

文章编号: 1000-4750(2013)05-0195-07

基于贝叶斯理论的钢筋混凝土柱受剪承载力计算

吴 涛^{1,2}, 刘 喜¹, 邢国华¹

(1. 长安大学建筑工程学院, 陕西, 西安 710061; 2. 西安建筑科技大学结构与抗震教育部重点实验室, 陕西, 西安 710055)

摘 要: 现行混凝土结构设计规范中钢筋混凝土柱的受剪承载力公式为半经验半理论计算公式, 由于试验数据的有限性和钢筋混凝土材料离散性较大的本质特性, 规范建议公式缺乏明确的理论模型。该文以贝叶斯动态信息更新思路, 根据主观经验信息选定现行规范中钢筋混凝土柱受剪承载力计算公式作为贝叶斯先验模型, 通过已完成试验研究的柱受剪承载力数据, 应用贝叶斯方法综合这两类信息进行推断, 建立钢筋混凝土柱在反复荷载作用下受剪承载力的概率模型, 对未知参数进行估计, 修正先验模型并建立后验模型, 以达到对先验模型的更新。通过先验模型计算值、后验模型计算值及试验值相互间的对比分析可知: 贝叶斯方法继承了先验信息的完备性和大量试验数据的准确性, 能够更准确地预测钢筋混凝土柱的受剪承载力。

关键词: 钢筋混凝土; 框架柱; 贝叶斯理论; 受剪承载力; 分析模型

中图分类号: TU375.3 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2012.01.0048

STUDY ON THE SHEAR CAPACITY OF REINFORCED CONCRETE COLUMN BASED ON BAYESIAN THEORY

WU Tao^{1,2}, LIU Xi¹, XING Guo-hua¹

(1. School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710061, China;

2. Key Laboratory of Structural Engineering and Earthquake Resistance, Ministry of Education (XAUAT), Xi'an, Shaanxi 710055, China)

Abstract: The concrete code for the column shear-capacity design of a structure is gained through semi-empirical and semi theoretical. However, due to the limited test data and its own characteristics of a concrete structure, standardize formula cannot cover all the columns of shear calculations. Thusly, the thought of dynamic information updates based on Bayesian approach was introduced. A Bayesian prior model is proposed based on the epistemic information from the empirical formula. Two types of the information, the epistemic information and the experimental information, are synthesized by the Bayesian approach and inferred to update the prior model. And the probabilistic models for shear capacities of reinforced concrete column are constructed and unknown model parameters are estimated. Then modify the models and construct the new ones. Though the values of the prior model, posterior model and experiments are calculated and compared, the advantages of updating Bayesian dynamic information can be seen. The approach inherits the completeness of the prior model and the accuracy of number of experimental data information. Thus it can more accurately predict and verify the shear strength of concrete columns.

Key words: reinforced concrete; frame column; Bayesian theory; shear capacity; analytical model

计算钢筋混凝土柱受剪承载力时, 各国规范给出的建议计算公式^[1-3]主要基于对试验数据回归分

析所得, 但是已有试验数据毕竟有限, 且钢筋混凝土材料离散性较大。因而, 对钢筋混凝土柱受剪承

收稿日期: 2012-01-17; 修改日期: 2012-05-25

基金项目: 国家自然科学基金项目(51108032, 51078037); 陕西省自然科学基金项目(2012JM7011); 结构工程与抗震教育部重点实验室项目(KL—SEER—ME-201001); 中央高校基本业务费重点项目(CHD2012ZD009)

通讯作者: 吴 涛(1976—), 男, 安徽霍山人, 教授, 工学博士, 从事钢筋混凝土结构抗震研究(E-mail: wutao@chd.edu.cn).

作者简介: 刘 喜(1986—), 男, 陕西延安人, 硕士生, 从事钢筋混凝土结构抗震研究(E-mail: lliuxii@163.com);

邢国华(1983—), 男, 内蒙古呼和浩特人, 工学博士, 从事钢筋混凝土结构抗震研究(E-mail: guohuachd@yahoo.com).

