

文章编号: 1000-4750(2013)07-0001-06

基于 UKF 的双轴耦联 Bouc-Wen 模型识别与应用

李 宁¹, 李忠献¹, 谢礼立^{1,2}

(1. 天津大学滨海土木工程结构与安全教育部重点实验室, 天津 300072; 2. 中国地震局工程力学研究所, 哈尔滨 150080)

摘 要: Bouc-Wen 模型常用于非线性滞回模拟, 具有滞回曲线连续可微、可考虑退化、拮缩等非线性效应的优点。该文在双轴 Bouc-Wen 模型的基础上, 提出了适用于单向偏心结构的平扭耦联 Bouc-Wen 模型, 导出状态方程并利用无色 Kalman 滤波器(UKF)对其进行参数辨识。结合单向偏心结构的等效二自由度模型(EDDOF), 利用 UKF 对其非线性反应信号进行系统辨识, 进行了应用研究。结果表明: UKF 可对双轴耦联系统的状态及参数进行快速高效识别, 且精度可靠, 通过单向偏心结构地震反应分析和辨识验证了其适用性和可靠性。该模型亦可表征广义系统状态, 拓展应用于结构监测控制、可靠性和随机反应分析等相关研究领域的应用。

关键词: 无色 Kalman 滤波器; 等效二自由度; Bouc-Wen 模型; 双轴耦联; 参数辨识

中图分类号: TU311.3; O322 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2012.02.0126

UKF BASED PARAMETER IDENTIFICATION AND APPLICATION OF DUAL-AXIAL COUPLED BOUC-WEN MODEL

LI Ning¹, LI Zhong-xian¹, XIE Li-li^{1,2}

(1. Key Laboratory of Coast Civil Structure Safety of China Ministry of Education, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. Institute of Engineering Mechanics, China Earthquake Administration, Harbin 150080, China)

Abstract: A Bouc-Wen model is commonly used in the simulation of structural nonlinear hysteretic responses. It has the advantage that the hysteretic curve is continuously differentiable while it is capable of taking into account the degradation and pinching effect etc. In this study, a lateral-rotational coupled Bouc-Wen model appropriate for the nonlinear analysis of one-way plan-asymmetric structures is proposed based on the dual-axial coupled Bouc-Wen model. The parameters of the coupled Bouc-Wen model are identified through Unscented Kalman Filter (UKF). Then, by using the equivalent dual-degree of the freedom (EDDOF) model of the one-way plan-asymmetric structures, the feasibility of the UKF in the structural system identification through nonlinear response signal analysis is studied. It is demonstrated that UKF is well applicable to the identification of the state and parameters of a coupled Bouc-Wen model with high efficiency and reliable accuracy. The applicability and reliability of the proposed method is further verified by the asymmetric structural seismic response analysis. The proposed model can be generally rewritten into a state-space model which applications can be extended to research fields such as the monitoring and control, reliability analysis and stochastic analysis of structures.

Key words: unscented Kalman filter (UKF); equivalent dual-degree of freedom (EDDOF); Bouc-Wen model; biaxial coupled; parametric identification

Bouc-Wen 滞回模型由 Bouc 于 1967 年提出后, 被 Wen^[1]加以拓展, 用来描述许多常见的滞回反应,

常用来表述非线性系统, 其动力反应微分方程为:

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + \alpha\omega_n^2x + (1-\alpha)\omega_n^2z = -\ddot{u}_g(t),$$

收稿日期: 2012-02-26; 修改日期: 2012-07-01

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973 计划)项目(2011CB013603); 国家自然科学基金项目(51008208); 国家自然科学基金国际(地区)合作与交流项目(NSFC-JST)(51021140003); 天津市应用基础与前沿技术研究计划项目(13JCQNJC07200)

通讯作者: 李 宁(1981—), 男, 山西长治人, 副教授, 博士, 从事结构抗震研究(E-mail: neallee@tju.edu.cn).

