

文章编号:1007-2985(2012)05-0051-05

虚部光子晶体掺杂介质色散模型^{*}

刘景锋,李凌燕

(华南农业大学理学院,广东 广州 510642)

摘要:虚部光子晶体的新颖结构使得它具有很强的频率依赖特性,其掺杂介质的色散关系已成为被广泛研究和应用的障碍.利用线性振子的强迫振动模型和有效介质理论,建立虚部光子晶体掺杂介质的色散模型,该色散模型可推广到掺杂多种共振分子材料的情况.通过拟合得到与实验数据相符的色散曲线,从而验证了模型的有效性,有利于进一步研究虚部光子晶体光学特性.

关键词:虚部光子晶体;强迫振动模型;有效介质理论;色散关系

中图分类号:O482.3

文献标志码:A

DOI:10.3969/j.issn.1007-2985.2012.05.013

光子晶体^[1-2]实际上是介电常数在空间上具有一定周期性分布的且对光的传播有控制作用的人工材料.一般的光子晶体,除了采用金属或半导体材料制作的光子晶体外,普遍采用介电常数不含虚部或者虚部很小的非耗散的材料来制作光子晶体^[3].周建英教授^[4]小组提出了一种在特定波段主要依赖虚部变化的新颖光子晶体——虚部光子晶体.虚部光子晶体是由本征材料(Pristine medium)与该本征材料中掺杂拥有特定共振吸收波长的介质(如染料分子)组成的,介电常数虚部在空间上呈现周期性分布的光子晶体.由于掺杂的共振吸收材料的介电常数只有在吸收波长附近才会强烈变动,所以在入射波波长远离共振波长时,虚部光子晶体的介电常数分布就相当于一个均匀的体材料,而当入射波波长在共振波长附近的时,光子晶体特性变得显著起来.

由于主动材料具有非线性共振加强、高响应速度和低的工作阈值等特点,所以虚部光子晶体得到广泛应用,如共振吸收波导阵列^[5]和反非线性光子晶体^[6-7]等.另一方面,由于虚部光子晶体对衍射效率具有非常高的操作敏感性^[8],所以在衍射光的控制光刻蚀技术上具有重要的意义.掺杂共振材料分子到本征介质中是构建虚部光子晶体的关键步骤,所以建立一套掺杂介质的色散模型并找到该掺杂介质的色散关系对研究虚部光子晶体各种特性有着重要理论和应用价值.

笔者首先引入经典物理下的共振吸收的近似线性振子受迫振动模型与介质粒子在完全随机均匀分布下所受的局域场^[9],其次通过所得到的局域场,结合有效介质理论^[10-14](Effective medium theory)得到虚部光子晶体掺杂介质模型下的色散关系,最后通过调节参数拟合,与实验数据进行比较和分析,考察模型的有效性.

1 线性振子的强迫振动模型

共振吸收是在共振波长或频率上由介质低能级跃迁到高能级,然后通过其它弛豫回落到低能级,用经

* 收稿日期:2012-07-11

基金项目:国家自然科学基金(11104083,U0934002);华南农业大学校长基金资助项目(K08229)

作者简介:刘景锋(1978-),男,山东鄄城人,广东省华南农业大学讲师,中山大学博士,主要从事微纳结构中的光与物质相互作用研究.

典物理中的带有阻尼的谐振子模型^[9,15]来描述. 当电磁波进入介质后, 作用于介质分子上的电场是局域场(Local Field) \mathbf{E}_{loc} ^[9], 它包括介质中宏观电场 \mathbf{E} 、该粒子近邻的粒子产生的电场 \mathbf{E}_{near} 和介质中其他粒子对其作用的平均极化电场 \mathbf{E}_{P} , 即:

$$\mathbf{E}_{\text{loc}} = \mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{near}} + \mathbf{E}_{\text{P}}. \quad (1)$$

假设以所观察的粒子为圆心, 取适当大小的半径作一个球面, 如图 1 所示. 以球面内粒子(但不包括球心的粒子)作为近邻粒子, 它们对球心的作用场为 \mathbf{E}_{near} ; 对球心以外的粒子作为其他粒子, 它们对球心的作用场为 \mathbf{E}_{P} .

