

文章编号: 1000-4750(2013)11-0180-05

H型截面钢梁约束扭转的简化计算

樊春雷^{1,2}, 郝际平¹, 田炜烽¹

(1. 西安建筑科技大学土木工程学院, 陕西, 西安 710055; 2. 西安建筑科技大学建筑设计研究院, 陕西, 西安 710055)

摘 要: 钢梁在外扭矩以及梁端约束的作用下, 会产生翘曲正应力以及剪应力, 传统上利用扇性坐标及双力矩法计算, 计算过程很繁琐。许多工程师在设计中对钢梁扭转作用的处理带有一定的盲目性。根据约束扭转的受力及变形特点, 以变形协调为基础提出一种新的计算钢梁约束扭转的简化计算方法, 该方法可很好的计算钢梁在外扭矩作用下的受力情况。算例计算结果表明, 该方法具有很好的精度和准确性, 可供工程设计应用。

关键词: 自由扭转; 约束扭转; 翘曲正应力; 翘曲剪应力; 扭转剪应力

中图分类号: TU391; TU311.2 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2012.07.0529

SIMPLE CALCULATION METHOD FOR H-TYPE STEEL BEAM UNDER THE RESTRAINED TORSION

FAN Chun-lei^{1,2}, HAO Ji-ping¹, TIAN Wei-feng¹

(1. School of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an, Shaanxi 710055, China;

2. Institute of Architecture, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an, Shaanxi 710055, China)

Abstract: It can be produced warping normal stress and shear stress for a steel beam constrained at the both ends under an external torsion. It is very complicated to use the traditional treatment for sectorial coordinate and bi-moment. Thusly, the treatment is certain blindness for many engineers in the design of considering the steel girder torsion effect. Through the characteristics of the restrained torsion stress and deformation, a new simply method of the calculation of the beam under restrained torsion was brought, based on the compatibility of the deformation. It can well calculated the steel beam under a external torque. The results show that this simple calculation method has good precision and accuracy, and it can be used for engineering design and theoretical calculations.

Key words: unrestrained torsion; restrained torsion; warping normal stress; warping shear stress; torsional shearing stress

在实际工程中, 不可避免的会遇到钢构件受扭转的问题, 许多工程师在设计中对扭转作用的计算很少, 仅是在构造上做一些处理, 带有一定的盲目性。文献[1]提出钢梁扭转的简化计算方法及构造措施, 但是其公式是基于自由扭转下所提出的, 而实际工程中, 几乎不存在纯粹的自由扭转受力情况。采用上述方法, 未考虑约束扭转正应力, 同时, 采用自由扭转分析方法未考虑端部约束作用, 使构件

转角、剪应力均偏大, 不能真实的反映实际情况, 故文献[1]所提出的方法有待商榷。

对于约束扭转, 不少学者对其进行了研究, 我国习惯上采用扇性坐标和双力矩法^[2-6], 求解过程均相当繁琐, 不易于工程界推广。鉴于钢梁在约束扭转下计算的复杂性, 一些学者提出了修正弯曲比拟法和平面弯曲比拟法以近似计算^[7-9]。弯曲比拟法是将扭矩 M_T 换算成力偶 $F \times h$ (如图 1 所示), 并忽

收稿日期: 2012-07-18; 修改日期: 2012-09-30

基金项目: 国家自然科学基金项目(51178381); 高等学校博士学科点专项科研基金项目(20096120110004)

通讯作者: 樊春雷(1987-), 男, 陕西渭南人, 博士生, 从事钢结构稳定及抗震研究(E-mail: vincerfan@163.com).

作者简介: 郝际平(1959-), 男, 山西襄垣人, 教授, 博士, 博导, 从事钢结构工程和教学研究(E-mail: haojiping@xauat.edu.cn);

田炜烽(1985-), 男, 浙江萧山人, 博士生, 从事钢结构稳定及抗震研究(E-mail: xiaotianhao@126.com).

