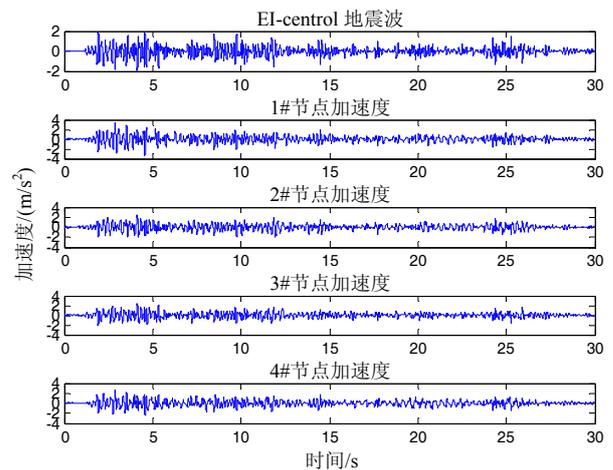


图 6 El Centrol 激振力输入输出时程曲线

Fig.6 The time history of input and output acceleration

利用本文的算法处理实验数据, 采用前 1.2s 的脉冲响应, 图 7 仅仅给出 1#节点的脉冲响应, 可以得到识别后的 4 层框架结构的模态参数。从图 7 可以看出信号被噪音污染, 但是从计算结果可以求得各阶 MAC 值, 当 MAC 值等于 1 时, 则认为是实

际结构的模态，当 MAC 值远离 1 时，则认为是噪音模态，以此去除伪模态，本文计算的四阶模态的 MAC 值均为 1。

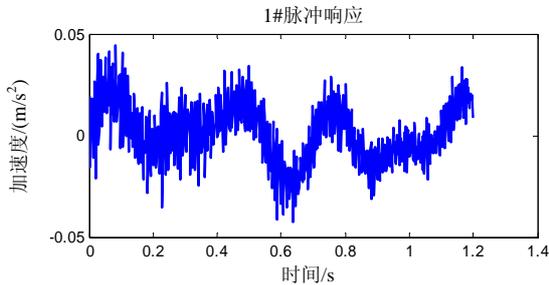


图 7 1#节点脉冲响应

Fig.7 Impulse responses of 1# node

表 3 中的试验、FEM 和 FFT 分别指的是试验、有限元和傅里叶变换的结果，各种方法识别的结果列在表 3。根据有限元模型可以获得结构的 FEM 结果，然后采用频率遍历激振结构，当激振频率接近结构的自振频率时，位移放大系数达到极值，可以认为此时的激振频率即为结构的自振频率，而对于阻尼比可以用半功率带宽法测量，但是由于频率遍历的位移放大系数并不易测，因此本文并没有测量阻尼比。表 3 中可以看到 EERA 识别的结构频率较接近试验值，尤其是基频频率。不同方法得到的阻尼比有一定的差别，但是结合 2.1 节中的数值模拟实例表 1，在没有别的数据情况下，应该相信 EERA 方法识别的阻尼比。

表 3 EERA 识别的结构频率和阻尼

Table 3 Frequencies and damping ratios identified by EERA

试验	频率/Hz				阻尼比			
	EERA	ERA	FEM	FFT	EERA	ERA	FEM	
1	0.93	0.9289	0.5051	1.1225	0.8333	0.0130	0.2634	0.0126
2	2.82	2.8467	3.0170	3.2322	2.8333	0.0158	0.1660	0.0126
3	4.32	4.4021	4.6465	4.9520	4.3667	0.0054	0.0665	0.0164
4	5.46	5.5121	6.4328	6.0746	5.6000	0.0076	0.2571	0.0193

EERA 识别的框架结构模态为共轭复模态对，表明实际结构的阻尼矩阵不是比例阻尼，符合经验，表 4 仅给出共轭对中的一个，其相位和幅值也符合经验要求，如第一阶复模态的幅值依次增大，且由相位得到的幅值的符号保持不变。因此可以认为 EERA 可以识别实际框架结构的模态。

表 4 EERA 识别模态

Table 4 Mode shapes identified by EERA

	模态 1	模态 2	模态 3	模态 4
1	0.3902-0.0174i	-0.9409-0.1090i	1.0000	-0.4912+0.0046i
2	0.7272-0.1329i	-0.8422-0.0273i	-0.6269+0.0425i	1.0000
3	0.9374-0.1876i	0.0407+0.0659i	-0.6256+0.0828i	-0.9391-0.1537i
4	1.0000	1.0000	0.5933-0.1574i	0.2812+0.1446i

3 结论

本文通过 3 个自由度的 SDM 数值试验和 4 个自由度框架结构的实验室振动台试验，验证比较了本文的算法，得出以下结论：

(1) 本文引入观测 Markov 算子推广了 ERA 算法，形成了 EERA 算法，可以扩大 ERA 算法的使用范围，使其可以直接应用在强迫振动。

(2) 数值试验表明 EERA 算法有着更高的精度和稳定性，尤其可以提高基频的精度；而实验室试验表明 EERA 可以有效地解决实际结构的模态参数识别问题。

(3) 本试验中采用的无线传感技术具备稳定性和灵活性等性质，可以推广到实际工程中。

(4) EERA 对结构进行模态参数识别的结果，可以进一步提高结构模型更新和健康监测的效率，目前正在开展相关工作。

参考文献：

[1] 韩建平, 王飞行, 李慧. 基于振动台试验的模态参数识别算法比较研究[J]. 华中科技大学学报(城市科学版), 2008, 25(3): 57-60.
Han Jianping, Wang Feixing, Li Hui. Comparison of modal parameter identification algorithms based on shaking table model test data [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology(Urban Science Edition), 2008, 25(3): 57-60. (in Chinese)

[2] Juang J N, Pappa R S. A comparative overview of modal testing and system identification for control of structures [J]. Shock and Vibration Digest, 1988, 20(5): 4-15.

