

文章编号: 1000-4750(2011)05-0078-06

# 多排柱腔列对平面 P 波和 SH 波的隔离

徐 平

(郑州大学水利与环境学院, 郑州 450001)

**摘 要:** 运用复变函数的保角映射方法和波函数展开法, 利用 P 波和 SH 波耦合散射的特性, 根据土体在柱腔壁处完全自由(即径向应力和切向应力为零)的边界条件, 得到了多排柱腔列构成的非连续屏障对平面 P 波和 SH 波隔离的二维平面问题的理论解, 通过绘制屏障后归一化位移(同一点处由入射和散射波产生的总位移与入射波单独产生的位移之比)的等值线图, 分析了多排柱腔对平面 P 波和 SH 波的隔离效果, 并与单排刚性桩作了对比, 结果表明: (1) P 波和 SH 波的隔离效果都随着柱腔排数的增多而明显提高; (2) 在半径、间距和屏障整体宽度相同的条件下, 要超过单排刚性桩屏障的隔离效果, 对于 P 波, 需两排柱腔, 而对于 SH 波, 则需三排柱腔。这为多排柱腔屏障的隔振设计提供了理论依据和参考。

**关键词:** 多排柱腔列; 非连续屏障; 平面 P 波和 SH 波; 隔离效果; 隔振设计

中图分类号: TU435 文献标识码: A

## ISOLATIONS OF PLANE P AND SH WAVES BY BARRIERS COMPOSED OF SEVERAL ROWS OF CYLINDRICAL CAVITIES

XU Ping

(School of Water and Environmental Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** The conformal mapping method of complex functions and expansion methods of wave functions were adopted, the coupling scattering properties of P wave and SH wave were considered, the boundaries of the cavities without radial normal stresses and shear stresses were assumed to be free, and then the theoretical solutions for the two-dimensional multiple scattering problems of incident plane P and SH waves were obtained by the discontinuous barriers composed of several rows of cylindrical cavities. By studying the normalized displacements which are the ratios of the displacements caused by both the incident and scattered waves to those only by the incident waves, the isolation effects of the barriers composed of several rows of cylindrical cavities were analyzed, which were also compared with those of a row of rigid piles, and some important conclusions were drawn out. They are: (1) the isolation effects increase with the rows of cylindrical cavities, and (2) in order to get better isolation effects than that of a row of rigid piles with the same radius, the space distance and total barrier width to cylindrical cavities, two rows of cylindrical cavities are needed for incident P waves, and three rows for SH waves. And these conclusions provide some theoretical basis and references for the vibration isolation design of several rows of cylindrical cavities.

**Key words:** several rows of cylindrical cavities; discontinuous barrier; plane P and SH wave; isolation effects; vibration isolation design

收稿日期: 2009-10-21; 修改日期: 2010-09-10

基金项目: 国家自然科学基金项目(51008286)

作者简介: 徐平(1977—), 男, 山东五莲人, 副教授, 博士, 从事土动力学研究(E-mail: plian127@163.com)

屏障是缓解建筑施工、铁路与公路交通、工业和爆破等人类活动引起的振动强度的主要措施，屏障主要分为连续屏障和非连续屏障两种形式<sup>[1]</sup>。目前，关于开口沟渠和混凝土墙等形式的连续屏障的理论和试验研究已经比较成熟<sup>[2-3]</sup>，尽管连续屏障的隔振效果比较理想，但是对于低频人工振源，其施工和维护费用都很高，而柱腔列或排桩等非连续屏障则受深度和地区的限制较低，具有施工方便、造价低和应用范围广等优点。

关于单排弹性和刚性实心桩和空心管桩构成的非连续屏障，国内外众多学者也进行了大量的研究<sup>[4-11]</sup>，结果表明：屏障的隔离效果随着桩体的模量增大、桩间距的减小、管桩壁厚的减小、桩体数量的增多而提高。但上述研究并没有涉及多排柱腔(圆柱形空腔)屏障对 P 波和 SH 波隔离问题的研究。柱腔的工程造价低，仅需在柱腔中填充一些泡沫、竹子、木材或其它材料来维持柱腔壁、防止土体塌陷即可，不需要浇筑混凝土桩。

单排桩非连续屏障都是借助 Graf 加法法则进行求解<sup>[5-6,9-11]</sup>，局限于桩中心同在一条直线上的情况，无法应用于多排屏障。本文假定柱腔边界处完全自由，运用复变函数的保角映射方法和波函数展开法，得到了多排柱腔构成的屏障的多重散射的理论解，根据屏障后归一化位移的变化规律，分析了多排柱腔列屏障对平面 P 波和 SH 波的隔离效果。