略腹板的联系作用,翼缘就相当于在力 F 作用下平面内受弯的梁。然而,该法误差较大,过高的估计了梁的侧向剪力,相应地过高的估计了梁翼缘的侧向弯矩和正应力,从而使正应力过于保守而剪应力又偏于不安全,难以应用于工程设计中。笔者认为该法误差较大,主要是忽略了腹板的联系作用,由于腹板的联系作用,截面必然会产生扭转,那么可以认为扭转分担了一部分的扭矩 M_T , 所以若按照弯曲比拟法将扭矩完全转化成上下翼缘在平面内的弯矩作用时,会使计算的正应力偏大,其主要原因就是忽略了腹板的联系作用,即忽略了截面的扭转。

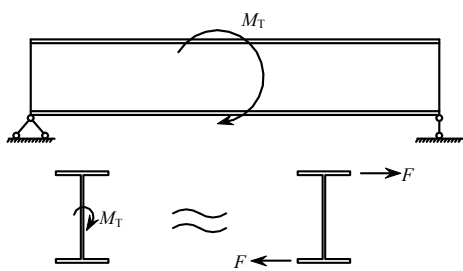


图1 弯曲比拟法(集中扭矩的代换)
Fig.1 Bending analogy method

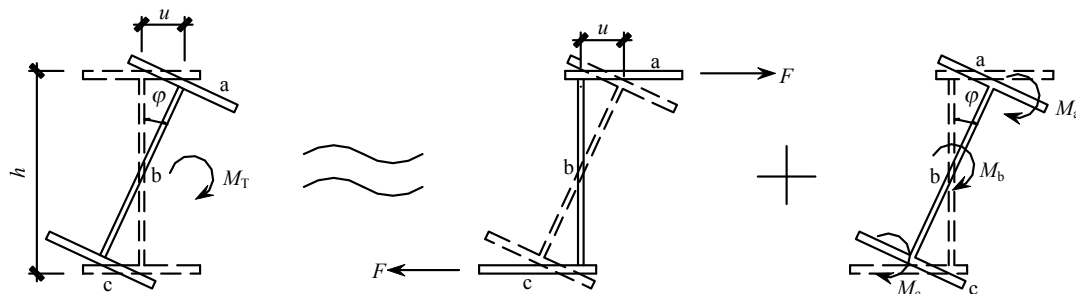


图3 变形比拟法
Fig.3 Deformation analogy method

2 计算过程

以两端简支梁,中部受扭矩 M_T 为例来说明该法的计算过程(如图4所示)。易知截面 C 为正应力最大处,支座 A 处剪应力最大(假设 $a < b$)。

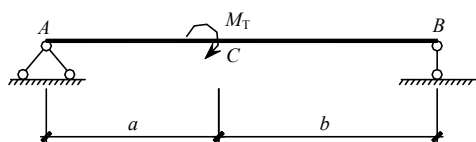


图4 简支梁受扭矩 M_T 示意图($a < b$)
Fig.4 Simple beam under the torque M_T

2.1 正应力计算

由图3可知, $u = h/2 \times \sin\phi$, 由于 ϕ 很小,近

1 本文的简化思想

弯扭比拟法由于忽略了腹板的联系作用,即扭矩 M_T 仅使梁翼缘产生平面内的挠度。而实际上, H 型梁受约束扭转时,扭矩 M_T 不仅使翼缘产生平面内的挠度 u , 还同时使截面产生扭转角 ϕ (如图2所示)。本文针对梁受扭时的变形特点及弯扭比拟法的误差,提出简化思想,本文称之为变形比拟法。

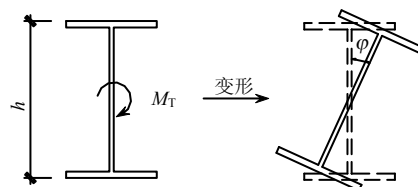


图2 H型钢受扭变形图

Fig.2 The deformation of the H-beam torsion

假设, H 型梁由 a 、 b 、 c 三块组成且各不相同,为使变形协调,梁在受扭时的变形可理解为翼缘的受弯变形及 a 、 b 、 c 三块板的转动(如图3所示)。

假设产生相同变形的外力相等,即可以认为: $M_T = F \times h + M_a + M_b + M_c$, 那么,由扭矩产生的截面正应力以及剪应力则可认为是 $F \times h + M_a + M_b + M_c$ 合力作用下截面的正应力及剪应力。

似取 $\sin\phi = \phi(\text{rad})$, 则: $u = h/2 \times \phi$, $\phi = 2u/h$ 。

由材料力学^[10-11]知,在集中力 F 作用下,挠度为:

$$u = \begin{cases} \frac{Fbx}{6EI} (l^2 - x^2 - b^2), & 0 \leq x \leq a \\ \frac{Fb}{6EI} \left[\frac{l}{b} (x-b)^2 + (l^2 - b^2)x - x^3 \right], & a \leq x \leq l \end{cases}$$