作者简介: 李忠献(1961—), 男, 安徽枞阳人, 教授, 博士, 博导, 长江学者, 从事结构抗震/减震控制等方面研究(E-mail: zlxie@tju.edu.cn);

谢礼立(1939—), 男, 上海人, 教授, 博导, 中国工程院院士, 从事地震工程与工程抗震研究(E-mail: llxie@iem.net.cn).

$$\dot{z} = A\dot{x} - \gamma |\dot{x}| |z|^{n-1} z - \beta \dot{x} |z|^n \quad (1)$$

式中： x 、 \dot{x} 和 \ddot{x} 是单自由度系统的位移、速度、加速度； $\ddot{u}_g(t)$ 是激励时程； z 是 Bouc-Wen 模型的滞回特性参数，或称滞回位移； α 一般为 0~1 的系数，Bouc-Wen 模型通过构建不同比例组合的刚性项($\alpha\omega_n^2 x$)和滞回位移项($(1-\alpha)\omega_n^2 z$)来模拟不同滞回规则。

近 30 年来，Bouc-Wen 模型因其微分方程处理方便、数值稳定性好、定义简单普适等优势而广泛应用^[2-4]。为了考虑模型刚度和强度的退化效应，Baber 和 Wen^[5]在式(1)的基础上，引入了强度和刚度退化参数 ν 、 η ，将滞回速度修正为：

$$\dot{z} = \frac{A\dot{x} - \nu(\gamma |\dot{x}| |z|^{n-1} z + \beta \dot{x} |z|^n)}{\eta} \quad (2)$$

当考虑捏拢效应时，式(2)修正为^[6]：

$$\dot{z} = h(z) \frac{A\dot{x} - \nu(\gamma |\dot{x}| |z|^{n-1} z + \beta \dot{x} |z|^n)}{\eta} \quad (3)$$

式中， $h(z)$ 为反应捏拢效应的函数。对于在材料、构件和结构中存在的非对称滞回模型，常呈鳍状(Flipped)的滞回本构，Bouc-Wen 模型也模拟较好^[7]。然而，上述 Bouc-Wen 模型的仅限于单变量模拟，对单自由度体系或非耦联向量系统适用。在土木工程结构动力反应中，变量数较多，且各变量间常存在耦联特性，如：橡胶支座的双向平动反应、偏心结构的平扭耦联效应、剪力墙构件的弯曲和剪切耦联等。其中尤以 2~3 个变量互相制约耦联的动力反应体系模型较多。国内外学者对多变量 Bouc-Wen 模型进行了研究，Park 等^[8]提出了一种用于平面材料本构模型的二变量耦联 Bouc-Wen 模型，三维复杂情形的 Bouc-Wen 模型最早由 Casciati^[9]提出。耦联多变量 Bouc-Wen 模型非线性控制参数较多，标定时较为繁琐。

本文将 Park 等^[8]提出的模拟模型改进为考虑偏心结构平扭耦联的 Bouc-Wen 模型。由于该模型应用时系数较多，利用无色 Kalman 滤波器(UKF)对其进行参数识别，并对其实用性和可靠性进行探讨。

1 双轴 Bouc-Wen 模型

为了模拟结构在双轴地震动荷载作用下的非线性反应，运动方程可以写为：

$$\mathbf{M} \begin{bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \end{bmatrix} + \mathbf{C} \begin{bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} \ddot{u}_{gx} \\ \ddot{u}_{gy} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中： \mathbf{M} 、 \mathbf{C} 是质量矩阵和阻尼矩阵； u_x 、 u_y 分别