### 1 入射和散射波场的势函数

土体内可传播两类弹性波：P 波(传播方向和偏振方向一致)和 S 波(传播方向和偏振方向一致)，而 S 波又可进一步分解成 SH 波(偏振方向水平，与柱腔的轴线垂直)和 SV 波(偏振方向竖直，与柱腔的轴线平行)。SV 波散射时只包含 SV 波成分，而 P 波和 SH 波会产生耦合散射，即散射波成分中既包含 P 波成分又包含 SH 波成分，因此 P 波和 SH 波的隔离问题的研究思路是一致的，本文首先给出 P 波入射的解答。

将土体视为各向同性的无限均质弹性体，考虑到柱腔的长度大于直径，因此将  $N$  排柱腔对平面 P 波和 SH 波的隔离简化为二维平面问题，以每个柱腔中心为坐标圆心，引入  $N$  个局部直角坐标系  $(x_j, y_j)$  和复坐标系  $(z_j, \bar{z}_j)$  ( $1 \leq j \leq N$ )，几何模型如图 1 所示，观测点  $M$  为土体中的任一点。

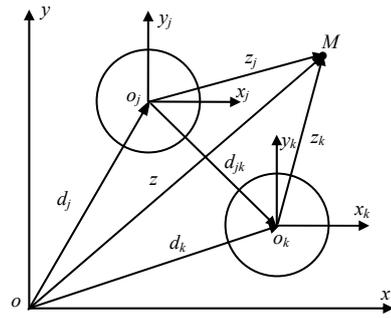


图 1 柱腔列分布及坐标系设置

Fig.1 Cylindrical cavities and coordinate systems

#### 1.1 入射 P 波的势函数

设入射频率为  $\omega$ ，在参考直角坐标系  $(x, y)$  下，入射 P 波的势函数可以写成：

$$\varphi^{inc} = \varphi_0 \exp[i k_p (x \cos \alpha + y \sin \alpha)] \quad (1)$$

式中：上标 inc 表示入射； $\varphi_0$  为入射 P 波的幅值； $\alpha$  为入射 P 波与水平方向(即图 1 中的  $x$  轴)的夹角； $k_p = \omega / c_p$ 、 $c_p = \sqrt{(\lambda + 2\mu) / \rho}$ ，其中， $k_p$  和  $c_p$  为土体中 P 波的波数和波速， $\lambda$ 、 $\mu$  和  $\rho$  分别为土体的 Lamé 弹性常量和密度； $i$  为虚数单位， $i^2 = -1$ ；为研究和讨论方便，式(1)及以下的公式及讨论中都略去了公共时间因子  $e^{-i\omega t}$ 。

参考直角坐标系  $(x, y)$  和复坐标系  $(z, \bar{z})$  存在如下变换关系式： $x = (z + \bar{z}) / 2$ 、 $y = (z - \bar{z}) / (2i)$ 、 $\cos \alpha = (e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}) / 2$ 、 $\sin \alpha = (e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}) / (2i)$ ，代入式(1)，可得复坐标系  $(z, \bar{z})$  下的入射 P 波的势函数：

$$\varphi^{inc} = \varphi_0 \exp \left[ \frac{i k_p}{2} (z e^{-i\alpha} + \bar{z} e^{i\alpha}) \right] \quad (2)$$

由图 1 知，复坐标系  $(z, \bar{z})$  与第  $j$  个局部坐标系  $(z_j, \bar{z}_j)$  之间存在着变换关系： $z = z_j + d_j$ ，于是式(2)可进一步写成复坐标系  $(z_j, \bar{z}_j)$  下的形式：

$$\varphi_j^{inc} = \varphi_0 \exp \left\{ \frac{i k_p}{2} [(z_j + d_j) e^{-i\alpha} + (\bar{z}_j + \bar{d}_j) e^{i\alpha}] \right\} \quad (3)$$

#### 1.2 散射 P 波和 SH 波的势函数

第  $k$  ( $1 \leq k \leq N$ ) 个柱腔满足稳态波动方程及无穷远辐射条件 Sommerfeld 条件的散射 P 波的势函数可表示成复坐标系  $(z_k, \bar{z}_k)$  下的形式<sup>[12]</sup>：

$$\varphi_k^{sc}(z, \bar{z}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^k H_n^{(1)}(k_p |z_k|) \left( \frac{\bar{z}_k}{|z_k|} \right)^n \quad (4)$$