位移 u 沿构件长度是高次曲线变化的,因此 ϕ 和 $\theta = \phi/l$ 亦是变化的,这给计算带来困难。为简化计算,仅考虑在特定截面处的这种变形关系, u 为一个特定截面处的位移, ϕ 为特定截面的扭转角。同时,假定 ϕ 沿构件长度方向呈线性变化,即扭转

率 $\theta = \varphi / l$ 为定值。

因此:

$$u|_{x=a} = \frac{Fb(3l^2 - 4b^2)}{48EI}$$

由

$$\varphi = \frac{2u_c}{h} \Rightarrow (\text{假定}) \theta_{AC} = \frac{2u_c}{ah}, \theta_{BC} = \frac{2u_c}{bh}$$

得到在截面 C 处, 产生转角 φ 需要的扭矩为:

$$M_a = GI_{ta}(\theta_{ac} + \theta_{bc}) = GI_{ta} \frac{(a+b) \times 2u_c}{abh} = 2GI_{ta} \frac{u_c l}{abh} = \frac{FI(3l^2 - 4b^2)GI_{ta}}{24Elah}$$

同样,

$$M_b = \frac{FI(3l^2 - 4b^2)GI_{tb}}{24Elah}, M_c = \frac{FI(3l^2 - 4b^2)GI_{tc}}{24Elah}$$

又由 $M_T = F \times h + M_a + M_b + M_c$, 即可求出 F , 翼

$$\text{缘弯矩 } M_f = \frac{abF}{l}, \text{ 正应力 } \sigma = \frac{M_f}{I_f} \times \frac{b}{2}.$$

2.2 剪应力计算

2.2.1 扭转剪应力

根据

$$\varphi = \frac{2u}{h} = \begin{cases} \frac{Fbx}{6EI}(l^2 - x^2 - b^2), & 0 \leq x \leq a \\ \frac{Fb}{6EI} \left[\frac{l}{b}(x-b)^2 + (l^2 - b^2)x - x^3 \right], & a \leq x \leq l \end{cases}$$

扭转率 $\theta = \varphi'$, 要获得 θ_{\max} , 由数学原理知, $\theta = \varphi'$ 取极值时, 即 $\theta' = 0$ 时对应 x 值, 得到 $x = 0$ 或 l 时, 即支座处剪应力最大, 故:

$$\theta_{\max} = \varphi'|_{x=0, x=l} = \frac{Fb(l^2 - b^2)}{3EIh}$$

$$T_{S\max} = GI_t \theta_{\max},$$

$$\tau_{\max} = \frac{T_{S\max} \times t}{I_t} = G\theta_{\max} \times t.$$

2.2.2 翘曲剪应力

$$\tau_w = \frac{V}{I_f} \times \frac{S_f}{t_f} = \frac{FS_f}{2I_f t_f}$$

其中, V 为支座反力即 $V = F/2$ 。

另外, 当 $\theta = \varphi'|_{x=a} = 0$, 即在 C 点时, $T_S = 0$, 故 C 点时无自由扭转抗力 T_S , 这与精确解是相符的。如图 5 所示, 在 C 点时, 自由扭转力矩 $T_S = 0$, 弯曲扭转力矩 $T_w = M_T$ 。

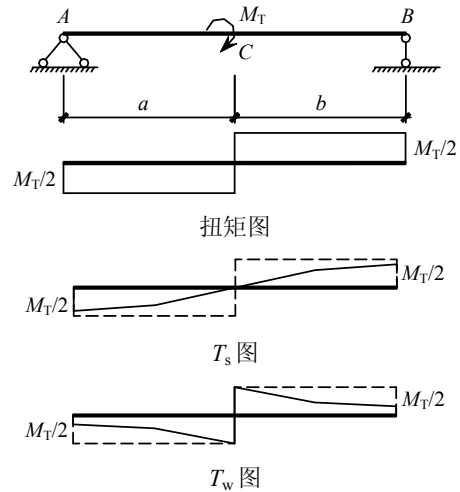


图 5 简支梁内力示意图

Fig.5 The inner force of the simple beam

3 算例

3.1 算例 1

图 6 所示的两端铰接梁跨中受扭矩 M_T 作用, 为简化计算, 取梁截面为 H600×200×10×10, $T_S = 3.03 \text{ kN} \cdot \text{m}$, 用本文方法计算其正应力及剪应力。