在随机均匀分布的介质中, 以被观察粒子为圆心取一个半径适当的球面, 介质中电场为 \mathbf{E} , 被观察粒子受的电场为 \mathbf{E}_{loc} , 此时 \mathbf{E}_{P} 可看成为电介质挖掉球体之后球腔内壁电荷在球心所产生的电场, 或者被挖掉的球体对中心点作用相反向电场, 则

$$\mathbf{E}_{\text{P}} = \oint_S \frac{\mathbf{P} \cos \theta ds}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \cos \theta = \frac{\mathbf{P}}{3\epsilon_0}, \quad (2)$$

$$\mathbf{P} = n\mathbf{p} = n\alpha\mathbf{E}_{\text{loc}}. \quad (3)$$

其中: n 为单位体积内的原子分子密度数; \mathbf{P} 为单个原子分子的电极矩; α 为原子分子的极化率.

当介质为高对称性的简心立方结构或者完全随机分布时, $\mathbf{E}_{\text{near}} = \mathbf{0}$; 当晶体为其它结构时, 对于大多数介质可作 $\mathbf{E}_{\text{near}} \approx \mathbf{0}$ 的近似处理^[9]. 因此把 $\mathbf{E}_{\text{near}} = \mathbf{0}$ 和(2)式代入(1)式, 可得作用在介质原子分子上的局域场 $\mathbf{E}_{\text{loc}} = \mathbf{E} + \frac{\mathbf{P}}{3\epsilon_0}$, 并结合(3)式可以得到

$$\mathbf{P} = n\alpha \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{P}}{3\epsilon_0} \right). \quad (4)$$

极化强度与宏观电场的关系为

$$\mathbf{P} = (\epsilon - 1)\epsilon_0\mathbf{E}. \quad (5)$$

将(5)式代入(4)式可以得到介电常数 ϵ 与极化率 α 的 Clausius-Mossotti 关系^[9]为

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{n\alpha}{3\epsilon_0}. \quad (6)$$

进一步假设原子分子中被束缚电荷 q 受到谐振的局域电场 $\mathbf{E}_{\text{loc}} = \mathbf{E}_0 e^{i\omega t}$ 的作用而受迫偏离平衡位置, 位移为 \mathbf{x} , 则运动方程为

$$m \ddot{\mathbf{x}} = q\mathbf{E}_0 e^{i\omega t} - f \cdot \mathbf{x} - \gamma' \dot{\mathbf{x}}. \quad (7)$$

其中: m 为带电粒子的有效质量; f 为恢复力系数; γ' 为阻尼系数.

令 $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 e^{i\omega t}$, 代入(7)式, 并记 $\omega_0^2 = f/m$, $\gamma = \gamma'/m$, 则

$$\mathbf{x} = \frac{q\mathbf{E}_{\text{loc}}/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}, \quad (8)$$

与阻尼振动位移表达式比较可知, ω_0 其实是振子的固有频率, γ 为阻尼项.

由交变电场下的电场诱导产生的电矩定义 $\mathbf{p} = q\mathbf{x} = \alpha\mathbf{E}$ 可得复极化率为,

$$\alpha = \frac{q^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}, \quad (9)$$

利用(6)和(9)式可以得到介质的色散关系为

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{n}{3\epsilon_0} \cdot \frac{q^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}. \quad (10)$$

因此, 只要得到介电常数 ϵ 的实部和虚部与频率的关系就可得到该本征介质的色散关系.

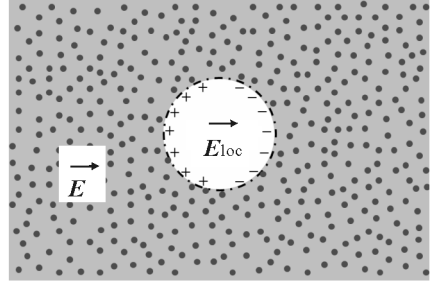


图 1 均匀介质中的粒子受 \mathbf{E}_{loc} 作用的示意图

2 虚部光子晶体掺杂介质的色散关系

为了得到虚部光子晶体中的掺杂介质色散关系,需要利用有效介质理论(effective medium theory)解决介质分子异质结^[16-19](Heterogeneous dielectrics)的情况。

假设 2 种混合的介质依然满足或近似满足其原子分子是随机均匀分布或简心立方晶格的,则利用有效介质理论把(3)式可以简单推广到本征材料极化率 α_s 和掺杂分子极化率 α_d 的 2 种介质,且

$$\mathbf{P} = (n_s \alpha_s + n_d \alpha_d) \mathbf{E}_{\text{loc}}, \quad (11)$$