式中：上标 sc 表示散射； $A_n^k$  为待定复系数； $H_n^{(1)}(\cdot)$  为  $n$  阶第一类 Hankel 函数。

由图 1 知, 观测点  $M$  在任意第  $j$  和  $k$  局部复坐标系  $(z_j, \bar{z}_j)$  和  $(z_k, \bar{z}_k)$  下存在着几何关系:  $z = z_j + d_j = z_k + d_k$ ,  $z_j = z_k + d_{jk}$ , 进一步可得到:  $z - d_k = z_j - d_{jk}$ , 于是, 在参考坐标系  $(z, \bar{z})$  下, 第  $k$  个柱腔散射 P 波的势函数展开式可写成:

$$\varphi_k^{\text{sc}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^k H_n^{(1)}(k_p |z - d_k|) \left( \frac{z - d_k}{|z - d_k|} \right)^n \quad (5)$$

采用复坐标系  $(z_j, \bar{z}_j)$ , 可进一步表示成:

$$\varphi_{jk}^{\text{sc}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^k H_n^{(1)}(k_p |z_j - d_{jk}|) \left( \frac{z_j - d_{jk}}{|z_j - d_{jk}|} \right)^n \quad (6)$$

于是观测点  $M$  处的总的散射 P 波的势函数展开式可表示成坐标系  $(z_j, \bar{z}_j)$  下的形式:

$$\varphi^{\text{sc}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^N A_n^k H_n^{(1)}(k_p |z_j - d_{jk}|) \left( \frac{z_j - d_{jk}}{|z_j - d_{jk}|} \right)^n \quad (7)$$

由于耦合散射, P 波的散射波中也包含 SH 波成分。与散射 P 波的势函数展开式(5)和式(7)相似, 第  $k$  个柱腔的散射 SH 波和观测点  $M$  处的总的散射 SH 波的势函数展开式可直接写成:

$$\psi_k^{\text{sc}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n^k H_n^{(1)}(k_s |z - d_k|) \left( \frac{z - d_k}{|z - d_k|} \right)^n \quad (8)$$

$$\psi^{\text{sc}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^N B_n^k H_n^{(1)}(k_s |z_j - d_{jk}|) \left( \frac{z_j - d_{jk}}{|z_j - d_{jk}|} \right)^n \quad (9)$$

式中:  $B_n^k$  为待定复系数;  $k_s = \omega / c_s$ ,  $c_s = \sqrt{\mu / \rho}$ ,  $k_s$  和  $c_s$  为土体中 SH 波的波数和波速。

## 2 P 波和 SH 波散射系数的求解

本文研究的是圆柱形空腔, 因此可采用保角变换:  $z_j = r_j \exp(i\theta_j)$ , 在极坐标系  $(r, \theta)$  下应力正应力  $\sigma_r$  和剪应力  $\tau_{r\theta}$  的求解公式如下<sup>[12]</sup>:

$$\sigma_r = -k_p^2 (\lambda + \mu) \varphi + 2\mu e^{i2\theta} \frac{\partial(\varphi + i\psi)}{\partial z^2} + 2\mu e^{-i2\theta} \frac{\partial(\varphi - i\psi)}{\partial \bar{z}^2} \quad (10a)$$

$$\tau_{r\theta} = 2i\mu \left[ e^{i2\theta} \frac{\partial^2(\varphi + i\psi)}{\partial z^2} - e^{-i2\theta} \frac{\partial^2(\varphi - i\psi)}{\partial \bar{z}^2} \right] \quad (10b)$$

假定柱腔壁自由, 应力为 0, 即当  $r = a_j$  时:

$$\sigma_r^{\text{inc+sc}} = 0; \quad \tau_{r\theta}^{\text{inc+sc}} = 0 \quad (11)$$

将式(3)、式(7)、式(9)代入式(10), 结合式(11), 经过整理可关于待定复系数  $A_n^k - B_n^k$  的无穷线性方程组:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} P_{11}^{kn} & P_{12}^{kn} \\ P_{21}^{kn} & P_{22}^{kn} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_n^k \\ B_n^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} \quad (12)$$

式(12)可简写成:

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^2 P_{il}^{kn} X_{ln}^k = Y_i \quad (13)$$

