

文章编号: 1000-4750(2011)04-0245-06

导弹适配器与发射筒过盈配合研究

李士军¹, *乐贵高², 林国问², 马大为²

(1. 中国船舶重工集团公司第七一三研究所, 郑州 450015; 2. 南京理工大学机械工程学院, 南京 210094)

摘 要: 针对导弹适配器与发射筒过盈配合问题, 根据力学平衡原理, 分别推导了可压缩橡胶泡沫圆筒和不可压缩橡胶圆筒的变形模式, 给出了位移、应力表达式, 建立了求解适配器与发射筒过盈配合问题的非线性代数方程组。采用有限元法和解析解法对某导弹适配器与发射筒过盈配合问题进行了计算和对比, 结果表明: 有限元法计算的位移和应力与理论解吻合很好, 但是当材料交界面和过盈配合面上环向应力不连续时, 有限元解误差较大。该文揭示了适配器和发射筒的应力和位移在不同过盈量下的变化规律, 为适配器的设计提供了理论依据。

关键词: 导弹适配器; 过盈配合; 有限变形; 应变能函数; 不可压缩性

中图分类号: TJ760.2 文献标识码: A

THE RESEARCH ON INTERFERENCE FIT BETWEEN MISSILE ADAPTER AND LAUNCH CANISTER

LI Shi-jun¹, *LE Gui-gao², LIN Guo-wen², MA Da-wei²

(1. 713th Research Institute of China Shipbuilding Industry Corporation, Zhengzhou 450015, China;

2. School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing, 210094, China)

Abstract: Aiming at the problem of interference fit between missile adapter and launch tube, this paper develops theoretical expression for the displacement and stress of compressible elastomeric foam hollow cylinder and incompressible rubber hollow cylinder under pressure based on mechanical equilibrium. And a set of nonlinear equations for solving the problem of interference fit between missile adapter and Launch Canister is established. The finite element results are in good agreement with those of theoretical solutions except that the circumferential stress by the finite element method has larger error when different stress exists at the material connecting surface and the interference fit surface. The variation of stress and displacement along the radial of cylinder is revealed and theoretical basis is provided for designing missile adapter.

Key words: missile adapter; interference fit; finite deformation; strain energy function; incompressibility

导弹适配器是导弹冷弹射系统中的重要组成部分, 适配器外径与发射筒内径采用过盈配合装配在发射筒与导弹之间的间隙中。弹射时能够保护导弹避免与发射筒碰撞, 增加气密性; 行军运输时, 能够减缓道路不平对导弹的振动冲击, 保持发射筒内部干燥, 有利于导弹的储存和运输。导弹适配器一般由两种材料制造, 内层为可压缩橡胶泡沫, 外层为不可压缩橡胶材料, 如图 1 所示。橡胶泡沫材

料^[1]是以天然橡胶或氯丁橡胶等通用橡胶材料作为主体材料, 采用发泡剂作为发泡原料, 通过控制橡胶硫化时的发泡时间来制成橡胶泡沫, 既承袭了橡胶的弹性体特性, 又具有泡沫材料的柔软、微孔结构。本文研究导弹适配器与发射筒过盈配合时, 首先研究了可压缩橡胶泡沫圆筒和不可压缩橡胶圆筒的轴对称平面应变问题的解析解, 在此基础上研究了适配器与发射筒过盈配合问题的解析解。从力学

收稿日期: 2009-10-10; 修改日期: 2009-11-10

作者简介: 李士军(1979—), 男, 山东德州人, 博士, 从事结构动力学、发射动力学研究(E-mail: happenboy@126.com);

*乐贵高(1964—), 男, 江西人, 研究员, 博士, 博导, 从事结构动力学、发射动力学研究(E-mail: leguigao@mail.njust.edu.cn);

林国问(1985—), 男, 安徽凤阳人, 博士生, 从事结构动力学、发射动力学研究(E-mail: lgwenbsheng2008@163.com);

马大为(1953—), 男, 吉林人, 教授, 博士, 博导, 从事兵器发射理论研究(E-mail: madawei@mail.njust.edu.cn).