其中 n_s 与 n_d 是 2 种介质在单位体积内的粒子密度数. 由 $\mathbf{E}_{\text{loc}} = \mathbf{E} + \frac{\mathbf{P}}{3\epsilon_0}$ 和(5)式可得

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{1}{3\epsilon_0} (n_s \alpha_s + n_d \alpha_d), \quad (12)$$

联立(6)和(12)式可得

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = f_s \frac{\epsilon_s - 1}{\epsilon_s + 2} + f_d \frac{\epsilon_d - 1}{\epsilon_d + 2}, \quad (13)$$

其中 f_i 为第 i 种介质的单位体积密度数比,且 $f_i = n_i / (\sum_j n_j)$, $\sum_i f_i = 1$, $n = \sum_j n_j$.

如果知道了本征材料与掺杂分子各自的色散关系以及他们混合的体积密度比,则可以根据(13)式得到掺杂后介质的色散关系,更复杂的混合介质介电常数的推导可以参考文献[20-21].

本征材料的色散关系和掺杂分子的共振的频率,可以把(9)、(12)与(13)式联立起来便可得到掺杂后介质的介电常数与频率的关系为

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = f_s \frac{\epsilon_s - 1}{\epsilon_s + 2} + \frac{nf_d}{3\epsilon_0} \cdot \frac{q^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}. \quad (14)$$

为了得到更明确的色散关系式,对(14)式进行整理后可得

$$\epsilon = - \left(\frac{3(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)}{f_d \frac{nf_d}{3\epsilon_0 m} + \left(f_s \frac{\epsilon_s - 1}{\epsilon_s + 2} - 1 \right) (\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)} + 2 \right). \quad (15)$$

假设 $\epsilon = \epsilon_1 + i\epsilon_2$ (其中 ϵ_1 与 ϵ_2 均为实数),令 $\xi = f_d \frac{nf_d}{3\epsilon_0 m}$, $K = f_s \frac{\epsilon_s - 1}{\epsilon_s + 2} - 1$,若 ϵ_s 为实数,则(15)式可整理为

$$\epsilon_1 = \frac{3\xi(\omega_0^2 - \omega^2) + \xi^2/K}{[\xi + K(\omega_0^2 - \omega^2)]^2 + \gamma^2\omega^2 K^2} + \left(-\frac{3}{K} - 2 \right), \quad (16)$$

$$\epsilon_2 = \frac{3\gamma\omega\xi}{[\xi + K(\omega_0^2 - \omega^2)]^2 + \gamma^2\omega^2 K^2}. \quad (17)$$

在掺杂的浓度较少的情况下,即 $f_s \approx 1$,那么 $-\frac{3}{K} - 2 = \epsilon_s$. 由(16)式可以知道掺杂介质的实部只是在原来本征材料介电常数的基础上做出修正而已. 如果掺杂分子种类不止 1 种,只需要运用有效介质理论在(11)式增加其他介质的修正项则可以导出含有多种掺杂分子下的色散关系。

3 理论拟合与实验数据比较

用以上的掺杂介质色散模型拟合文献掺杂后的物质^[4]色散关系,本征介质 SU-8 在波长从 450~650 nm 之间介电常数为无色散实数 $\epsilon_s = 2.62$,掺杂分子的共振波长为 546 nm. 通过调整(16)与(17)式中的参数 γ 和 ξ 来进行拟合,其中 γ 定性地作为阻尼项,决定共振峰的宽度和尖锐程度,而 ξ 则与参与共振吸收的电荷大小和掺杂的浓度有关,决定吸收峰的峰值大小。

图 2 为文献实验所得的数据,图 3 为拟合数据,采用了 $\gamma = 0.18$ 与 $\xi = 3.7 \times 10^{-4}$ 进行数据拟合. 可见拟合数据跟实验数据的变化趋势和吸收峰的特征是一致的. 同时发现在波长 500~550 nm 附近,实验数据随着波长的增长先到达了 1 个平台,然后再继续上升,而拟合数据则没有这个平台过程,其原因是在主吸

收峰附近还有相对较弱的共振吸收模式存在,从而使得色散关系偏离原来的趋势.可见,只要能提供准确的掺杂分子的详细实验参数,对于同时包含有多共振峰的虚部光子晶体掺杂介质都能够使用以上模型来进行数值模拟分析.