载力一些不确定因素的分析会产生偏差甚至错误。

贝叶斯于 1763 年提出一种从二项分布的观察值出发对其参数进行概率推断的方法^[4-5]，通过充分利用样本信息和参数的先验信息，得到参数的后验分布信息。本文结合钢筋混凝土柱受剪承载力试验数据和贝叶斯参数估计理论，即先验信息和贝叶斯理论，建立了新的钢筋混凝土柱受剪承载力模型，并将所得后验模型计算值与试验值进行了对比。

1 贝叶斯理论简介

贝叶斯理论是在有关二项分布参数推断的理论基础上发展起来的一种适用于任何统计量分析的理论，主要用于对未知参数的估计。目前，随着贝叶斯理论和方法的不断发展和完善以及相应计算机软件的研制，贝叶斯方法在实践中获得了广泛的应用，文献[6-7]将贝叶斯理论应用于混凝土构件受力分析并证实了其可行性。

1.1 贝叶斯定理

贝叶斯假设是贝叶斯定理的起点。它假设参数在它变化的范围内服从均匀分布，且将其作为参数的先验分布。在已知参数先验分布的基础上，贝叶斯定理可表示为：

$$h(\theta|x) = \frac{\pi(\theta)f(x|\theta)}{\int \pi(\theta)f(x|\theta)d\theta} \quad (1)$$

式中： $\pi(\theta)$ 是参数的先验分布； $f(x|\theta)$ 是参数的后验分布。

1.2 贝叶斯推断的基本模式

贝叶斯推断的一般模式为：先验信息 \oplus 样本信息得到后验信息或是：

$$\pi(\theta) \oplus p(x|\theta) \Rightarrow \pi(\theta|x) \quad (2)$$

此处“ \oplus ”表示为贝叶斯定理的作用。贝叶斯学派认为先验分布反应了试验前对总体参数分布的认识，在获得样本信息后，对这个认识有了改变，其结果反应在后验分布中，即后验分布综合了参数先验分布和样本信息。由此可以看出，贝叶斯统计学是“从有到有”的过程，而经典统计学在试验前对参数信息未知，则是一个“从无到有”的过程。

2 概率模型

2.1 贝叶斯概率模型

已建立的钢筋混凝土柱受剪承载力模型反映了工程结构中柱剪切破坏的内在规律，且积累了丰厚的先验知识，可将其作为贝叶斯理论修正的先验

模型。综合贝叶斯理论和剪力计算理论，可以采用式(3)作为贝叶斯概率模型^[7]来计算框架柱剪力。

$$V(X, \Theta) = V_d(X) + \gamma(X, \theta) + \sigma\varepsilon \quad (3)$$

式中： X 表示影响钢筋混凝土柱抗剪因素的向量形式； $\Theta = (\theta, \sigma)$ 表示拟合试验数据进行修正的试验参数的后验估计； V_d 表示假设或已经存在的钢筋混凝土柱剪力计算公式； $\gamma(x, \theta)$ 表示对已经存在计算公式与准确值之间的偏差， $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p]$ 表示对 X 的修正系数； ε 是随机变量； σ 是后验分布所产生的标准差。式(3)需满足以下两个假设：1) 公式的方差 σ^2 与影响因素 x 相互独立。在给定的 x ， θ 和 ε 后， $V(x, \theta)$ 的变量为 σ^2 而不是 x ；2) ε 服从标准正态分布。

为求偏差 $\gamma(x, \theta)$ ，可以用 p 个函数将其线性表示为：

$$\gamma(x, \theta) = \sum_{i=1}^p \theta_i h_i(x) \quad (4)$$

$h_i(x)$ 是根据理论和专家意见得到的一些基本函数，在两个前提的基础上，式(3)可以将其转化为指数形式，见下式：

$$\ln[V(x, \Theta)] = \ln[V_d(x)] + \sum_{i=1}^p \theta_i h_i(x) + \sigma\varepsilon \quad (5)$$

利用贝叶斯参数估计方法将试验结果与式(5)结合起来，可以求得参数的后验估计。由贝叶斯定理得：

$$f(\Theta) = \kappa L(\Theta) p(\Theta) \quad (6)$$

其中： $p(\Theta)$ 表示参数的先验分布； $L(\Theta)$ 表示似然函数； $f(\Theta)$ 表示参数的后验分布； κ 表示常数因子，且 $\kappa = [\int L(\Theta) p(\Theta) d\Theta]^{-1}$ 。

贝叶斯统计学中，首要考虑参数的先验信息，而先验信息主要是指经验和历史资料，本文采用贝叶斯假设作为参数的先验信息。由贝叶斯假设知：

$$p(\theta) \propto 1 \quad (7)$$

$$p(\sigma) \propto 1/\sigma \quad (8)$$

由式(7)和式(8)可得：

$$p(\sigma) \propto 1/\sigma \quad (9)$$

2.2 似然函数

在满足 2.1 节条件的基础上可得似然函数为：

$$L(\Theta) = \prod_{\text{破坏}} \left\{ \frac{1}{\sigma} \phi \left[\frac{V_i - V_d(x_i) - \gamma(x_i, \theta)}{\sigma} \right] \right\} \times \prod_{\text{下界}} \left\{ \phi \left[-\frac{V_i - V_d(x_i) - \gamma(x_i, \theta)}{\sigma} \right] \right\}$$

$$\prod_{\text{上界}} \Phi \left[\frac{V_i - V_d(x_i) - \gamma(x_i, \theta)}{\sigma} \right] \quad (10)$$

$$\ln \left(\frac{V}{V_d} \right) = \gamma(x, \theta) + \sigma \varepsilon \quad (11)$$