上来说, 导弹适配器与导弹过盈配合部位可以简化为二维轴对称平面应变模型来研究, 而目前对橡胶泡沫材料和不可压橡胶结构的研究主要集中在球形结构和圆柱结构的空穴效应问题上^[2]。廖毕丰等人^[3-6]研究了一类各向同性可压缩的超弹性材料组成的球壳的径向对称变形问题, 求得了其参数型解析解; 史守霞^[7]等通过平面应变假设研究了橡胶圆柱受压问题, 给出了解析解; 范成业^[8]和邹雨^[9]等研究了橡胶材料的轴对称过盈配合问题, 分别基于二维轴对称应变假设和轴对称应力假设, 得到了相应的解析解。

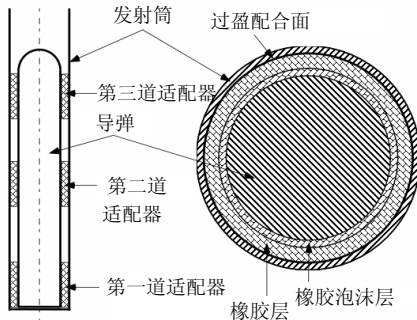


图1 适配器与发射筒过盈配合示意图

Fig.1 Schematic diagram of interference fit between missile adapter and launch tube

1 受压橡胶泡沫圆筒变形

1.1 轴对称橡胶泡沫圆筒的微分方程

假设圆筒长度为 L , 变形前的内外半径分别为 R_I 和 R_O (下标含有 I 和 O 的参数分别表示圆筒内表面和外表面相关参数, 下文相同), 受到内外压力为 σ_{rI} 和 σ_{rO} 的作用, 变形后半径为 r_I 和 r_O 。在柱坐标系下, 变形前任一点的坐标为 (R, θ, Z) , 变形后坐标为 (r, θ, z) , 其变形模式为:

$$r = f(R), \quad \theta = \theta, \quad z = \lambda Z \quad (1)$$

根据变形模式式(1)可以得到轴对称平面应变问题的 3 个主伸长量 $\lambda_1 = \lambda_r = dr / dR$ (本文若没有特别说明, 均对 R 求偏导), $\lambda_2 = \lambda_\theta = r / R$, $\lambda_3 = \lambda_z = 1$ 。橡胶泡沫材料是一种超弹性可压缩的材料, 采用应变势能函数 W 来描述其变形特性。应变能函数 W 是 3 个主伸长量的函数, 即 $W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ 。在 3 个主伸长方向的 Cauchy 应力 $\sigma_i = \lambda_i \partial W / J \partial \lambda_i (i = 1, 2, 3)$ 。忽略重力情况下, 轴对称圆筒受压变形后平衡方程为:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{1}{r}(\sigma_r - \sigma_\theta) = 0 \quad (2)$$

将 Cauchy 应力代入平衡方程式(2), 可以得到:

$$R \frac{\partial^2 W(\lambda_r, \lambda_\theta)}{\partial \lambda_r^2} - \left(\frac{\partial^2 W(\lambda_r, \lambda_\theta)}{\partial \lambda_r \partial \lambda_\theta} (\lambda_r - \lambda_\theta) + \frac{\partial W(\lambda_r, \lambda_\theta)}{\partial \lambda_r} - \frac{\partial W(\lambda_r, \lambda_\theta)}{\partial \lambda_\theta} \right) = 0 \quad (3)$$

本文选用 Blatz-Ko 应变能函数来描述橡胶泡沫力学特性。Blatz-Ko 应变能函数为^[10]:

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \frac{\mu}{2} (\lambda_1^{-2} + \lambda_2^{-2} + \lambda_3^{-2} + 2\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 - 5) \quad (4)$$

其中 μ 为橡胶泡沫材料在自然状态下的剪切模量。将 Blatz-Ko 应变能函数式(4)代入微方程式(3), 可得橡胶泡沫材料的轴对称平面应变问题的微分方程:

$$3R\lambda_r' + (\lambda_r^4 / \lambda_\theta^3 - \lambda_r) = 0 \quad (5)$$

其中 $\lambda_r' = \partial \lambda_r / \partial R$ 。式(5)是一个非线性常微分方程, 有一个平凡解为 $\lambda_r = \text{Con} \cdot \lambda_\theta$, Con 为常数。

1.2 微分方程的求解

令 $t = \lambda_r / \lambda_\theta = Rr' / r$, 等式两边对 R 求导得到 $R\lambda_r' = \lambda_\theta R t' - \lambda_r + \lambda_r^2 / \lambda_\theta$, 将此二式代入微方程式(5), 可以得到如下两个常微分方程式:

$$\begin{cases} dR / R = -3dt / (t^3 + 3t - 4) \\ dr / r = -3dt / (t^3 + 3t - 4) \end{cases} \quad (6)$$