[3] Juang J N, Pappa R S. An eigensystem realization algorithm (ERA) for modal parameter identification and model reduction [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 1985, 8(5): 620-627.

[4] Juang J N, Wright J R. Eigensystem realization algorithm using data correlations (ERA/DC) for modal parameter identification [J]. Control Theory and Advanced Technology, 1988, 4(1): 5-14.

[5] 李蕾红, 陆秋海, 任革学. 特征系统实现算法的识别特性研究及算法的推广[J]. 工程力学, 2002, 19(1): 109-114.
Li Leihong, Lu Qihai, Ren Gexue. A study of eigensystem realization algorithm and its generalization [J]. Engineering Mechanics, 2002, 19(1): 109-114. (in Chinese)

(参考文献[6]-[13]转第 40 页)

- Engineering, 2007, 26(5): 865—875. (in Chinese)
- [7] 张秀芳, 徐世烺. 用能量方法研究混凝土断裂过程区的力学性能[J]. 工程力学, 2008, 25(7): 18—23.
Zhang Xiufang, Xu Shilang. A study on mechanical behavior of fracture process zone in concrete using energy approach [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(7): 18—23. (in Chinese)
- [8] Sujatha V, Chandra Kishen. Energy release rate due to friction at Bi-material interface in dams [J]. J. Engineering Mechanics, 2003(7): 793—800.
- [9] 谢和平, 鞠杨, 黎立云. 基于能量耗散与释放原理的岩石强度与整体破坏准则[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(17): 3003—3010.
Xie Heping, Ju Yang, Li Liyun. Criteria for strength and structural failure of rocks based on energy dissipation and energy release principles [J]. Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(17): 3003—3010. (in Chinese)
- [10] 王学滨. 基于能量原理的岩样单轴压缩剪切破坏失稳判据[J]. 工程力学, 2007, 24(1): 153—156, 161.
Wang Xuebin. Unstable criterion of rock specimen subjected to shear failure in uniaxial compression based on energy principle [J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(1): 153—156, 161. (in Chinese)
- [11] 孙振武, 代进, 杨春苗, 杨建飞. 矿山井巷和采场冲击地压危险性的弹性能判据[J]. 煤炭学报, 2007, 32(8): 794—798.
Sun Zhenwu, Dai Jin, Yang Chunmiao, Yang Jianfei. Elastic energy criterion of rock burst in roadway and coalface of mine [J]. Journal of China Coal Society, 2007, 32(8): 794—798. (in Chinese)
- [12] 赵忠虎. 基于能量耗散与能量释放的岩石变形破坏研究[D]. 成都: 四川大学, 2007.
Zhao Zhonghu. Research on deformation and failure of rocks based on the principle of energy dissipation and energy release [D]. Chengdu: Sichuan University, 2007. (in Chinese)

(上接第 34 页)

- [6] 林贵斌, 陆秋海, 郭铁能. 特征系统实现算法的小波去噪方法研究[J]. 工程力学, 2004, 21(6): 91—96.
Lin Guibin, Lu Qiu Hai, Guo Tieneng. A study of denoising method for eigensystem realization algorithm based on wavelet analysis [J]. Engineering Mechanics, 2004, 21(6): 91—96. (in Chinese)
- [7] Qin Q L, Qian L Z. Modal identification of Tsing Ma bridge by using improved eigensystem realization algorithm [J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 247(2): 325—341.
- [8] Caicedo J M, Dyke S J, Johnson E A. Natural excitation technique and eigensystem realization algorithm for phase I of the IASC-ASCE benchmark problem: Simulated data [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2004, 130(1): 49—60.
- [9] Schoen M P, Chinvorarat S, Kuo C H. Eigensystem realization with modified genetic algorithm for system identification of noise corrupted processes [C]. ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Chicago, IL, United states, 2006.
- [10] Juang J N, Pappa R S. Effects of noise on modal parameters identified by the eigensystem realization algorithm [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 1986, 9(3): 294—303.
- [11] Huang J N, Phan M. Identification of observer/kalman filter markov parameters: theory and experiments journal of guidance [J]. Control and Dynamics, 1993, 16(2): 320—329.
- [12] Phan M, Horta L G, Juang J N. Linear system identification via an asymptotically stable observer [J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 1993, 79(1): 59—86.
- [13] Wang Y, Lynch J P, Law K H. Wireless sensing technologies for civil infrastructure monitoring and management [R]. Proceedings of the 5th International Seminar for Safety of Infrastructures, 2007.