式中:  $X_{1n}^k = A_n^k$ ;  $X_{2n}^k = B_n^k$ 。矩阵元素  $P_{11}^{kn} - P_{22}^{kn}$  和  $Y_1$ 、 $Y_2$  的详细表达式如下:

$$\begin{aligned} P_{11}^{nk} &= -(\lambda^* + 1)k_p^2 H_n^{(1)}(k_p |z_j - d_{jk}|) \left( \frac{z_j - d_{jk}}{|z_j - d_{jk}|} \right)^n + \\ &\quad \frac{k_p^2 e^{2i\theta_j}}{2} H_{n-2}^{(1)}(k_p |z_j - d_{jk}|) \left( \frac{z_j - d_{jk}}{|z_j - d_{jk}|} \right)^{n-2} + \\ &\quad \frac{k_p^2 e^{-2i\theta_j}}{2} H_{n+2}^{(1)}(k_p |z_j - d_{jk}|) \left( \frac{z_j - d_{jk}}{|z_j - d_{jk}|} \right)^{n+2}; \\ P_{12}^{nk} &= \frac{ik_s^2 e^{2i\theta_j}}{2} H_{n-2}^{(1)}(k_s |z_j - d_{jk}|) \left( \frac{z_j - d_{jk}}{|z_j - d_{jk}|} \right)^{n-2} - \\ &\quad \frac{ik_s^2 e^{-2i\theta_j}}{2} H_{n+2}^{(1)}(k_s |z_j - d_{jk}|) \left( \frac{z_j - d_{jk}}{|z_j - d_{jk}|} \right)^{n+2}; \end{aligned}$$

$$Y_1 = [(\lambda^* + 1) + \cos 2(\theta_j - \alpha)] \cdot$$

$$k_p^2 \varphi_0 e^{ik_p[(z_j + d_j)e^{-i\alpha} + (\bar{z}_j + \bar{d}_j)e^{i\alpha}] / 2};$$

$$\begin{aligned} P_{21}^{nk} &= i \frac{k_p^2 e^{2i\theta_j}}{2} H_{n-2}^{(1)}(k_p |z_j - d_{jk}|) \left( \frac{z_j - d_{jk}}{|z_j - d_{jk}|} \right)^{n-2} - \\ &\quad i \frac{k_p^2 e^{-2i\theta_j}}{2} H_{n+2}^{(1)}(k_p |z_j - d_{jk}|) \left( \frac{z_j - d_{jk}}{|z_j - d_{jk}|} \right)^{n+2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{22}^{nk} &= -\frac{k_s^2 e^{2i\theta_j}}{2} H_{n-2}^{(1)}(k_s |z_j - d_{jk}|) \left( \frac{z_j - d_{jk}}{|z_j - d_{jk}|} \right)^{n-2} - \\ &\quad \frac{k_s^2 e^{-2i\theta_j}}{2} H_{n+2}^{(1)}(k_s |z_j - d_{jk}|) \left( \frac{z_j - d_{jk}}{|z_j - d_{jk}|} \right)^{n+2}; \end{aligned}$$

$$Y_2 = -k_p^2 \sin 2(\theta_j - \alpha) \varphi_0 e^{ik_p[(z_j + d_j)e^{-i\alpha} + (\bar{z}_j + \bar{d}_j)e^{i\alpha}] / 2};$$

式(13)左端的系数矩阵为  $2N \times [2N(2\bar{n} + 1)]$  ( $\bar{n}$  为数值计算时波函数展开式截取的有效项数), 因此需要对其处理成一个方阵。将式(13)左右两端同乘以变量  $\exp(-im\theta_j)$  ( $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ), 并对变量  $\theta_j$  在区间  $[-\pi, \pi]$  上求定积分, 经过整理, 最终得到关于待定复系数  $A_n^k$  和  $B_n^k$  的理论解的无穷线性方程组:

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^2 P_{il}^{knm} X_{ln}^k = Y_i^m \quad (14)$$

$$P_{il}^{knm} = \int_{-\pi}^{\pi} P_{il}^{kn} e^{-im\theta_j} d\theta_j \quad (15a)$$

$$Y_i^m = \int_{-\pi}^{\pi} Y_i e^{-im\theta_j} d\theta_j \quad (15b)$$

参考文献[13], 采用逼近法求解式(14), 当误差(有效项数分别截取  $\bar{n}+1$  和  $\bar{n}$  的计算结果之差与截取  $\bar{n}$  的计算结果的比值)小于 0.005% 时, 便停止运算, 此时的解答便认为是真值。

### 3 位移表达式

非连续屏障的隔离效果通常采用屏障后某点处由入射波和散射产生的总位移与入射波单独产生的位移的比值来判断分析, 将式(3)、式(7)、式(9)代入位移的求解公式<sup>[12]</sup>:

$$u_r = \frac{e^{i\theta} \partial(\varphi + i\psi)}{\partial z} + \frac{e^{-i\theta} \partial(\varphi - i\psi)}{\partial \bar{z}} \quad (16a)$$

$$v_\theta = \frac{ie^{i\theta} \partial(\varphi + i\psi)}{\partial z} - \frac{ie^{-i\theta} \partial(\varphi - i\psi)}{\partial \bar{z}} \quad (16b)$$