此二式为常微分方程, 可以得到其解:

$$\begin{cases} R^8 = A_0 t^6 h(t) / [(1-t)^4 (t^2 + t + 4)] \\ r^4 = B_0 (t^2 + t + 4) h(t) / (1-t)^2 \end{cases} \quad (7)$$

其中: A_0 、 B_0 是积分常数, 与已知的边界条件有关; $h(t) = \exp\left[\frac{6}{\sqrt{15}} \tan^{-1}\left(\frac{2t+1}{\sqrt{15}}\right)\right]$ 。可知 R 和 r 是以 t 为参数的关系式, $0 < t_A \leq t \leq t_B < 1$ 。根据 Cauchy 应力与应变能函数的表达式, 考虑 Blatz-Ko 应变能函数, 可得到 3 个主方向的 Cauchy 应力表达式:

$$\begin{cases} \sigma_r = \mu[1 - 1/(\lambda_r^3 \lambda_\theta)] \\ \sigma_\theta = \mu[1 - 1/(\lambda_\theta^3 \lambda)] \\ \sigma_z = \mu[1 - 1/(\lambda_r \lambda_\theta)] \end{cases} \quad (8)$$

2 不可压橡胶圆筒的变形

2.1 平面应变问题的微分方程

橡胶属于一种超弹性不可压或者近似不可压材料, 其变形描述也是通过相应的势能函数来定义, 其应力偏张量与势能函数的关系式为^[8-9]:

$$s = \frac{2}{J} \text{dev} \left[\left(\frac{\partial W}{\partial \bar{I}_1} + \bar{I}_1 \frac{\partial W}{\partial \bar{I}_2} \right) \bar{\mathbf{B}} - \frac{\partial W}{\partial \bar{I}_2} \bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{\mathbf{B}} \right] \quad (9)$$

其中: s 为 Cauchy 应力偏量; $\text{dev}[\cdot]$ 为取偏量算子; W 为变形前单位体积折算的应变能密度函数, 以 \bar{I}_1, \bar{I}_2, J 做为变量; $\bar{I}_1 = J^{-2/3} I_1, \bar{I}_2 = J^{-4/3} I_2$; $\bar{\mathbf{B}} = \bar{\mathbf{F}} \cdot \bar{\mathbf{F}}^T = J^{-2/3} \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T$; $I_1 = \text{trace}(\mathbf{B})$, $I_2 = I_1^2 - \text{trace}(\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}^T)$; $\mathbf{B} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T$, \mathbf{F} 为变形梯度张量, $J = \det(\mathbf{F})$ 。将式(2)代入式(9), 并考虑不可压缩橡胶材料变形前后体积比 $J = 1$:

$$\sigma_r - \sigma_\theta = 2 \left[\left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + I_1 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \left(\frac{\lambda_r}{\lambda_\theta} - \frac{\lambda_\theta}{\lambda_r} \right) - \frac{\partial W}{\partial I_2} \left(\frac{\lambda_r^2}{\lambda_\theta^2} - \frac{\lambda_\theta^2}{\lambda_r^2} \right) \right] \quad (10)$$

将式(10)代入平衡方程式(2), 既可得到不可压缩橡胶材料的轴对称平面应变问题的微分方程:

$$R \frac{d\sigma_r}{dR} + \frac{2\lambda_r}{\lambda_\theta} \left[\left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + I_1 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \left(\frac{\lambda_r}{\lambda_\theta} - \frac{\lambda_\theta}{\lambda_r} \right) - \frac{\partial W}{\partial I_2} \left(\frac{\lambda_r^2}{\lambda_\theta^2} - \frac{\lambda_\theta^2}{\lambda_r^2} \right) \right] = 0 \quad (11)$$

2.2 微分方程的求解

本文中选用的橡胶材料的势能函数为三次缩减多项式 $W = \sum_{i=1}^3 C_{i0} (\bar{I}_1 - 3)^i$, 考虑橡胶材料的不可压缩性 $J = 1$, 可以得到 $dr/dR = R/r$ 和不可压缩橡胶圆筒的轴对称变形函数 $r^2 = R^2 + C_0$, 其中 C_0 为积分常数, 根据边界条件确定。将变形函数和三次缩减多项式应变能函数代入式(11), 并积分可以得到径向应力表达式:

$$\sigma_r = -\frac{C_{30}C_0^3}{(R^2 + C_0)^3} + \frac{(2C_{20} - 3C_{30})C_0^2}{2(R^2 + C_0)^2} - \frac{C_{10}C_0}{R^2 + C_0} - \frac{3C_{30}C_0^2}{2R^4} - \frac{2(C_{20} - 3C_{30})C_0}{R^2} - (C_{10} - 2C_{20} + 6C_{30}) \ln \left(1 + \frac{C_0}{R^2} \right) + D_0 \quad (12)$$