表示体系在 x 方向、 y 方向的位移； R_x 、 R_y 是体系在两个轴向的恢复力； \ddot{u}_{gx} 、 \ddot{u}_{gy} 是双轴的地震动输入时程。其中恢复力向量可以写成：

$$\begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \alpha \mathbf{K} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} + (1-\alpha) \mathbf{K} \begin{bmatrix} Z_x \\ Z_y \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中： \mathbf{K} 是初始状态的刚度矩阵； α 是屈服后刚度系数； Z_x 、 Z_y 是恢复力中的滞回位移变量；对于各向同性的本构材料， Z_x 、 Z_y 满足下面的耦联反应方程组：

$$\begin{aligned} \dot{Z}_x &= A\dot{u}_x - \beta |\dot{u}_x Z_x| Z_x - \gamma \dot{u}_x Z_x^2 - \beta |\dot{u}_y Z_y| Z_x - \gamma \dot{u}_y Z_x Z_y \\ \dot{Z}_y &= A\dot{u}_y - \beta |\dot{u}_y Z_y| Z_y - \gamma \dot{u}_y Z_y^2 - \beta |\dot{u}_x Z_x| Z_y - \gamma \dot{u}_x Z_x Z_y \end{aligned} \quad (6)$$

对于非各向同性双轴模型，各轴的刚度和强度均不同，利用变量替换：

$$R'_y = \frac{Q_x}{Q_y} R_y, \quad u'_y = \frac{K_y Q_x}{K_x Q_y} u_y \quad (7)$$

其中： k_x 、 k_y 是 x 轴和 y 轴的初始刚度； Q_x 、 Q_y 是 x 轴和 y 轴的屈服强度。将变量 R'_y 和 u'_y 替换为 R_y 和 u_y ，即可给出转化为各向同性的控制方程。

重写体系的耦联偏微分方程组为：

$$\begin{bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{u}_{gx} \\ \ddot{u}_{gy} \end{bmatrix} - \frac{1}{m} \begin{bmatrix} c_{xx} \dot{u}_x + c_{xy} \dot{u}_y \\ c_{xy} \dot{u}_x + c_{yy} \dot{u}_y \end{bmatrix} - \frac{\alpha}{m} \begin{bmatrix} k_{xx} u_x + k_{xy} u_y \\ k_{xy} u_x + k_{yy} u_y \end{bmatrix} - \frac{(1-\alpha)}{m} \begin{bmatrix} k_{xx} Z_x + k_{xy} Z_y \\ k_{xy} Z_x + k_{yy} Z_y \end{bmatrix} \quad (8)$$

选取体系的状态变量为：

$$\mathbf{X} = [u_x \quad u_y \quad \dot{u}_x \quad \dot{u}_y \quad Z_x \quad Z_y \quad A \quad \alpha \quad \beta \quad \gamma]^T = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7 \quad x_8 \quad x_9 \quad x_{10}]^T \quad (9)$$

即可写为一阶常微分方程组，为：

$$\dot{\mathbf{X}} = f(\mathbf{X}(t), \ddot{\mathbf{u}}_g(t)) = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ \ddot{u}_{gx} - \frac{c_{xx} x_3 + c_{xy} x_4}{m} - x_8 \frac{k_{xx} x_1 + k_{xy} x_2}{m} - (1-x_8) \frac{k_{xx} x_5 + k_{xy} x_6}{m} \\ \ddot{u}_{gy} - \frac{c_{yx} x_3 + c_{yy} x_4}{m} - x_8 \frac{k_{yx} x_1 + k_{yy} x_2}{m} - (1-x_8) \frac{k_{yx} x_5 + k_{yy} x_6}{m} \\ x_7 x_3 - x_9 x_5 (|x_3 x_5| + |x_4 x_6|) - x_{10} x_5 (x_3 x_5 + x_4 x_6) \\ x_7 x_4 - x_9 x_6 (|x_3 x_5| + |x_4 x_6|) - x_{10} x_6 (x_3 x_5 + x_4 x_6) \\ \mathbf{0}_{4 \times 1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