式中： $\varphi(\cdot)$ 表示正态分布概率密度函数； $\Phi(\cdot)$ 表示正态分布函数。

破坏试验表示： $V_i = V_d(x_i) + \gamma(x_i, \theta) + \sigma \varepsilon$

下界破坏表示： $V_i < V_d(x_i) + \gamma(x_i, \theta) + \sigma \varepsilon$

上界破坏表示： $V_i > V_d(x_i) + \gamma(x_i, \theta) + \sigma \varepsilon$

本文只针对破坏的试验进行研究。

2.3 模拟公式的选择

根据具体需要，本文选择下式对试验数据进行计算：

3 计算分析

3.1 试验数据

经过查阅资料，从文献[8-10]中共收集 83 组试验数据，剪跨比范围为 1~2，具体参数见表 1。为便于全面考虑钢筋混凝土柱受剪承载力的各影响因素，根据试件截面尺寸、混凝土抗压强度、轴压比、剪跨比、配筋率及配箍率方面的差异合理选择试验数据，并将其进行统一整理。

表 1 试验数据和计算结果分析

Table 1 Experimental data analysis of calculation results

参考文献	试件编号	b/mm	h/mm	$f_{cu}/(\text{N/mm}^2)$	轴压比 n	剪跨比 λ	纵筋配筋率 $\rho_l(\%)$	配箍率 $\rho_v(\%)$	V_{st}/kN	V_d/kN	V/kN	V_{st}/V_d	V_{st}/V
[9]	SC-2D1	205	199	26.9	0.2	2	1.54	0.2	84.38	75.84137	68.31191	1.112585	1.235217
	SC-2D2	202	199	29.8	0.4	2	1.54	0.2	109.07	86.126	75.17049	1.2664	1.450968
	SC-2D3	203	197	29.8	0.55	2	1.54	0.2	98.59	85.58672	73.21221	1.151931	1.346633
	SC-2D4	203	200	25.2	0.65	2	1.54	0.2	92.51	78.42067	72.79087	1.179663	1.270901
	SC-2D5	206	197	25.2	0.97	2	1.54	0.2	81.34	78.25275	70.48146	1.039452	1.154062
	SC-2D6	203	196	24.54	0.85	2	1.54	0.2	75.85	75.44252	67.81652	1.005401	1.118459
	SC-2D7	203	197	19.65	1	2	1.54	0.2	61.74	66.42826	64.58931	0.929424	0.955886
	SC-3D1	202	198	27.16	0.2	2	1.54	0.565	85.06	101.5194	90.26046	0.837869	0.942384
	SC-3D2	203	199	16.3	0.4	2	1.54	0.565	79.58	87.41166	91.8507	0.910405	0.866406
	SC-3D3	203	199	23.5	0.55	2	1.54	0.565	94.77	101.8105	95.59476	0.930847	0.991372
	SC-3D4	203	200	28.58	0.65	2	1.54	0.565	104.41	112.0097	100.0202	0.932152	1.043889
	SC-3D5	203	199	28.58	0.75	2	1.54	0.565	93	111.3835	98.47326	0.834953	0.944419
	SC-3D6	204	199	23.5	0.85	2	1.54	0.565	72.52	102.312	96.06567	0.708812	0.7549
	SC-3D7	203	200	19.2	1	2	1.54	0.565	66.25	93.87934	94.74226	0.705693	0.699266
	SC-4D1	203	198	19.2	0.2	2	1.54	1	74.38	120.5847	119.2817	0.616828	0.623566
	SC-4D2	203	197	28.6	0.4	2	1.54	1	111.13	142.0636	123.0695	0.782255	0.902985
	SC-4D3	203	196	28.6	0.55	2	1.54	1	106.76	141.2518	121.1325	0.755813	0.881349
	SC-4D4	203	199	19.97	0.65	2	1.54	1	101.43	127.1617	125.5284	0.797646	0.808024
SC-4D5	204	198	19.97	0.75	2	1.54	1	86.04	127.0635	124.1795	0.677141	0.692868	
SC-4D6	204	199	21.88	0.85	2	1.54	1	85.46	131.5788	126.2901	0.649497	0.676696	
[10]	DZ-1	148	148	25.25	0.13	1	0.85	0.54	60.37	44.05548	34.99098	1.370318	1.725302
	DZ-2	148	148	25.25	0.24	1	0.85	0.54	55.76	47.46242	37.69694	1.174824	1.479165
	DZ-4	144	138	23.75	0.61	1	0.95	0.54	68.5	43.16786	30.39444	1.586829	2.253701
	DZ-5	133	138	23.75	0.64	1	1.02	0.54	63.01	39.87031	28.07265	1.580374	2.244534
	DZ-8	145	140	26.25	0.86	1	0.92	0.54	68.7	46.16573	32.43602	1.488117	2.118016
	DZ-9	145	135	26.25	0.87	1	0.96	0.54	67.72	44.29544	28.94771	1.528825	2.339391
	DZ21-3	203	202	40	0.31	1.5	1.48	0.215	143.77	120.2647	98.77956	1.195447	1.455463
	DZ21-4	204	203	40	0.52	1.5	1.46	0.215	162.19	121.5205	100.7975	1.334672	1.609068
	DZ22-2	204	206	37.375	0.62	1.5	1.44	0.371	159.45	130.2764	113.6112	1.223936	1.403471
	DZ11-2	200	199	31.625	0.32	1.5	1.15	0.22	123.97	100.5623	86.18028	1.232768	1.438496
DZ11-4	200	201	23.125	0.74	1.5	1.15	0.22	95.94	83.87992	80.74156	1.143778	1.188236	
[8]	12A	250	250	20.625	0.25	2	0.34	0.71	89	159.4981	125.6471	0.558	0.708333
	12B	250	250	20.625	0.25	2	0.34	0.36	94	119.9919	94.52542	0.783386	0.994442
	13A	250	250	20.625	0.125	1	0.34	0.92	144	204.8334	161.3606	0.70301	0.892411
	13B	250	250	20.625	0.125	1	0.34	0.45	143	151.7822	119.5687	0.94214	1.195965
	14A	250	250	20.625	0.125	2	0.34	0.18	72	90.65093	71.41165	0.794256	1.008239
	14B	250	250	20.625	0.125	2	0.34	0.09	74	80.49218	63.40894	0.919344	1.167028
15A	250	250	20.625	0.125	1	0.61	2.33	179	363.9872	286.7364	0.491776	0.624267	