可得:

$$u_r^{\text{inc}} = ik_p \cos(\theta - \alpha) \varphi_0 e^{ik_p(z e^{-i\alpha} + \bar{z} e^{i\alpha})/2} \quad (17a)$$

$$v_\theta^{\text{inc}} = -ik_p \sin(\theta - \alpha) \varphi_0 e^{ik_p(z e^{-i\alpha} + \bar{z} e^{i\alpha})/2} \quad (17b)$$

$$\begin{aligned} u_r^{\text{sc}} = & \frac{k_p e^{i\theta_j}}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n H_{n-1}^{(1)}(k_p |z_j|) \left( \frac{z_j}{|z_j|} \right)^{n-1} - \\ & \frac{k_p e^{-i\theta_j}}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n H_{n+1}^{(1)}(k_p |z_j|) \left( \frac{z_j}{|z_j|} \right)^{n+1} + \\ & i \frac{k_s e^{i\theta_j}}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n H_{n-1}^{(1)}(k_s |z_j|) \left( \frac{z_j}{|z_j|} \right)^{n-1} + \\ & i \frac{k_s e^{-i\theta_j}}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n H_{n+1}^{(1)}(k_s |z_j|) \left( \frac{z_j}{|z_j|} \right)^{n+1} \end{aligned} \quad (17c)$$

$$\begin{aligned} v_\theta^{\text{sc}} = & i \frac{k_p e^{i\theta_j}}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n H_{n-1}^{(1)}(k_p |z_j|) \left( \frac{z_j}{|z_j|} \right)^{n-1} + \\ & i \frac{k_p e^{-i\theta_j}}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n H_{n+1}^{(1)}(k_p |z_j|) \left( \frac{z_j}{|z_j|} \right)^{n+1} - \\ & \frac{k_s e^{i\theta_j}}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n H_{n-1}^{(1)}(k_s |z_j|) \left( \frac{z_j}{|z_j|} \right)^{n-1} + \\ & \frac{k_s e^{-i\theta_j}}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n H_{n+1}^{(1)}(k_s |z_j|) \left( \frac{z_j}{|z_j|} \right)^{n+1} \end{aligned} \quad (17d)$$

上面给出了多排柱腔对 P 波隔离的解答, 平面 SH 波与 P 波的求解过程完全相同, 结果也非常相

似, 仅仅是入射 SH 波的势函数和  $Y_1$ 、 $Y_2$ 、 $u_r^{\text{inc}}$ 、 $v_\theta^{\text{inc}}$  的表达式不同, 其表达式如下:

$$\psi_j^{\text{inc}} = \psi_0 \exp \left\{ \frac{ik_s}{2} [(z_j + d_j) e^{-i\alpha} + (\bar{z}_j + \bar{d}_j) e^{i\alpha}] \right\} \quad (18)$$

$$u_r^{\text{inc}} = -ik_s \sin(\theta - \alpha) \psi_0 e^{ik_s(z e^{-i\alpha} + \bar{z} e^{i\alpha})/2} \quad (19a)$$

$$v_\theta^{\text{inc}} = -ik_s \cos(\theta - \alpha) \psi_0 e^{ik_s(z e^{-i\alpha} + \bar{z} e^{i\alpha})/2} \quad (19b)$$

$$Y_1 = -k_s^2 \sin 2(\theta_j - \alpha) \psi_0 e^{ik_s[(z_j + d_j) e^{-i\alpha} + (\bar{z}_j + \bar{d}_j) e^{i\alpha}]/2};$$

$$Y_2 = -k_s^2 \cos 2(\theta_j - \alpha) \psi_0 e^{ik_s[(z_j + d_j) e^{-i\alpha} + (\bar{z}_j + \bar{d}_j) e^{i\alpha}]/2}.$$

而  $u_r^{\text{sc}}$  和  $v_\theta^{\text{sc}}$  的表达式与式(17c)和式(17d)完全相同。

### 4 数值计算

取所有柱腔的参数都一致, 且均匀布置, 间距为  $d$ , 柱腔的半径均为  $a$ 。设 P 波和 SH 波垂直于屏障入射, 即  $\alpha = \pi/2$ , 对位移场的频率进行无量纲化处理:

$$\eta_p = \frac{\omega a}{\pi c_p} = \frac{2a}{\lambda_p} = \frac{k_p a}{\pi}; \quad \eta_s = \frac{\omega a}{\pi c_s} = \frac{2a}{\lambda_s} = \frac{k_s a}{\pi} \quad (20)$$