2 非线性 Kalman 滤波器

各类 Bouc-Wen 模型描述土木工程结构、材料等多变量耦联滞回规则曲线时,需确定模型参数。在非线性体系动力特性参数识别理论中,基于预估校验的 Kalman 滤波器理论得到了广泛应用^[10]。Kalman 滤波是基于最小均方误差准则的线性滤波方法,无法处理进入非线性状态的系统。有研究者开发出适用于非线性系统的方法,其中扩展的 Kalman 滤波器^[11](Extended Kalman Filter, EKF)应用较广^[12-13]。但该方法有 2 个明显缺点:当非线性系统状态的 Taylor 展开的高阶项无法忽略时, EKF 产生的误差较大;线性化过程涉及到需要显式求解 Jaccobi 矩阵的问题,并不是所有的系统状态瞬态情形下均可导出 Jaccobi 矩阵。而无色 Kalman 滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)理论^[14]可以有效地解决这一问题,它是通过对原状态空间采用确定性抽样,得到一组数目较小的样本点(σ 点)后,通过非线性状态转移导出这些样本点转移后理论观测结果,最后通过导出的观测点结果修正实际观测结果状态空间信息,并逐步求解,以此达到非线性近似的目的。且 UKF 方法至少是二阶以上精度的^[15]。

1) 预估过程。

利用系统测量噪声的均值和协方差,对计算出的状态值和协方差矩阵进行增广操作:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k-1|k-1}^a &= [\tilde{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} \quad E[\mathbf{w}_k^T]]^T, \\ \mathbf{P}_{k-1|k-1}^a &= \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k-1|k-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{Q}_k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

增广后的状态向量和协方差可导出 $2L+1$ 个 σ 点,其中 L 表示增广后状态向量维数。

$$\begin{aligned} \xi_{k-1|k-1}^0 &= \mathbf{x}_{k-1|k-1}^a, \\ \xi_{k-1|k-1}^i &= \mathbf{x}_{k-1|k-1}^a + (\sqrt{(L+\lambda)\mathbf{P}_{k-1|k-1}^n})_i, \quad i=1, \dots, L, \\ \xi_{k-1|k-1}^i &= \mathbf{x}_{k-1|k-1}^a - (\sqrt{(L+\lambda)\mathbf{P}_{k-1|k-1}^n})_{i-L}, \quad i=L+1, \dots, 2L \end{aligned} \quad (12)$$

将 σ 点通过状态转移函数 \mathbf{f} 求出理论观测值:

$$\xi_{k|k-1}^i = \mathbf{f}(\xi_{k-1|k-1}^i)^T, \quad i=0, \dots, 2L \quad (13)$$

σ 点的权函数由预估状态和协方差计算得出:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^i &= \sum_{s=0}^{2L} W_s^i \xi_{k|k-1}^s, \\ \mathbf{P}_{k|k-1} &= \sum_{i=0}^{2L} W_c^i [\xi_{k|k-1}^i - \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}] [\xi_{k|k-1}^i - \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}]^T \end{aligned} \quad (14)$$

其中,状态和协方差的权函数由下式给出:

$$\begin{aligned} \omega_s^0 &= \frac{\lambda}{L+\lambda}, \\ \omega_c^0 &= \frac{\lambda}{L+\lambda} + (1-\alpha^2 + \beta), \\ \omega_s^i &= \omega_c^i = \frac{2\lambda}{L+\lambda}, \\ \lambda &= \alpha^2(L+\kappa) - L \end{aligned} \quad (15)$$

2) 更新过程。

与预估状态和协方差的处理方法相同,观测矩阵也通过引入观测噪声增广操作:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k|k-1}^a &= [\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} \quad E[\mathbf{v}_k^T]]^T, \\ \mathbf{P}_{k|k-1}^a &= \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k|k-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

在预估步骤中,增广状态和协方差求出的 $2L+1$ 个 σ 点,递推得出:

$$\begin{aligned} \xi_{k|k-1}^0 &= \mathbf{x}_{k|k-1}^a, \\ \xi_{k|k-1}^i &= \mathbf{x}_{k|k-1}^a + (\sqrt{(L+\lambda)\mathbf{P}_{k|k-1}^n})_i, \quad i=1, \dots, L, \\ \xi_{k|k-1}^i &= \mathbf{x}_{k|k-1}^a - (\sqrt{(L+\lambda)\mathbf{P}_{k|k-1}^n})_{i-L}, \quad i=L+1, \dots, 2L \end{aligned} \quad (17)$$