根据式(12)和式(10), 可得环向应力表达式:

$$\sigma_\theta = \sigma_r + 6C_{30} \left(\frac{(R^2 + C_0)^3}{R^6} - \frac{R^6}{(R^2 + C_0)^3} \right) + 4(C_{20} - 6C_{30}) \left(\frac{(R^2 + C_0)^2}{R^4} - \frac{R^4}{(R^2 + C_0)^2} \right) + 2(C_{10} - 4C_{20} + 15C_{30}) \left(\frac{R^2 + C_0}{R^2} - \frac{R^2}{R^2 + C_0} \right) \quad (13)$$

3 金属圆筒的轴对称平面应变问题

考虑一个轴对称金属圆筒的平面应变问题的, 不计体积力, 则边值问题归结为^[11]:

$$\nabla^4 F = \left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right)^2 F = 0 \quad (14)$$

$$\begin{cases} \sigma_r|_{R=R_0} = -\sigma_{r0}, & \tau_{r\theta}|_{R=R_0} = 0 \\ \sigma_r|_{R=R_i} = -\sigma_{ri}, & \tau_{r\theta}|_{R=R_i} = 0 \end{cases} \quad (15)$$

其中 F 为应力函数, 在极坐标下为 r 和 θ 的函数。对于轴对称问题, 应力函数 F 为 r 的函数, 与 θ 无关:

$$F(r) = J_0 r^2 \ln r + K_0 \ln r + M_0 r^2 + N_0 \quad (16)$$

相应的应力分量为^[11]:

$$\begin{cases} \sigma_r = J_0(1 + 2 \ln r) + K_0/r^2 + 2M_0 \\ \sigma_\theta = J_0(3 + 2 \ln r) - K_0/r^2 + 2M_0 \\ \tau_{r\theta} = \tau_{\theta r} = 0 \end{cases} \quad (17)$$

其中 J_0, K_0, M_0, N_0 为积分常数, 由边界条件及位移单值性条件决定。将边界条件代入, 可以解得 $K_0 = 0, L_0 = R_i^2 R_0^2 (\sigma_{r0} - \sigma_{ri}) / (R_0^2 - R_i^2), 2M_0 = (R_0^2 \sigma_{r0} - R_i^2 \sigma_{ri}) / (R_0^2 - R_i^2)$ 。再根据位移与应变的表达式, 可以得到:

$$\begin{cases} u_r = \frac{1+\nu}{E} \left[\frac{R_i^2 R_0^2 (\sigma_{r0} - \sigma_{ri})}{R_0^2 - R_i^2} \cdot \frac{1}{R} + (1-2\nu) \frac{R_0^2 \sigma_{r0} - R_i^2 \sigma_{ri}}{R_0^2 - R_i^2} \cdot R \right] \\ u_\theta = 0 \end{cases} \quad (18)$$

4 过盈配合问题求解

为了研究方便, 引入无量纲符号: $\eta = R/R_0$ 表示变形前无量纲半径, $\xi = r/R_0$ 表示变形后无量纲半径, $\zeta_i = \sigma_i/\mu$ 表示无量纲应力; 不可压缩橡胶材料的无量纲参数为 $C_i = C_{i0}/\mu (i=1, 2, 3)$, 金属弹性模量 $E' = E/\mu$; 无量纲化积分参数 $A = A_0/R_0^8, B = B_0/R_0^4, C = C_0/R_0^2, D = D_0/\mu$ 。适配器内圈为橡胶泡沫, 外圈为橡胶材料, 为了方便后面变量的区分, 下标含有数字 1 的变量表示与内圈橡胶泡沫材料有关, 下标含有数字 2 的变量表示与外圈橡胶材料有关, 下标含有数字 3 的变量表示与发射筒有关, 下标含有 M 的变量表示两种材料交界层处的变量。

适配器圆筒的初始尺寸参数已知, 即 $\eta_1, \eta_M,$

η_{20} 为已知量; 发射筒的内外径尺寸 η_{3l} 、 η_o 已知, 并令过盈量 $\delta = \eta_{20} - \eta_{3l}$ 。假设导弹弹体为刚体, 径向位移为 0, 则在此假设下 ξ_l 也为已知量。