式中:  $\eta_p$ 、 $\eta_s$  和  $\lambda_p$ 、 $\lambda_s$  分别为土体中 P 波和 SH 波无量纲化后的频率和波长。

Avilés 和 Sánchez-Sesma<sup>[5]</sup> 的研究指出, 当  $d/a = 3.0$  时, 单排柱腔屏障的隔离效果最佳, 因此本文也取  $d/a = 3.0$ , 柱腔按梅花形布置, 如图 2 所示, 计算时, 单排柱腔取  $N = 8$ , 双排柱腔取  $N = 17$ , 三排柱腔取  $N = 25$ 。

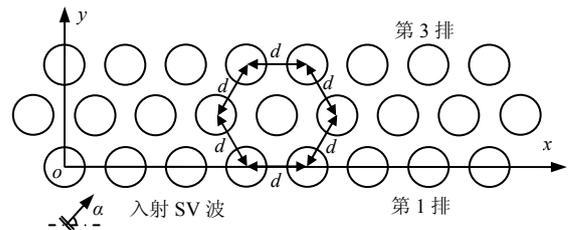


图 2 正三角形布置的多排柱腔

Fig. 2 Three rows of cylindrical cavities in regular triangle

P 波的偏振方向与传播方向一致, 耦合散射后的弹性波的能量主要由 P 波携带<sup>[6,11]</sup>, 因此屏障的隔离效果通常采用屏障后某点由入射和散射波产生的总的纵向位移  $v_y$  (图 2 的  $y$  方向) 与入射 P 波单独产生的纵向位移  $v_0$  的比值  $|v_y/v_0|$  来判定, 相似地, SH 波入射时, 常采用水平位移的比值  $|u_x/u_0|$  来判定, 位移  $v_y$ 、 $v_0$ 、 $u_x$  和  $u_0$  由下式计算:

$$v_y = u_r^{\text{inc+sc}} \sin \theta + v_\theta^{\text{inc+sc}} \cos \theta \quad (21a)$$

$$u_x = u_r^{\text{inc+sc}} \cos \theta - v_\theta^{\text{inc+sc}} \sin \theta \quad (21b)$$

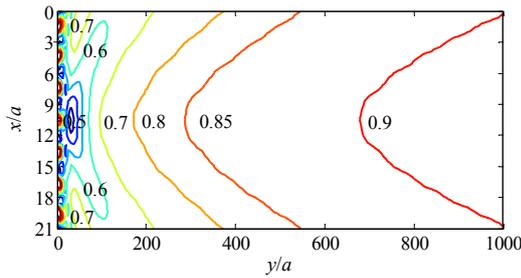
$$v_0 = u_r^{\text{inc}} \sin \theta + v_\theta^{\text{inc}} \cos \theta \quad (\text{入射 P 波}) \quad (21c)$$

$$u_0 = u_r^{\text{inc}} \cos \theta - v_\theta^{\text{inc}} \sin \theta \quad (\text{入射 SH 波}) \quad (21d)$$

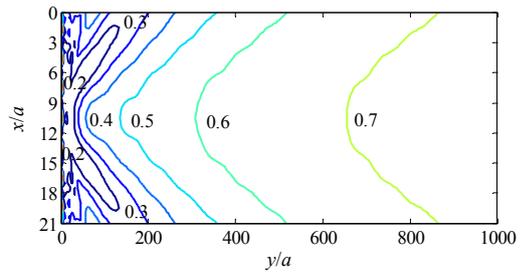
式中,  $u_r^{\text{inc}}$ 、 $v_\theta^{\text{inc}}$ 、 $u_r^{\text{sc}}$ 、 $v_\theta^{\text{sc}}$ 可由式(17)和式(19)求解。

参考文献[6], 取参数如下: 柱腔半径  $a=0.5\text{m}$ , 间距  $d=1.5\text{m}$ ; P 波和 SH 波的波长和波数  $\lambda_p=2.22\text{m}$ ,  $\lambda_s=1.25\text{m}$ ,  $k_p=2.51$ 、 $k_s=1.41$ 。由式(20)知, 无量纲频率分别为  $\eta_p=0.45$ ,  $\eta_s=0.80$ 。通过式(13)、式(17)、式(19)和式(21)得到了 P 波和 SH 波分别入射时屏障后任意一点的位移场, 进一步绘制了屏障后单排、两排、三排柱腔屏障和单排刚性桩屏障( $N=8$ ,  $d/a=3.0$ )<sup>[6]</sup>后屏障宽度范围内 ( $0 \leq x/a \leq 21$ ,  $0 \leq y/a \leq 1000$ , 坐标  $x, y$  同图 2)  $|v_y/v_0|$  和  $|u_x/u_0|$  等值线, 如图 3—图 6 所示。