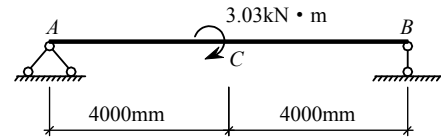


图 6 两端简支梁受扭矩作用

Fig.6 The simple beam under torsion

在最大扭矩 C 点处,

$$u_c = \frac{Fbx}{6EI}(l^2 - x^2 - b^2) = \frac{F}{6EI} \left(\frac{l}{2} \right)^3 = \frac{Fl^3}{48EI},$$

并由 $\varphi = \frac{2u_c}{h}$, $\theta_{CA} = \theta_{CB} = \frac{4u_c}{hl}$, 得:

$$M_a = GI_{ta}(\theta_{CA} + \theta_{CB}) = GI_{ta} \frac{8u_c}{hl} =$$

$$GI_{ta} \frac{8Fl^3}{48EIhl} = \frac{79 \times \frac{20}{3} \times 8^2 \times F}{6 \times 206 \times 6.667 \times 60} = 0.068F$$

同样, $M_b = 0.068F$, $M_c = 0.204F$ 。

根据变形等效, $M_T = F \times h + M_a + M_b + M_c$ 可得: $F \times 0.6 + 0.068F \times 2 + 0.204F = 3.03$, 则 $F = 3.22 \text{ kN}$ 。

正应力:

$$\sigma_w = \frac{M_f}{I_f} \times \frac{b}{2} = \frac{\frac{Fl}{4}}{6.667} \times \frac{20}{2} = 96.6 \text{ N/mm}^2;$$

根据扭转剪应力:

$$\tau_{s,\max} = \frac{T_{S\max} \times t}{I_t} = G\theta_{\max} \times t,$$

其中, $\theta_{\max} = \varphi'|_{x=0, x=l} = \frac{Fl^2}{8Elh}$,

得到扭转剪应力为:

$$\tau_{s,\max} = \frac{79 \times 3.22 \times 0.8^2 \times 1000}{8 \times 0.6 \times 206 \times 6.667} = 24.7 \text{ N/mm}^2$$

翘曲剪应力:

$$\tau_w = \frac{V}{I_f} \times \frac{S_f}{t_f} = \frac{FS_f}{2I_f t_f} = 1.2 \text{ N/mm}^2 \text{ (翼缘处)}$$

剪应力:

$$\tau_{\max} = \tau_{s,\max} + \tau_w = 25.7 \text{ N/mm}^2 \text{ (翼缘处)}$$

本例精确计算结果参见文献[7], 精确解为:

$$\sigma_w = 100.2 \text{ N/mm}^2, \tau_{\max} = 24.39 \text{ N/mm}^2.$$

本文正应力计算结果与精确解比值为 0.964,

剪应力计算结果与精确解比值为 1.05.

3.2 算例 2

图 7 所示的两端固接梁跨中受扭矩 M_T 作用, 为简化计算, 取梁截面为 H600×200×10×10, $T_S=303\text{kN} \cdot \text{m}$, 用本文方法计算其正应力及剪应力。

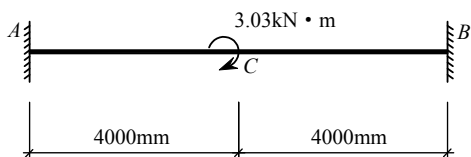


图 7 两端固接梁受扭矩作用

Fig.7 Fixed connect beam under torsion

在最大扭矩 C 点处, $u_c = \frac{Fl^3}{192EI}$, 并由 $\varphi =$

$$\frac{2u_c}{h}, \theta_{CA} = \theta_{CB} = \frac{4u_c}{hl} \text{ 得到:}$$

$$M_a = GI_{ta}(\theta_{CA} + \theta_{CB}) = 0.017F$$

同样, $M_b = 0.017F, M_c = 0.051F$

根据变形等效, $M_T = F \times h + M_a + M_b + M_c$ 可得: $F \times 0.6 + 0.017F \times 2 + 0.051F = 3.03$, 则 $F = 4.42\text{kN}$ 。

正应力:

$$\sigma_w = \frac{M_f}{I_f} \times \frac{b}{2} = \frac{\frac{Fl}{8}}{6.667} \times \frac{20}{2} = 66.3 \text{ N/mm}^2;$$