此时通过引入观测方程中 \mathbf{h} 矩阵对 σ 点进行投影运算,得:

$$\chi_k^i = \mathbf{h}(\xi_{k|k-1}^i), \quad i=0, \dots, 2L \quad (18)$$

利用前述预估量测值和预估协方差量测值重新组合 σ 点的权重系数:

$$\begin{aligned} \tilde{z}_k &= \sum_{i=0}^{2L} \omega_s^i \chi_k^i, \\ \mathbf{P}_{z_k|z_k} &= \sum_{i=0}^{2L} \omega_c^i [\chi_k^i - \tilde{z}_k] [\chi_k^i - \tilde{z}_k]^T \end{aligned} \quad (19)$$

即求出状态-量测协方差矩阵:

$$\mathbf{P}_{x_k|z_k} = \sum_{i=0}^{2L} \omega_c^i [\xi_{k|k-1}^i - \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}] [\chi_k^i - \tilde{z}_k]^T \quad (20)$$

即可求出 UKF 的 Kalman 增益矩阵:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{x_k|z_k} \mathbf{P}_{z_k|z_k}^{-1} \quad (21)$$

与 Kalman 滤波器同理,更新的状态向量由预估状态向量加上 Kalman 增益的权重系数得:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k|k} = \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (z_k - \tilde{z}_k) \quad (22)$$

更新协方差矩阵由下式计算得出:

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{z_k|z_k} \mathbf{K}_k^T \quad (23)$$

至此根据 Kalman 滤波的基本假定,递推求解即可。无色变换(Unscented Transformation, UT)也可

向量:

$$\begin{Bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_\theta \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \ddot{u}_g \\ 0 \end{Bmatrix} = -\alpha \begin{Bmatrix} \frac{k_{xx}u_x + k_{x\theta}u_\theta}{m} \\ \frac{k_{x\theta}u_x + k_{\theta\theta}u_\theta}{mr^2} \end{Bmatrix} - (1-\alpha) \begin{Bmatrix} \frac{k_{xx}Z_x + k_{x\theta}Z_\theta}{m} \\ \frac{k_{x\theta}Z_x + k_{\theta\theta}Z_\theta}{mr^2} \end{Bmatrix} \quad (34)$$

观测方程为:

$$\begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -x_8 \frac{k_{xx}x_1 + k_{x\theta}x_2}{m} - (1-x_8) \frac{k_{xx}x_5 + k_{x\theta}x_6}{m} \\ -x_8 \frac{k_{x\theta}x_1 + k_{\theta\theta}x_2}{mx_{13}} - (1-x_8) \frac{k_{x\theta}x_5 + k_{\theta\theta}x_6}{mx_{13}} \end{Bmatrix} \quad (35)$$

需要说明的是, 本文提出耦合模型中隐含 $n=2$ 的约定, 这对于一般土木工程结构体系而言是合适的。

4 算例分析

考虑单向偏心结构的等效二自由度模型在受到单向地震作用下的平扭耦联反应。选取状态向量和状态空间方程式如式(32)和式(33), 其观测方程为式(35)。

选取 40s 的 El-Centro 波 NS 向输入(未考虑调幅)前文所述的微分方程系统。系统的位移、速度、加速度反应可以采用四阶 Runge-Kutta 积分法求出。为了说明 UKF 方法的有效性和鲁棒性, 在量测的加速度信号和地震动输入信号中, 添加了均方根为 0.02 的白噪声信号。对系统的初始测定猜测值见表1, 参数识别后 UKF 的估计值和误差也一并列出。由表1 可以看出, 双轴模型的系统参数可以通过 UKF 方法很好的识别出来。图 3~图 6 分别给出了本算例的精确解及 UKF 估计值的差别。可以看出, UKF 对系统参数的识别, 是逐步逼近一个稳定值的过程。