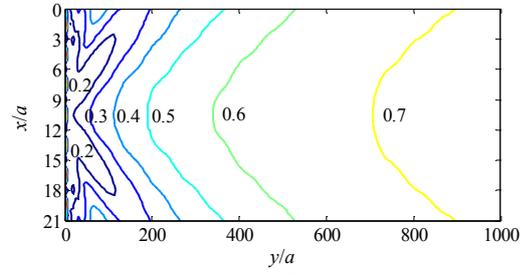
本文退化为单排柱腔的情况, 即图 4(a)和图 6(a), 与由文献[6,11]得到的直角坐标法绘制的等值线完全相同, 这说明本文的理论和计算程序是正确的, 可以用来计算多排柱腔屏障。



(a) 单排柱腔



(b) 两排柱腔



(c) 三排柱腔

图 3 多排柱腔屏障后  $|v_y/v_0|$  等值线(入射 P 波)  
Fig.3 Contours of  $|v_y/v_0|$  behind the barriers composed of several rows of cylindrical cavities for incident P waves

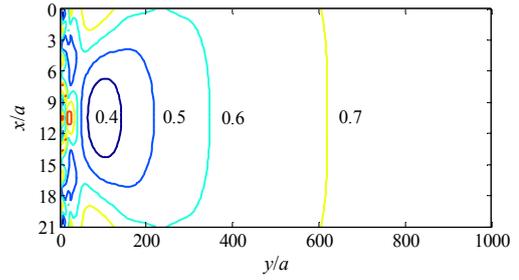
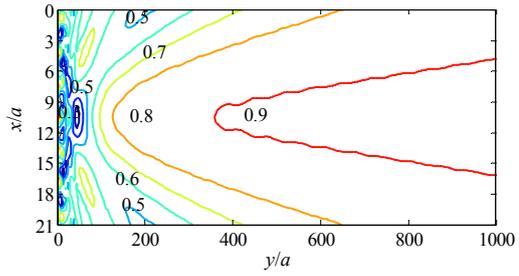
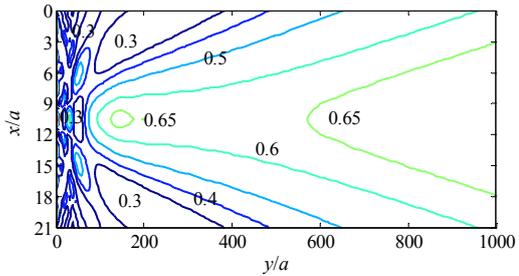


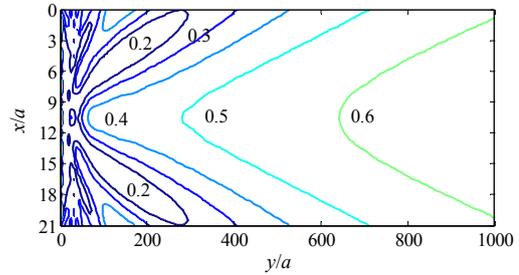
图 4 单排刚性桩屏障后  $|v_y/v_0|$  等值线(入射 P 波)  
Fig.4 Contours of  $|v_y/v_0|$  behind the barrier composed of a row of rigid piles for incident P waves



(a) 单排柱腔



(b) 两排柱腔



(c) 三排柱腔

图 5 多排柱腔屏障后  $|u_x/u_0|$  等值线(入射 SH 波)  
Fig.5 Contours of  $|u_x/u_0|$  behind the barriers composed of several rows of cylindrical cavities for incident SH waves

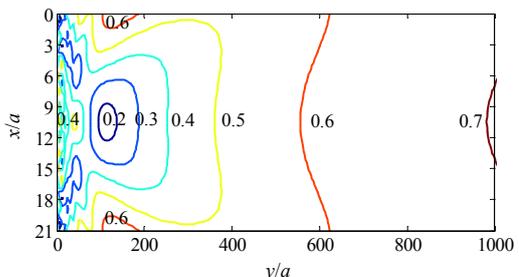


图 6 单排刚性桩屏障后  $|u_x/u_0|$  等值线(入射 SH 波)  
Fig.6 Contours of  $|u_x/u_0|$  behind the barrier composed of a row of rigid piles for incident SH waves