根据扭转剪应力:

$$\tau_{s,\max} = \frac{T_{S\max} \times t}{I_t} = G\theta_{\max} \times t,$$

其中, $\theta_{\max} = \varphi'|_{x=l/4} = \frac{Fl^2}{32Elh}$,

得到扭转剪应力为:

$$\tau_{s,\max} = \frac{79 \times 4.42 \times 0.8^2 \times 1000}{32 \times 0.6 \times 206 \times 6.667} = 8.47 \text{ N/mm}^2$$

支座处翘曲剪应力:

$$\tau_w = \frac{V}{I_f} \times \frac{S_f}{t_f} = \frac{FS_f}{2I_f t_f} = 1.66 \text{ N/mm}^2 \text{ (翼缘处)}$$

由于翘曲剪应力很小, 偏于保守的取 $x=l/4$ 处翘曲剪应力近似取为支座处。

则: 剪应力 $\tau_{\max} = \tau_{s,\max} + \tau_w = 10.13 \text{ N/mm}^2$ (翼缘处)

本例精确计算结果参见文献[9], 精确解为:

$$\sigma_w = 66.57 \text{ N/mm}^2, \tau_{\max} = 9.72 \text{ N/mm}^2.$$

本文正应力计算结果与精确解比值为 0.996,

剪应力计算结果与精确解比值为 1.04.

3.3 算例 3

图 8 所示的悬臂梁跨中受扭矩 M_T 作用, 为简化计算, 取梁截面为 H600×200×10×10, $T_S=303\text{kN} \cdot \text{m}$, 用本文方法计算其正应力及剪应力。

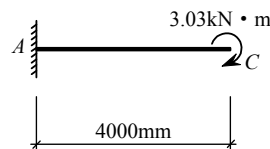


图 8 悬臂梁手扭矩作用

Fig.8 Cantilever beam under torsion

在最大扭矩 C 点处, $u_c = \frac{Fx^2}{6EI}(3l-x) = \frac{Fl^3}{3EI}$,

并由 $\varphi = \frac{2u_c}{h}, \theta_c = \frac{\varphi}{l} = \frac{2u_c}{hl} = \frac{2Fl^2}{3EI}$ 得到:

$$M_a = GI_{ta}\theta_c = 0.068F$$

同样, $M_b = 0.068F, M_c = 0.204F$

根据变形等效, $M_T = F \times h + M_a + M_b + M_c$ 可得: $F \times 0.6 + 0.068F \times 2 + 0.204F = 3.03$, 则 $F = 3.22 \text{ kN}$ 。

正应力:

$$\sigma_w = \frac{M_f}{I_f} \times \frac{b}{2} = \frac{Fl}{6.667} \times \frac{20}{2} = 193.2 \text{ N/mm}^2;$$

根据扭转剪应力:

$$\tau_{s,\max} = \frac{T_{S\max} \times t}{I_t} = G\theta_{\max} \times t,$$

其中, $\theta_{\max} = \varphi'|_{x=l} = \frac{Fl^2}{Elh}$,

得到扭转剪应力为:

$$\tau_{s,\max} = \frac{79 \times 3.22 \times 0.4^2 \times 1000}{0.6 \times 206 \times 6.667} = 49.4 \text{ N/mm}^2$$

支座处翘曲剪应力:

$$\tau_w = \frac{V}{I_f} \times \frac{S_f}{t_f} = \frac{FS_f}{I_f t_f} = 2.4 \text{ N/mm}^2, \text{ C 点处剪力 } V \text{ 为}$$

0, 故翘曲剪应力 $\tau_w = 0 \text{ N/mm}^2$ (翼缘处)

最大剪应力发生在 C 点, 即 $\tau_{\max} = \tau_{s,\max} = 49.4 \text{ N/mm}^2$ 。

本例精确计算结果参见文献[9], 精确解为:

$$\sigma_w = 200.5 \text{ N/mm}^2, \tau_{\max} = 46.92 \text{ N/mm}^2。$$

本文正应力计算结果与精确解比值为 0.963,

剪应力计算结果与精确解比值为 1.05。

3.4 计算结果比较

算例的计算结果见表 1。通过上述比较, 扭转正应力普遍小于精确解, 剪应力普遍大于精确解, 这主要是由于, 在计算中, 假定截面所受的正应力均是由力偶 F 所提供, 实际上在 M_a 、 M_b 、 M_c 使 a、b、c 三块板件发生转动也会产生微小的正应力, 本方法忽略其影响。总体来说, 该变形比拟法误差不大, 与精确解相比, 误差一般都在 5% 以内, 可以满足工程设计要求。