(续表)

参考文献	试件编号	b/mm	h/mm	$f_{cu}/(N/mm^2)$	轴压比 n	剪跨比 λ	纵筋配筋率 $\rho_l(\%)$	配箍率 $\rho_v(\%)$	V_{sd}/kN	V_d/kN	V/kN	V_{sd}/V_d	V_{sd}/V
	15B	250	250	20.625	0.125	1	0.61	1.12	167	227.4084	179.1444	0.734362	0.932209
	16A	250	250	20.625	0.125	2	0.61	0.51	98	127.8997	100.7549	0.766226	0.972657
	16B	250	250	20.625	0.125	2	0.61	0.27	101	100.8097	79.41436	1.001888	1.27181
	21B	250	250	30.625	0.25	1	0.34	1.53	132	319.191	222.6578	0.413546	0.592838
	22A	250	250	30.625	0.25	2	0.34	0.71	102	186.735	130.2606	0.546229	0.783046
	22B	250	250	30.625	0.25	2	0.34	0.36	101	147.2288	102.7023	0.686007	0.983425
	23A	250	250	30.625	0.125	1	0.34	0.92	154	236.9388	165.2812	0.649957	0.931745
	23B	250	250	30.625	0.125	1	0.34	0.45	151	183.8875	128.2743	0.821154	1.177165
	24A	250	250	30.625	0.125	2	0.34	0.18	70	113.5128	79.18307	0.61667	0.884027
	24B	250	250	30.625	0.125	2	0.34	0.09	74	103.3541	72.09664	0.715985	1.0264
	25A	250	250	30.625	0.125	1	0.61	2.33	205	396.0925	276.302	0.517556	0.741942
	25B	250	250	30.625	0.125	1	0.61	1.12	195	259.5138	181.0289	0.751405	1.077176
	26A	250	250	30.625	0.125	2	0.61	0.51	98	150.7616	105.1667	0.650033	0.931854
	26B	250	250	30.625	0.125	2	0.61	0.27	94	123.6716	86.2695	0.760078	1.089609
	27A	250	250	30.625	0.25	2	0.95	2.44	145	382.0088	266.4776	0.379572	0.544136
	27B	250	250	30.625	0.25	2	0.95	1.22	137	244.3013	170.4171	0.560783	0.80391
	28A	250	250	30.625	0.125	2	0.95	1.27	121	236.5466	165.0076	0.511527	0.733299
	28B	250	250	30.625	0.125	2	0.95	0.61	126	149.0589	103.9789	0.845303	1.211784
	32A	500	500	29.75	0.25	2	0.34	0.85	431.7	800.9785	563.7423	0.538966	0.765775
	32B	500	500	29.75	0.25	2	0.34	0.42	411.7	606.8335	427.0998	0.67844	0.963943
	33A	500	500	29.75	0.125	1	0.34	1.02	587.5	982.2103	691.2963	0.598141	0.849853
	33B	500	500	29.75	0.125	1	0.34	0.48	614.2	738.4003	519.6987	0.831798	1.181839
[8]	34A	500	500	29.75	0.125	2	0.34	0.19	275	450.926	317.3694	0.609856	0.866498
	34B	500	500	29.75	0.125	2	0.34	0.1	270.8	410.291	288.7698	0.660019	0.937771
	35B	500	500	29.75	0.125	1	0.61	1.36	695.8	1135.72	799.3393	0.612651	0.870469