适配器由橡胶泡沫和不可压橡胶材料构成, 两种材料在交界层上通过粘贴方式组合在一起, 使得两种材料组成一个整体, 因此在材料交界层上必须满足两个条件: 1) 径向应力沿着径向必须连续, $\sigma_{rM1} = \sigma_{rM2}$; 2) 材料交界层上变形必须连续, $r_{M1} = r_{M2}$ 。

适配器装入发射筒后, 不考虑重力的影响, 适配器外层与发射筒内层过盈配合, 假设过盈配合面为光滑无摩擦, 不计摩擦力, 径向应力在过盈配合面必须连续, 设装入后过盈配合面的径向应力为 ζ_{20} 。对于发射筒而言, 发射筒外部压力为 0, 内部压力为 ζ_{20} , 根据式(18), 可以得到发射筒变形后内径与发射筒内压之间的关系式:

$$\xi_{3l} = a + b\zeta_{20} \quad \text{或者} \quad \zeta_{20} = \frac{\xi_{3l} - a}{b} \quad (19)$$

其中 $a = \eta_{3l}$, $b = -\frac{1+\nu}{E'} \left[\frac{\eta_{30}^2 + (1-2\nu)\eta_{3l}^2}{\eta_{30}^2 - \eta_{3l}^2} \right] \eta_{3l}$ 。发射筒变形后的内径与适配器橡胶层变形后的外径应该相等, 即 $\xi_{3l}^2 = \xi_{20}^2 = \eta_{20}^2 + C$, 再考虑适配器外表面的径向应力等于过盈配合面的径向压力, 根据式(12)、式(19), 可以得到:

$$\frac{\sqrt{\eta_{20}^2 + C} - a}{b} = -\frac{C_3 C^3}{(\eta_{20}^2 + C)^3} + \frac{(2C_2 - 3C_3)C^2}{2(\eta_{20}^2 + C)^2} - \frac{C_1 C}{\eta_{20}^2 + C} - \frac{3C_3 C^2}{2\eta_{20}^4} - \frac{2(C_2 - 3C_3)C}{\eta_{20}^2} - (C_1 - 2C_2 + 6C_3) \ln \left(1 + \frac{C}{\eta_{20}^2} \right) + D \quad (20)$$

将适配器中材料 1 的初始内外半径代入式(7), 可以得到如下两个方程:

$$\eta_M^8 = At_M^6 h(t_M) / [(1-t_M)^4 (t_M^2 + t_M + 4)] \quad (21)$$

$$\eta_l^8 = At_l^6 h(t_l) / [(1-t_l)^4 (t_l^2 + t_l + 4)] \quad (22)$$

考虑适配器交界层变形后的半径, 可得到:

$$(\eta_M^2 + C)^2 = B(t_M^2 + t_M + 4)h(t_M) / (1-t_M)^2 \quad (23)$$

由于适配器变形后的内径为已知, 可以得到:

$$\xi_l^4 = B(t_l^2 + t_l + 4)h(t_l) / (1-t_l)^2 \quad (24)$$

适配器中材料交界层变形后半径为 $\xi_M^2 = \eta_M^2 + C$, 材料交界层的切向主伸长比为 $\lambda_{\theta M} = (1 + C/\eta_M^2)^{\frac{1}{2}}$, 进一步可以写出 $\lambda_{rM} = t_M (C/\eta_M^2)^{\frac{1}{2}}$ 。内

层橡胶泡沫与外层橡胶在材料交界面上径向应力必须连续, 根据式(8)和式(12), 可以得到如下方程:

$$1 - \frac{1}{t_M^3 \left(1 + \frac{C}{\eta_M^2} \right)^2} = -\frac{C_3 C^3}{(\eta_M^2 + C)^3} + \frac{(2C_2 - 3C_3)C^2}{2(\eta_M^2 + C)^2} - \frac{C_1 C}{\eta_M^2 + C} - \frac{3C_3 C^2}{2\eta_M^4} - \frac{2(C_2 - 3C_3)C}{\eta_M^2} - (C_1 - 2C_2 + 6C_3) \ln \left(1 + \frac{C}{\eta_M^2} \right) + D \quad (25)$$

对式(20)一式(25)通过适当的变换, 改写为如下方程组形式:

$$F(X) = [f_1(X) \quad f_2(X) \quad f_3(X) \quad f_4(X) \quad f_5(X) \quad f_6(X)]^T = 0 \quad (26)$$