从图3可以看出,当柱腔由一排增加到两排时,相同 $|v_y/v_0|$ 围成的区域的面积明显增大,以 $|v_y/v_0|=0.7$ 为例,单排柱腔时,等值线面积约占整个绘图区域的13%,而由单排增加到两排时,等值线面积达到了70%,隔离效果提高非常明显;但是当柱腔由两排提高到三排时,隔离效果有所提高,但不如由单排增加到两排时那么明显。

比较图3和图4可以发现,对于平面P波,要超过单排刚性桩的隔离效果,只需两排柱腔即可。

图5和图3反映的规律基本一致,当柱腔由一排增加到两排时,隔离效果非常明显,但当柱腔由两排增加三排时,隔离效果的提高有所减缓。

另外,比较图5和图6可以发现,与平面P波不同,对于平面SH波,要超过单排刚性桩的隔离效果,要超过单排刚性桩的隔离效果,则需三排柱腔,比平面P波多一排。而对于交通振动或锻造基础振动,通常是既有P波又有S波,因此,要达到良好的隔离效果,需设置三排柱腔。

## 5 结论

本文首次运用复变函数的保角映射方法和波场位移势函数展开法,得到了多排桩屏障对平面P波和SH波的隔离问题的理论解,并对隔离效果进行了分析,得到了以下主要结论:

(1) 不论是入射P波还是SH波,隔离效果随着柱腔排数的增多而明显提高。

(2) 在半径、间距和屏障整体宽度等条件都相同的情况下,要超过单排刚性桩屏障的隔离效果,需设置三排柱腔。

### 参考文献:

- [1] Woods R D. Screening of surface waves in soils [J]. *Journal Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE*, 1968, 94(4): 951—979.
- [2] Ahmad S, Al-Hussaini T M. Simplified design for vibration screening by open and in-filled trenches [J]. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, 1991, 117(1): 67—88.
- [3] Ahmad S, Al-Hussaini T M, Fishman K L. Investigation on active isolation of machine foundations by open trenches [J]. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, 1996, 122(6): 454—461.
- [4] Liao S, Sangrey D A. Use of piles as isolation barriers [J]. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, 1978, 104(9): 1139—1152.
- [5] Avilés J, Sánchez-Sesma F. Piles as barriers for elastic waves [J]. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, 1983, 119(9): 1133—1146.
- [6] Avilés J, Sánchez-Sesma F. Foundation isolation from vibrations using piles and barriers [J]. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, 1988, 114(11): 1854—1870.
- [7] Kattis S E, Polyzos D, Beskos D E. Modelling of pile wave barriers by effective trenches and their screening effectiveness [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1999, 18(1): 1—10.
- [8] Kattis S E, Polyzos D, Beskos D E. Vibration isolation by a row of piles using a 3-D frequency domain BEM [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, 46(5): 713—728.
- [9] 徐平, 周新民, 夏唐代. 非连续弹性圆柱实心桩屏障对弹性波的隔离[J]. *振动工程学报*, 2007, 20(4): 388—395.  
Xu Ping, Zhou Xinmin, Xia Tangdai. Discontinuous barrier used a row of elastic piles for incident elastic waves [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2007, 20(4): 388—395. (in Chinese)
- [10] 徐平, 夏唐代, 周新民. 单排空心管桩屏障对平面SV波的隔离效果研究[J]. *岩土工程学报*, 2007, 29(1): 131—136.  
Xu Ping, Xia Tangdai, Zhou Xinmin. Study on effect of barrier of a row of hollow pipe piles on isolation of incident plane SV waves [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2007, 29(1): 131—136. (in Chinese)
- [11] 徐平, 夏唐代, 吴明. 刚性空心管桩屏障对平面P波和SH波的隔离效果研究[J]. *工程力学*, 2008, 25(5): 210—217.  
Xu Ping, Xia Tangdai, Wu Ming. Study on the effect of barrier of a row of rigid hollow pipe piles for the isolation of P and SH waves [J]. *Engineering Mechanics*, 2008, 25(5): 210—217. (in Chinese)
- [12] Liu D K, Gai B Z, Tao G Y. Applications of the method of complex function to dynamic stress concentration [J]. *Wave Motion*, 1982(4): 293—304.
- [13] Davis C A, Lee V W, Bardet J P. Transverse response of underground cavities and pipes to incident SV waves [J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2001, 30: 383—410.