	36A	500	500	29.75	0.125	2	0.61	0.61	355.8	640.556	450.8342	0.555455	0.789204
	36A-1	500	500	29.75	0.125	2	0.61	0.51	385.8	595.406	419.0569	0.647961	0.920639
	36A-2	500	500	29.75	0.125	2	0.61	0.44	365.8	563.801	396.8128	0.64881	0.921845
	36B	500	500	29.75	0.25	2	0.61	0.27	366.7	539.1085	379.4338	0.680197	0.96644
	37B	500	500	29.75	0.25	2	0.95	1.42	595.8	1058.334	744.8732	0.562961	0.799868
	38A	500	500	29.75	0.125	2	0.95	1.48	531.7	1033.361	727.2971	0.514535	0.731063
	38B	500	500	29.75	0.125	2	0.95	0.74	546.7	699.251	492.1448	0.781837	1.110852
	41B	250	250	56.75	0.25	1	0.34	1.53	240	402.9353	232.4983	0.595629	1.032265
	42A	250	250	56.75	0.25	2	0.34	0.71	117.5	250.1844	144.3593	0.469654	0.813941
	42B	250	250	56.75	0.25	2	0.34	0.36	125	210.6781	121.5637	0.593322	1.028267
	43A	250	250	56.75	0.125	1	0.34	0.92	168	309.2535	178.4428	0.543244	0.941478
	43B	250	250	56.75	0.125	1	0.34	0.45	163.5	256.2022	147.8316	0.638168	1.105988
	45A	250	250	56.75	0.125	1	0.61	2.33	213.5	468.4072	270.2764	0.4558	0.789932
	45B	250	250	56.75	0.125	1	0.61	1.12	216	331.8285	191.4688	0.650939	1.128121
	46A	250	250	56.75	0.125	2	0.61	0.51	111	202.7813	117.0071	0.547388	0.94866
	46B	250	250	56.75	0.125	2	0.61	0.27	113.5	175.6913	101.3759	0.64602	1.119596
	47A	250	250	56.75	0.25	2	0.95	2.44	168	445.4581	257.0345	0.37714	0.653609
	47B	250	250	56.75	0.25	2	0.95	1.22	169	307.7506	177.5757	0.549146	0.951707
	48A	250	250	56.75	0.125	2	0.95	1.27	136	288.5663	166.5061	0.471296	0.816787
	48B	250	250	56.75	0.125	2	0.95	0.61	132.5	214.0688	123.5201	0.61896	1.0727
	平均值											0.793773	1.047879
	方差											0.083	0.085

3.2 确定 $h_i(x)$

根据理论和需要, 选取 $h_1(x) = 2$ 修正常数项,

$$h_2(x) = \frac{H}{2h}, \quad h_3(x) = \rho_l \frac{f_y}{f_c}, \quad h_4(x) = \rho_s \frac{f_{yv}}{f_c},$$

$$h_5(x) = n = \frac{N}{f_c b h}, \quad h_6(x) = \frac{b}{h}, \quad h_7(x) = \frac{a}{h},$$

$h_8(x) = \frac{f_y}{f_c}$ 。由式(5)和式(11)可得柱受剪承载力的

概率模型为:

$$\ln\left(\frac{V}{V_d}\right) = \sum_{i=1}^8 \theta_i \ln h_i(x) + \sigma \varepsilon \quad (12)$$

$h_i(x)$ 是由影响钢筋混凝土柱受剪承载力的因素 定理对已存在的柱受剪承载力模型进行贝叶斯修经过合理组合而得到, 通过这些函数, 应用贝叶斯 正。表 1 经计算可以得到表 2。