其中: $X = \{A \quad B \quad C \quad D \quad t_M \quad t_l\}^T$,

$$f_1(X) = \frac{\sqrt{\eta_{20}^2 + C} - a}{b} + \frac{C_3 C^3}{(\eta_{20}^2 + C)^3} + \frac{C_1 C}{\eta_{20}^2 + C} + \frac{3C_3 C^2}{2\eta_{20}^4} - \frac{(2C_2 - 3C_3)C^2}{2(\eta_{20}^2 + C)^2} + \frac{2(C_2 - 3C_3)C}{\eta_{20}^2} + (C_1 - 2C_2 + 6C_3) \ln \left(1 + \frac{C}{\eta_{20}^2} \right) - D,$$

$$f_2(X) = 1 - \frac{\eta_M^4}{t_M^3 (\eta_M^2 + C)^2} + \frac{C_3 C^3}{(\eta_M^2 + C)^3} + \frac{C_1 C}{\eta_M^2 + C} - \frac{(2C_2 - 3C_3)C^2}{2(\eta_M^2 + C)^2} + \frac{3C_3 C^2}{2\eta_M^4} + \frac{2(C_2 - 3C_3)C}{\eta_M^2} + (C_1 - 2C_2 + 6C_3) \ln \left(1 + \frac{C}{\eta_M^2} \right) - D,$$

$$f_3(X) = At_M^6 h(t_M) - \eta_M^8 (1-t_M)^4 (t_M^2 + t_M + 4),$$

$$f_4(X) = At_l^6 h(t_l) - \eta_l^8 (1-t_l)^4 (t_l^2 + t_l + 4),$$

$$f_5(X) = B(t_M^2 + t_M + 4)h(t_M) - (\eta_M^2 + C)^2 (1-t_M)^2,$$

$$f_6(X) = B(t_l^2 + t_l + 4)h(t_l) - \xi_l^4 (1-t_l)^2.$$

式(26)是一个非线性方程组, 可以采用 Newton-Raphson 迭代法、拟 Newton 法、最速下降法等算法求解方程组。在初值选择合理的情况下, Newton-Raphson 迭代法收敛速度最快的。采用非线性迭代法计算求得 A 、 B 、 C 、 D 、 t_M 、 t_l 后, 根据式(7)和式(8)可以计算橡胶泡沫层的径向应力、环向应力和位移; 根据式(12)和式(13)可以计算出不可压橡胶层任意一点的径向应力和环向应力, 根据不可压缩橡胶层的变形公式可以得到 $u_r = \sqrt{R^2 + C} - R$ 可以计算相应的位移; 根据式(17)和式(18)可以计算

发射筒的径向应力、环向应力和径向位移。

5 算例分析

已知某导弹与适配器的尺寸参数为 $\eta_0 = 1$ ， $\delta = 0.0065$ ， $\eta_{3I} = 0.974684$ ， $\eta_{2O} = 0.982695$ ， $\eta_M = 0.911393$ ， $\eta_I = \xi_I = 0.886076$ ；适配器材料参数为 $C_1 = 185$ ， $C_2 = 6.566$ ， $C_3 = 0.03488$ ；发射筒材料参数为 $E' = 2.87252 \times 10^6$ ， $\nu = 0.34$ 。

采用 Newton-Raphson 方法解方程式(26)，求得相应的参数为： $A = 0.141181$ ， $B = 0.006141$ ， $C = -0.0156$ ， $D = -9.521083$ ， $t_M = 0.668803$ ， $t_I = 0.658103$ 。

本文对相同模型也用 ANSYS 有限元软件进行了计算，不考虑过盈配合面间的摩擦力，采用接触算法进行计算，计算结果如图 2—图 4 所示(位移定义 $\psi_r = \xi - \eta$)，横坐标轴为变形后半径。由于假设橡胶层为不可压缩材料，橡胶层外表面与发射筒内表面过盈配合，使得橡胶层整体向内移动；橡胶层径向位移的绝对值变化与橡胶泡沫层不同，是随着半径增大而变小；发射筒径向位移很小，可以忽略不计；径向位移绝对值的最大值出现在材料交界面上而不是过盈配合面上，最大值为 0.00859。橡胶泡沫层的径向应力绝对值由内向外变小，不可压橡胶层的径向应力与橡胶泡沫层的变化规律相反，径向应力绝对值的最大值出现在过盈配合面上，最大值为 3.452，且都为压应力。橡胶泡沫层的环向应力绝对值由内向外增大，不可压橡胶层由内向外变小，为压应力；最外层发射筒的环向应力绝对值由内向外变小，为拉应力，但是发射筒的环向应力远大于橡胶泡沫层和不可压橡胶层。总体来说，有限元计算结果与理论解吻合很好，最大误差不会超过 0.7%；环向应力在材料交界面和过盈配合面上发生不连续时，有限元解误差较大。