如表 1 所示, 状态参数 α 的误差估计最大, 约为 7.83%, 但其结果吻合较好。其余各状态变量的

表 1 EDDOF 非线性体系识别参数

Table 1 Parameter estimation of dual-axial EDDOF system

系统参数	A	α	β	γ	g	q
精确值	1.0	0.10	0.3	0.3	2.0	1.0
初始猜测值	2.0	0.0	0.5	0.2	4.0	2.0
UKF 估计值	1.001	0.108	0.296	0.284	2.004	1.000
误差/(%)	0.08	7.83	1.33	5.33	0.21	0.03

估计结果均收敛较好, 且这些估计结果都是一次输入信号和量测信号的结果, 可以适用于 On-line 系统测量和评估中应用。

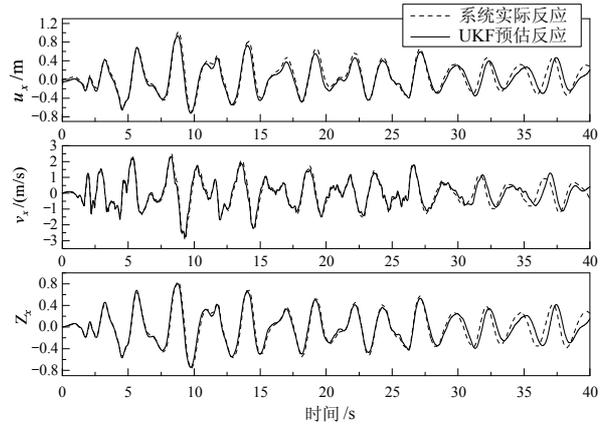


图 3 UKF 对状态变量 u_x 、 v_x 和 Z_x 估计结果
Fig.3 UKF state estimation for the variables u_x , v_x and Z_x

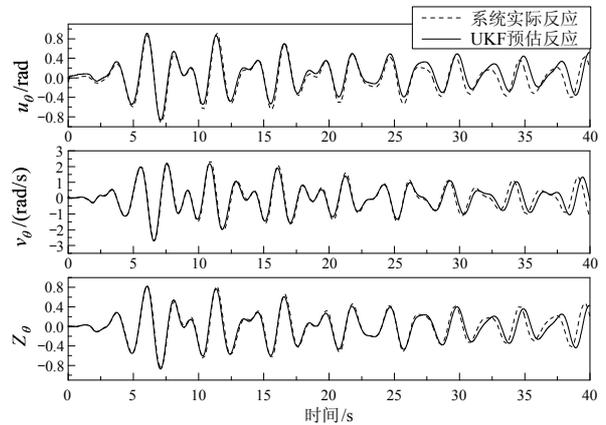


图 4 UKF 对状态变量 u_θ 、 v_θ 和 Z_θ 估计结果
Fig.4 UKF state estimation for the variables u_θ , v_θ and Z_θ

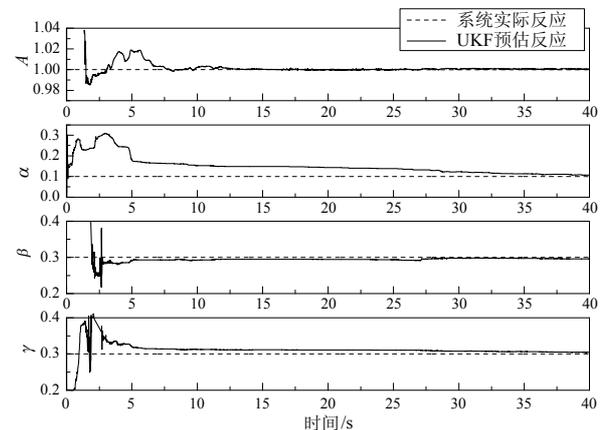


图 5 UKF 对状态变量 A 、 α 、 β 和 γ 估计结果
Fig.5 UKF state estimation for the variables A , α , β and γ