表 1 计算结果比较

Table 1 The compare of the solutions

算例	本文计算方法	精确解	近似解/精确解
算例 1	$\sigma_w=96.6\text{N/mm}^2$	$\sigma_w=100.2\text{N/mm}^2$	0.964
	$\tau_{\max}=25.7\text{N/mm}^2$	$\tau_{\max}=24.39\text{N/mm}^2$	1.05
算例 2	$\sigma_w=66.3\text{N/mm}^2$	$\sigma_w=66.57\text{N/mm}^2$	0.996
	$\tau_{\max}=25.7\text{N/mm}^2$	$\tau_{\max}=9.72\text{N/mm}^2$	1.04
算例 3	$\sigma_w=193.2\text{N/mm}^2$	$\sigma_w=200.5\text{N/mm}^2$	0.963
	$\tau_{\max}=50.6\text{N/mm}^2$	$\tau_{\max}=46.92\text{N/mm}^2$	1.05

注: 精确计算结果参见参考文献[7]、文献[9]。

文献[1]所示简化方法是基于自由扭转提出的, 故对于以上算例, 均不产生正应力; 对于算例 1 与算例 2, 计算所得剪应力为 38.7N/mm^2 , 对于算例 3, 计算所得剪应力为 77.29N/mm^2 。与精确解相比, 未考虑到正应力的作用, 偏于不安全。同时, 计算所得构件转角, 剪应力均过于保守。文献[1]所示简化方法计算简单, 对于估计扭转作用下梁扭转角及剪应力是保守的。但是其未考虑端部约束作用, 忽略了扭转正应力会造成不安全的设计。

4 结论

(1) 实际中钢梁受扭属于约束扭转, 其变形及

应力不能用自由扭转的方法计算, 按照自由扭转所得简化方法计算所得的变形过大, 而正应力偏小。

(2) 弯曲比拟法忽略了腹板的联系作用, 从而使计算的正应力过于保守而剪应力又偏于不安全。

(3) 本文所述变形比拟法计算简便, 有很好的精度, 可方便的计算钢梁受扭矩作用时的正应力以及剪应力, 避免了采用扇性坐标和双力矩法。经过算例结果对比发现, 本文方法计算精度较高, 满足工程使用要求。

参考文献:

- [1] 张荣山, 刘兵. 钢梁抗扭转简化计算方法和构造措施[J]. 钢结构, 2009, 24(11): 44—49.
Zhang Rongshan, Liu Bing. A simplified calculation method and structure measures of anti-torsion steel beam [J]. Steel Construction, 2009, 24(11): 44—49. (in Chinese)
- [2] 郝际平, 钟炜辉. 薄壁杆件的弯曲与扭转[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 116—143.
Hao Jiping, Zhong Weihui. Bending and torsion of thin-walled bar [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006: 116—143. (in Chinese)
- [3] 李明昭, 周竞欧. 薄壁杆结构计算[M]. 北京: 高等教育出版社, 1992: 16—40.
Li Mingzhao, Zhou Jing'ou. Structure calculation of thin-walled bar [M]. Beijing: Higher Education Press, 1992: 16—40. (in Chinese)
- [4] 曹富新, 杨春秋. 工程薄壁结构计算[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1993: 67—92.
Cao Fuxin, Yang Chunqiu. Structure calculation of engineering thin-walled [M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1993: 67—92. (in Chinese)
- [5] 陈骥. 钢结构稳定理论与设计[M]. 第三版. 北京: 科学出版社, 2006: 249—299.
Chen Ji. Stability of steel structures theory and design [M]. 3rd ed. Beijing: Science Press, 2006: 249—299. (in Chinese)
- [6] 包世华, 周坚. 薄壁杆件结构力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2006: 42—57.
Bao Shihua, Zhou Jian. Structural mechanics of thin-walled bar [M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2006: 42—57. (in Chinese)
- [7] 郭在田. 薄壁杆件的弯曲与扭转[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1989: 323—332.
Guo Zaitian. Bending and torsion of thin-walled bar [M]. Beijing: China Building Industry Press, 1989: 323—332. (in Chinese)
- [8] Charles G Salmon, John E Johnson. Steel structure design and behavior [M]. 2nd ed. New York: Harper & Row Publishers, 1980: 390—440.