表 2 $h_i(x)$ 及简化公式计算的结果
Table 2 Calculation results of $h_i(x)$

试件编号	$h_1(x)$	$h_2(x)$	$h_3(x)$	$h_4(x)$	$h_5(x)$	$h_6(x)$	$h_7(x)$	$h_8(x)$
SC-2D1	2	2	0.214684	0.019517	0.2	1.030151	0.125628	13.94052
SC-2D2	2	2	0.193792	0.017617	0.4	1.015075	0.125628	12.58389
SC-2D3	2	2	0.193792	0.017617	0.55	1.030457	0.126904	12.58389
SC-2D4	2	2	0.229167	0.020833	0.65	1.015	0.125	14.88095
SC-2D5	2	2	0.229167	0.020833	0.97	1.045685	0.126904	14.88095
SC-2D6	2	2	0.23533	0.021394	0.85	1.035714	0.127551	15.28117
SC-2D7	2	2	0.293893	0.026718	1	1.030457	0.126904	19.08397
SC-3D1	2	2	0.212629	0.054607	0.2	1.020202	0.126263	13.80707
SC-3D2	2	2	0.354294	0.090989	0.4	1.020101	0.125628	23.00613
SC-3D3	2	2	0.245745	0.063112	0.55	1.020101	0.125628	15.95745
SC-3D4	2	2	0.202064	0.051894	0.65	1.015	0.125	13.12106
SC-3D5	2	2	0.202064	0.051894	0.75	1.020101	0.125628	13.12106
SC-3D6	2	2	0.245745	0.063112	0.85	1.025126	0.125628	15.95745
SC-3D7	2	2	0.300781	0.077246	1	1.015	0.125	19.53125
SC-4D1	2	2	0.300781	0.136719	0.2	1.025253	0.126263	19.53125
SC-4D2	2	2	0.201923	0.091783	0.4	1.030457	0.126904	13.11189
SC-4D3	2	2	0.201923	0.091783	0.55	1.035714	0.127551	13.11189
SC-4D4	2	2	0.289184	0.131447	0.65	1.020101	0.125628	18.77817
SC-4D5	2	2	0.289184	0.131447	0.75	1.030303	0.126263	18.77817
SC-4D6	2	2	0.26394	0.119973	0.85	1.025126	0.125628	17.13894
DZ-1	2	1	0.126238	0.056139	0.13	1	0.135135	14.85149
DZ-2	2	1	0.126238	0.056139	0.24	1	0.135135	14.85149
DZ-4	2	1	0.15	0.059684	0.61	1.043478	0.144928	15.78947
DZ-5	2	1	0.161053	0.059684	0.64	0.963768	0.144928	15.78947
DZ-8	2	1	0.131429	0.054	0.86	1.035714	0.142857	14.28571
DZ-9	2	1	0.137143	0.054	0.87	1.074074	0.148148	14.28571
DZ21-3	2	1.5	0.13875	0.014109	0.31	1.00495	0.123762	9.375
DZ21-4	2	1.5	0.136875	0.014109	0.52	1.004926	0.123153	9.375
DZ22-2	2	1.5	0.144482	0.026057	0.62	0.990291	0.121359	10.03344
DZ11-2	2	1.5	0.136364	0.018261	0.32	1.005025	0.125628	11.85771
DZ11-4	2	1.5	0.186486	0.024973	0.74	0.995025	0.124378	16.21622
12A	2	2	0.061818	0.090364	0.25	1	0.14	18.18182
12B	2	2	0.061818	0.045818	0.25	1	0.14	18.18182
13A	2	1	0.061818	0.117091	0.125	1	0.14	18.18182
13B	2	1	0.061818	0.057273	0.125	1	0.14	18.18182
14A	2	2	0.061818	0.022909	0.125	1	0.14	18.18182
14B	2	2	0.061818	0.011455	0.125	1	0.14	18.18182
15A	2	1	0.110909	0.296545	0.125	1	0.14	18.18182
15B	2	1	0.110909	0.142545	0.125	1	0.14	18.18182
16A	2	2	0.110909	0.064909	0.125	1	0.14	18.18182
16B	2	2	0.110909	0.034364	0.125	1	0.14	18.18182
21B	2	1	0.041633	0.131143	0.25	1	0.14	12.2449
22A	2	2	0.041633	0.060857	0.25	1	0.14	12.2449
22B	2	2	0.041633	0.030857	0.25	1	0.14	12.2449
23A	2	1	0.041633	0.078857	0.125	1	0.14	12.2449
23B	2	1	0.041633	0.038571	0.125	1	0.14	12.2449
24A	2	2	0.041633	0.015429	0.125	1	0.14	12.2449
24B	2	2	0.041633	0.007714	0.125	1	0.14	12.2449
25A	2	1	0.074694	0.199714	0.125	1	0.14	12.2449
25B	2	1	0.074694	0.096	0.125	1	0.14	12.2449
26A	2	2	0.074694	0.043714	0.125	1	0.14	12.2449

(续表)