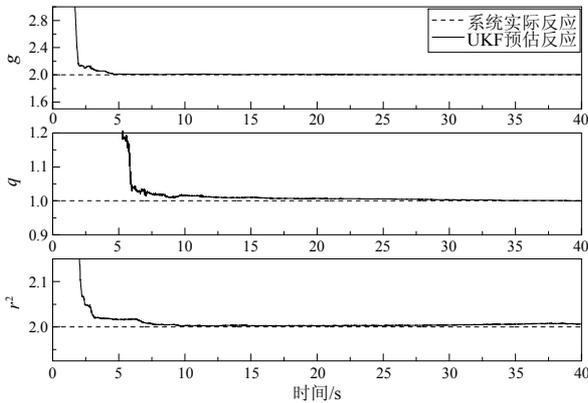


图6 UKF 对状态变量 g 、 q 和 r^2 估计结果

Fig.6 UKF state estimation for the variables g , q and r^2

5 结论

基于 UKF 的系统参数识别方法对本文双轴耦联 Bouc-Wen 模型参数识别计算效率高, 稳定性好。UKF 识别方法可推广应用于广义双参数耦联非线性体系的动力分析和参数识别等其他工程问题, 该方法拓展了模型参数识别/修正这一问题的解决途径。此外, 以下问题应在后续研究中予以重视:

(1) UKF 辨识系统参数过程中没有出现失稳/失效的情况, 但在更强非线性体系中的应用还需在后续的分析中进一步验证。

(2) 高效实时对系统状态参数进行精确辨识是目前研究的热点, 如何合理选择预估系统参数值、引入高效的预测算法, 以及优化选取观测向量, 可增强 UKF 方法的实用性, 但尚需系统深入的分析。

参考文献:

- [1] Wen Y K. Method for random vibration of hysteretic systems [J]. ASCE Journal of Engineering Mechanics, 1976, 102(2): 249—263.
- [2] Rodellar F I J. Systems with hysteresis-analysis, identification and control using the Bouc-Wen model [M]. West Sussex, England: John Wiley & Sons Ltd, 2007: 14—18.
- [3] Kunnath S K, Mander J B, Fang L. Parameter identification for degrading and pinched hysteretic structural concrete systems [J]. Engineering Structures, 1997, 19(3): 224—232.
- [4] Triantafyllou S, Koumouisis V. An inelastic Timoshenko beam element with axial-shear-flexural interaction [J]. Computational Mechanics, 2011, 48(6): 713—727.
- [5] Baber T, Wen Y. Random vibration hysteretic, degrading systems [J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1981, 107(6): 1069—1087.
- [6] Baber T, Noori M. Random vibration of degrading, pinching systems [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1985, 111(8): 1010—1026.
- [7] Song J, Der Kiureghian A. Generalized Bouc-Wen model for highly asymmetric hysteresis [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2006, 132(6): 610—618.
- [8] Park Y, Wen Y, Ang A. Random vibration of hysteretic systems under bi-directional ground motions [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1986, 14(4): 543—557.
- [9] Casciati F. Stochastic dynamics of hysteretic media [J]. Structural Safety, 1989, 6(2/3/4): 259—269.
- [10] Kalman R. A new approach to linear filtering and prediction problems [J]. Journal of Basic Engineering, 1960, 82(1): 35—45.
- [11] Hoshiya M, Saito E. Structural identification by extended kalman filter [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1984, 110(12): 1757—1770.
- [12] Welch G, Bishop G. An introduction to the Kalman filter [J]. Design, 2001, 7(1): 1—16.
- [13] Zhang H, Foliente G, Yang Y, et al. Parameter identification of inelastic structures under dynamic loads [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2002, 31(5): 1113—1130.
- [14] Julier S, Uhlmann J, Durrant-Whyte H. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(3): 477—482.
- [15] Wu M, Smyth A. Real-time parameter estimation for degrading and pinching hysteretic models [J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2008, 43(9): 822—833.
- [16] 李宁, 翟长海, 谢礼立. 单向偏心结构的简化增量动力分析方法[J]. 工程力学, 2011, 28(5): 8—12.
Li Ning, Zhai Changhai, Xie Lili. Simplified incremental dynamic analysis for uniaxial plan-asymmetric structures [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(5): 8—12. (in Chinese)