为了分析过盈量对位移和应力的影响，针对适配器过盈量 $\delta = 0.0013$ ， $\delta = 0.0026$ ， $\delta = 0.0039$ ， $\delta = 0.0052$ ， $\delta = 0.0065$ ， $\delta = 0.0078$ ， $\delta = 0.0091$ 计算了七种工况，结果如图 5—图 7 所示。可以看出过盈量对发射筒径向位移影响很小，但是对径向应力和环向应力比较大，特别是环向应力；对不可压缩橡胶层的位移影响比较大，过盈量每增加 0.0013，径向位移绝对值约增加 0.002；过盈量对橡胶泡沫层的环向应力影响比较小，对不可压橡胶层的环向应力有一定的影响。

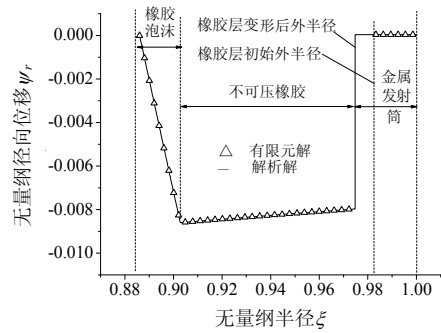


图 2 解析解与有限元解的径向位移对比曲线

Fig.2 The comparison of the radical displacement between theoretical solution and FEA solution

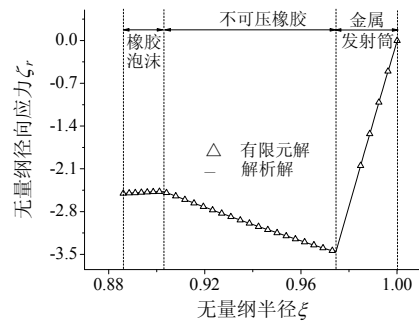


图 3 解析解与有限元解的径向应力对比曲线

Fig.3 The comparison of the radical stress between theoretical solution and FEA solution

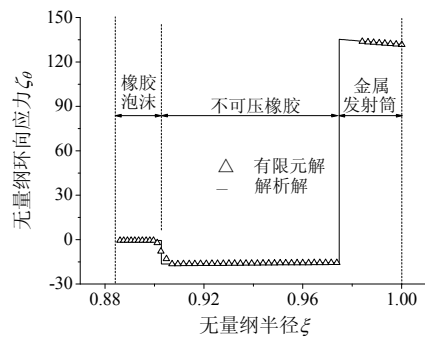


图 4 解析解与有限元解的环向应力对比曲线

Fig.4 The comparison of the circumferential stress between theoretical solution and FEA solution