试件编号	$h_1(x)$	$h_2(x)$	$h_3(x)$	$h_4(x)$	$h_5(x)$	$h_6(x)$	$h_7(x)$	$h_8(x)$
26B	2	2	0.074694	0.023143	0.125	1	0.14	12.2449
27A	2	2	0.116327	0.209143	0.25	1	0.14	12.2449
27B	2	2	0.116327	0.104571	0.25	1	0.14	12.2449
28A	2	2	0.116327	0.108857	0.125	1	0.14	12.2449
28B	2	2	0.116327	0.052286	0.125	1	0.14	12.2449
32A	2	2	0.042857	0.075	0.25	1	0.14	12.60504
32B	2	2	0.042857	0.037059	0.25	1	0.14	12.60504
33A	2	1	0.042857	0.09	0.125	1	0.14	12.60504
33B	2	1	0.042857	0.042353	0.125	1	0.14	12.60504
34A	2	2	0.042857	0.016765	0.125	1	0.14	12.60504
34B	2	2	0.042857	0.008824	0.125	1	0.14	12.60504
35B	2	1	0.076891	0.12	0.125	1	0.14	12.60504
36A	2	2	0.076891	0.053824	0.125	1	0.14	12.60504
36A-1	2	2	0.076891	0.045	0.125	1	0.14	12.60504
36A-2	2	2	0.076891	0.038824	0.125	1	0.14	12.60504
36B	2	2	0.076891	0.023824	0.25	1	0.14	12.60504
37B	2	2	0.119748	0.125294	0.25	1	0.14	12.60504
38A	2	2	0.119748	0.130588	0.125	1	0.14	12.60504
38B	2	2	0.119748	0.065294	0.125	1	0.14	12.60504
41B	2	1	0.022467	0.070771	0.25	1	0.14	6.60793
42A	2	2	0.022467	0.032841	0.25	1	0.14	6.60793
42B	2	2	0.022467	0.016652	0.25	1	0.14	6.60793
43A	2	1	0.022467	0.042555	0.125	1	0.14	6.60793
43B	2	1	0.022467	0.020815	0.125	1	0.14	6.60793
45A	2	1	0.040308	0.107775	0.125	1	0.14	6.60793
45B	2	1	0.040308	0.051806	0.125	1	0.14	6.60793
46A	2	2	0.040308	0.02359	0.125	1	0.14	6.60793
46B	2	2	0.040308	0.012489	0.125	1	0.14	6.60793
47A	2	2	0.062775	0.112863	0.25	1	0.14	6.60793
47B	2	2	0.062775	0.056432	0.25	1	0.14	6.60793
48A	2	2	0.062775	0.058744	0.125	1	0.14	6.60793
48B	2	2	0.062775	0.028216	0.125	1	0.14	6.60793
变异系数	0.0000	0.6386	-0.3091	-0.2605	-0.5131	2.0624	-0.0261	0.1296

3.3 贝叶斯方法计算过程及简化公式过程

式(12)中,以国内规范建议钢筋混凝土柱受剪承载力计算公式作为先验模型公式:

$$V_d = \frac{1.75f_t b h_0}{\lambda + 1} + f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 + 0.07N \quad (13)$$

进行计算。参数贝叶斯后验估计计算结果见表3。简化公式过程主要是剔除对整体影响不显著的 $h_i(x)$,具体步骤为:

1) 计算参数 $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p]$ 及 σ 的后验估

计值。

2) 求 θ_i 对应的 $h_i(x)$ 的变异系数 C :

$$C = \sigma_i / \mu_i \quad (14)$$

式中: σ_i 表示 $h_i(x)$ 的标准差; μ_i 表示 $h_i(x)$ 的均值。

3) 去除变异系数最大的 θ_i 对应的 $h_i(x)$ 。

4) 重复以上步骤,直到最大的变异系数在数量上接近 σ 。具体简化计算过程见表3。

表3 减少参数过程

Table 3 Stepwise deletion process for shear strength model

θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7	θ_8	σ^2
4.5575	-0.6221	0.3857	-0.3345	0.0847	-1.1222	1.7151	0.1229	0.0161
4.3163	-0.6199	0.3754	-0.3325	0.0741		1.6558	0.1252	0.0165
4.5294		0.2634	-0.2515	0.1084		1.9296	0.1775	0.0441
3.3405		0.3227	-0.2576			1.5478	0.1522	0.0475
-6.8042		-0.2022				-1.3419	0.4479	0.062
-7.2799						-1.9914	0.3076	0.0853

进而综合可得计算公式如下：

$$V = \left(\frac{1.75f_t b h_0}{\lambda + 1} + f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 + 0.07N \right) \cdot 2^{-7.2799} \cdot \left(\frac{a}{h} \right)^{-1.9914} \left(\frac{f_y}{f_c} \right)^{0.3076} \quad (15)$$