(参考文献[9]—[11]转第 220 页)

下相似。

参考文献:

- [1] Antonio D L, Fabio N, Fabio M. Structural evaluation of full-scale FRP confined reinforced concrete columns [J]. *Journal of Composites for Construction*, 2011, 15(1): 112—123.
- [2] Cui C, Sheikh S A. Experimental study of normal-and high-strength concrete confined with fiber-reinforced polymers [J]. *Journal of Composites for Construction*, 2010, 14(5): 553—561.
- [3] Eid R, Roy N, Paultre P. Normal and high-strength concrete circular elements wrapped with FRP composites [J]. *Journal of Composites for Construction*, 2009, 13(2): 113—124.
- [4] Nicolas S, Chris P P. Strain-based confinement model for FRP-confined concrete [J]. *Journal of Composites for Construction*, 2007, 13(6): 825—834.
- [5] Samaan M, Mirmiran A, Shahawy M. Model of concrete confined by fiber composites [J]. *Journal of Structural Engineering*, 1998, 124(9): 1025—1031.
- [6] Lam L, Teng J G. Strength models for fiber reinforced plastic confined concrete [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2002, 128(5): 612—623.
- [7] Bisby L A. Fire behaviour of FRP reinforced or confined concrete [D]. Ontario: Queen's University, 2003.
- [8] Joao P C, Rodrigues, L L, António M C. Behaviour of fiber reinforced concrete columns in fire [J]. *Composite Structures*, 2010, 92(5): 1263—1268.
- [9] 徐明, 陈忠范, 姜岩宁. 碳纤维加固混凝土构件防火保护措施的试验研究[J]. *工业建筑*, 2009, 30(5): 128—132.
Xu Ming, Chen Zhongfan, Jiang Yanning. Experimental research on fireproofing measures for CFRP strengthened concrete members [J]. *Industrial Construction*, 2009, 30(5): 128—132. (in Chinese)
- [10] 徐明, 韩春雷, 陈忠范. 氯氧镁胶凝材料粘结碳纤维板高温后拉伸性能试验研[J]. *玻璃钢/复合材料*, 2013, 223(3): 18—21.
Xu Ming, Han Chunlei, Chen Zhongfan. Experimental study on tensile strength of CFRP plate bonded with MOC after high temperature [J]. *Fiber Reinforced Plastics / Composites*, 2013, 223(3): 18 — 21. (in Chinese)
- [11] Mohamedbhat G T G, Mice M, Effect of exposure time and rates of heating and cooling on the residual strength of heated concrete [J]. *Magazine of Concrete Research*, 1986, 38(136): 151—158.
- [12] 李玉鹏. 碳纤维布约束混凝土柱受压性能试验研究及理论分析[D]. 上海: 同济大学, 2006.
Li Yupeng. Experimental study on concrete columns confined by CFRP sheets under compression [D]. Shanghai: Tongji University, 2006. (in Chinese)
- [13] 肖德后. 高温下碳纤维加固混凝土柱受力性能的试验研究[D]. 南京: 东南大学, 2009.
Xiao Dehou. Fire behavior of concrete columns strengthened with CFRP sheets [D]. Nanjing: Southeast University, 2009. (in Chinese)

(上接第 184 页)

- [9] 赵熙元. 开口薄壁构件约束扭转的近似计算[J]. *钢结构*, 1997, 12(2): 7—14.
Zhao Xiyuan. The approximate calculation of thin-walled member under constrain torsion [J]. *Steel Constraction*, 1997, 12(2): 7—14. (in Chinese)
- [10] 陈绍蕃. 钢结构设计原理[M]. 第三版. 北京: 科学出版社, 2005: 151—204.
Chen Shaofan. Principles of steel structures design [M]. 3rd ed. Beijing: Science Press, 2005: 151 — 204. (in Chinese)
- [11] 孙训方, 方孝淑, 关来泰. 材料力学[M]. 第四版. 北京: 高等教育出版社, 2004: 360—363.
Sun Xunfang, Fang Xiaoshu, Guan Laitai. Mechanics of materials [M]. 4th ed. Beijing: Higher Education Press, 2004: 360—363. (in Chinese)