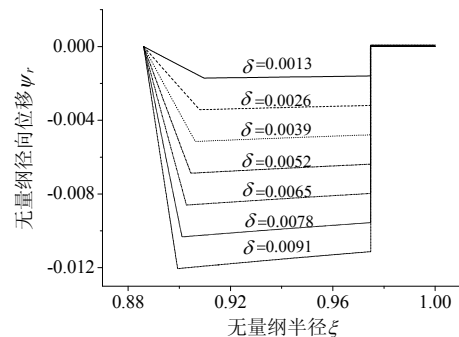


图 5 不同过盈量下的径向位移的曲线

Fig.5 The radical displacement under different magnitude of interference

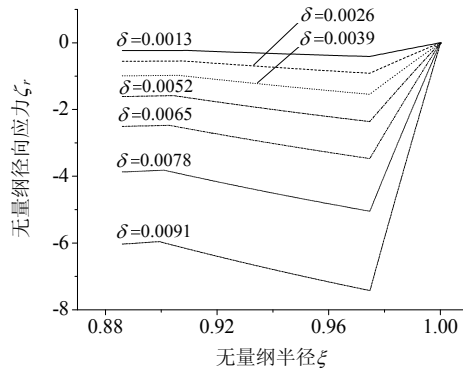


图6 不同过盈量下的径向应力曲线

Fig.6 The radial stress under different magnitude of interference

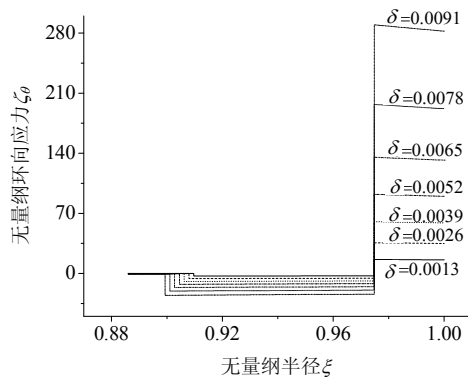


图7 不同过盈量下的环向应力曲线

Fig.7 The circumferential stress under different magnitude of interference

6 结论

基于有限变形理论,根据 Blatz-Ko 应变能函数和三次缩减多项式应变能函数,分别推导了受压橡胶泡沫圆筒和不可压橡胶圆筒的大变形,得到了变形模式以及应力表达式;给出了导弹适配器与发射筒过盈配合问题的求解方法;并针对某导弹适配器进行了分析。得到如下结论:

(1) 采用有限元法计算得到的径向应力、位移与理论解吻合很好,但是在材料交界面和过盈配合面上环向应力的有限元解误差较大。由于环向应力在材料交界面和过盈配合面上不连续所致,需要在此局部区域划分细密单元才能够准确计算此位置的环向应力。

(2) 适配器径向位移的绝对值最大值出现在材料交界面上,而不是出现在与发射筒的过盈配合面上。

(3) 过盈量对不可压缩橡胶层的位移影响比较大,过盈量每增加 0.0013,径向位移绝对值约增加 0.002。

参考文献:

- [1] 黄永湘. 泡沫密封条大生产新工艺[J]. 特种橡胶制品, 1995, 16(5): 42-45.
Huang Yongxiang. New production technology of sponge sealing strips [J]. Special Purpose Rubber Products, 1995, 16(5): 42-45. (in Chinese)
- [2] 袁学刚. 具有缺陷的超弹性材料球体中的空穴分叉 [D]. 上海: 上海大学, 2003: 2-23.
Yuan Xuegang. Cavitated bifurcation for spheres composed of imperfect hyper-elastic materials [D]. Shanghai: Shanghai University, 2003: 2-23. (in Chinese)
- [3] Dienes J K, Solem J C, Los Alamos, New Mexico. Nonlinear behavior of some hydrostatically stressed isotropic elastomeric foams [J]. Acta Mechanica, 1999, 138: 155-162.
- [4] Kirkinis E, Ogden R W, Haughton D M. Some solutions for a compressible isotropic elastic material [J]. Zeitschrift für Angewandte Mathematik and Physik, 2004, 55: 136-158.
- [5] 廖毕丰, 刘鹏, 袁学刚. 一类可压缩的超弹性球壳的径向对称变形[J]. 吉林师范大学学报(自然科学版), 2003(4): 7-9.
Liao Bifeng, Liu Peng, Yuan Xuegang. Radially symmetric deformation of a class of compressible hyper-elastic spherical shells [J]. Jilin Normal University Journal (Natural Science Edition), 2003(4): 7-9. (in Chinese)
- [6] Yang L M, Shim V P W. A visco-hyperelastic constitutive description of elastomeric foam [J]. International Journal of Impact Engineering, 2004, 30: 1099-1110.
- [7] 史守霞, 杨嘉陵. 平面应变不可压缩橡胶圆柱的大变形[J]. 固体力学学报, 1999, 20(4): 290-296.
Shi Shouxia, Yang Jialing. Large deformation for plane strain incompressible rubber cylinder [J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 1999, 20(4): 290-296. (in Chinese)
- [8] 范成业, 庄茁, 黄克智. 超弹性材料过盈配合的解析解和数值解[J]. 工程力学, 2003, 20(4): 15-18.
Fan Chengye, Zhuang Zhuo, Huang Kezhi. The theoretical and finite element solutions of an interference problem of hyperelastic materials [J]. Engineering Mechanics, 2003, 20(4): 15-18. (in Chinese)
- [9] 邹雨, 庄茁, 黄克智. 超弹性材料过盈配合的轴对称平面应力解答[J]. 工程力学, 2004, 21(6): 72-75, 83.
Zou Yu, Zhuang Zhuo, Huang Kezhi. The solutions of axisymmetric plane stress for a hyperelastic material interference problem [J]. Engineering Mechanics, 2004, 21(6): 72-75, 83. (in Chinese)
- [10] Blatz P J, Ko W L. Application of finite elastic theory to the deformation of rubbery materials [J]. Journal of Rheology, 1962, 6: 223-251.
- [11] 王俊奎, 丁立祚. 弹性固体力学[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1990.
Wang Junkui, Ding Lizuo. Elastic solid mechanics [M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1990. (in Chinese)