先验模型与后验模型的对比结果见表 1。

4 试验验证

从表 1 中看出, $V_{\text{试}}/V_d$ 的均值和方差分别为 0.79 和 0.083, 而 V_d 经过贝叶斯修正后, 所得的 $V_{\text{试}}/V$ 的均值和方差分别为 1.05 和 0.085。二者方差接近说明离散程度相同, 而后的均值更接近 1, 说明修正后的剪力更接近试验值。

图 1、图 2 分别为试验值与规范值的对比以及试验值与修正模型的对比, 从图 1 和图 2 可以看出, 本文建议模型剪力的计算值与试验破坏值吻合良好, 经过修正后的受剪承载力较规范建议公式计算的承载力更接近试验值。先验模型计算值与贝叶斯更新后的计算值整体分布相近, 说明了贝叶斯方法

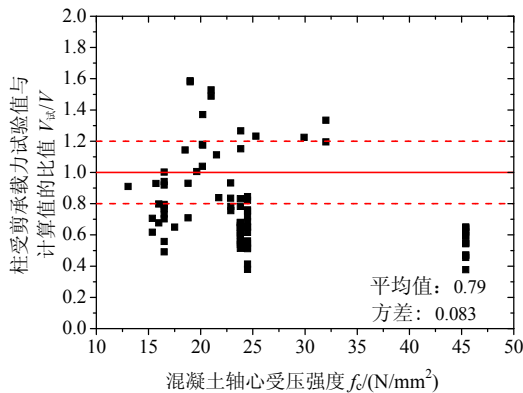


图 1 试验值与我国规范建议公式所得抗剪承载力的对比

Fig.1 Comparison between experimental values and calculation values of priori model

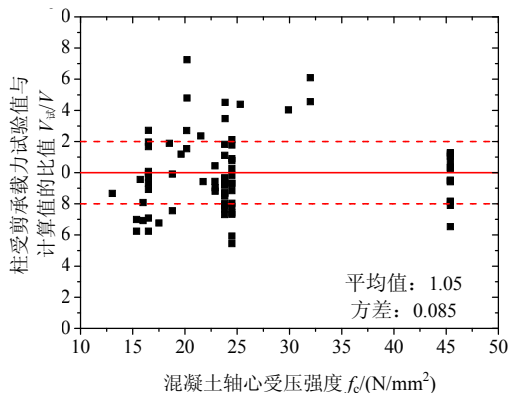


图 2 试验值与经抗剪模型修正后的抗剪承载力对比

Fig.2 Comparison between experimental values and calculation values after Bayesian updating

很好地继承了历史先验模型及参数先验信息的发展趋势, 这可避免试验数据的离散性对模型准确性的过大干扰。同时, 贝叶斯模型与历史先验模型有一定的偏离, 这种偏离正是贝叶斯方法较好地利用了自然信息准确性好的优势, 对先验信息进行更新, 使更新后的预测结果更加接近试验情况。

5 结论

(1) 采用贝叶斯方法修正钢筋混凝土柱受剪承载力过程可见, 我国规范建议公式已较好考虑了柱受剪承载力各影响因素, 如剪跨比、配箍率和轴压比等。

(2) 本文建议模型的剪力计算结果与试验破坏结果吻合良好, 且经过修正后柱的受剪承载力较规范建议公式计算的承载力更接近试验值, 说明了将贝叶斯思想融入钢筋混凝土柱受剪承载力计算的合理性。

(3) 采用贝叶斯方法, 能够在实际样本容量较小的条件下估计总体分布, 且具有较好的完备性和准确性。因此, 应用本文建议的模型能对钢筋混凝土柱受剪承载力进行计算。

参考文献:

[1] GB 50010-2010, 混凝土结构设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
GB 50010-2010, Code for design of concrete structures [S]. Beijing: China Architectural & Building Press, 2010. (in Chinese)

[2] GB 50011-2010, 建筑抗震设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
GB 50011-2010, Code for seismic design of buildings [S]. Beijing: China Architectural & Building Press, 2010. (in Chinese)

[3] ACI Committee 318, Building code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and commentary [S]. American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2008.

[4] 朱慧明, 韩玉启. 贝叶斯多元统计推断理论[M]. 北京: 科学出版社, 2006: 1-11.
Zhu Huiming, Han Yuqi. Bayesian multivariate statistical inference theory [M]. Beijing: Science Press, 2006: 1-11. (in Chinese)

[5] 张尧庭. 贝叶斯统计推断[M]. 北京: 科学出版社, 1991: 1-13.
Zhang Yaoting. Bayesian statistical inference [M]. Beijing: Science Press, 1991: 1-13. (in Chinese)

(参考文献[6]—[10]转第 206 页)