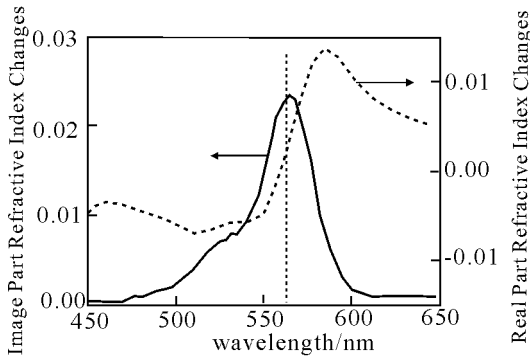


图 2 文献实验数据

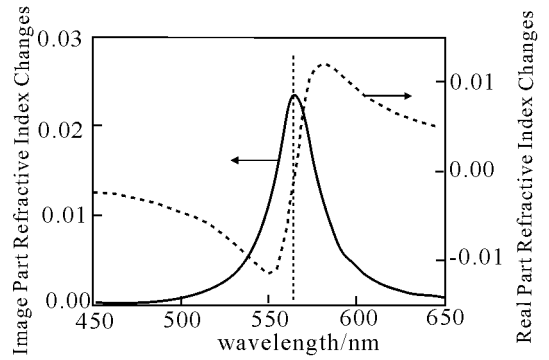


图 3 拟合数据

4 结语

引入线性振子的强迫振动模型,并结合有效介质理论推导了虚部光子晶体掺杂介质的色散关系,采用参数拟合方法,用笔者设计模型所得的色散关系与文献[4]的实验测量结果吻合,从而验证了模型的有效性.

参考文献:

- [1] YABLONOVITCH E. Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics [J]. *Physical Review Letters*, 1987, 58(20): 2 059 - 2 062.
- [2] JOHN S. Strong Localization of Photons in Certain Disordered Dielectric Superlattices [J]. *Physical Review Letters*, 1987, 58(23): 2 486 - 2 489.
- [3] JOANNOPOULOS J D, JOHNSON S G, WINN J N, et al. *Meade, Photonic Crystals: Molding the Flow of Light* [M]. Princeton: Princeton University Press, 2008: 304.
- [4] LI J, LIANG B, LIU Y, et al. Photonic Crystal Formed by the Imaginary Part of the Refractive Index [J]. *Adv. Mater.*, 2010, 22(24): 2 676 - 2 679.
- [5] FENG M, LIU Y, LI Y, et al. Light Propagation in a Resonantly Absorbing Waveguide Array [J]. *Opt. Express*, 2001, 19(8): 7 222 - 7 229.
- [6] LI Y, MALOMED B A, FENG M, et al. Arrayed and Checkerboard Optical Waveguides Controlled by the Electromagnetically Induced Transparency [J]. *Physical Review A*, 2010, 82(6): 063 813.
- [7] LI Y, MALOMED B A, WU J, et al. Quasiconductors in Inverted Nonlinear Photonic Crystals [J]. *Physical Review A*, 2011, 84(4): 043 839.
- [8] JIANG H, LIU J F, CHEN G, et al. Diffractive Properties of Imaginary-Part Photonic Crystal Slab [J]. *Nanoscale Research Letters*, 2012, 7(1): 335 - 341.
- [9] JACKSON J D. *Classical Electrodynamics* [M]. Wiley: Wiley, 1998: 145 - 173.
- [10] CHOY T C. *Effective Medium Theory: Principles and Applications* [M]. Oxford: Oxford University Press, 1999: 200 - 230.
- [11] WOOD D M, ASHCROFT N W. Effective Medium Theory of Optical Properties of Small Particle Composites [J]. *Philosophical Magazine*, 1977, 35(2): 269 - 280.
- [12] JACOBSEN K W, STOLTZE P, NRSKOV J K. A Semi-Empirical Effective Medium Theory for Metals and Alloys [J]. *Surface Science*, 1996, 366(2): 394 - 402.
- [13] LALANNE P, LEMERCIER-LALANNE D. On the Effective Medium Theory of Subwavelength Periodic Structures [J]. *Journal of Modern Optics*, 1996, 43(10): 2 063 - 2 085.
- [14] KOSCHNY T, KAFESAKI M, ECONOMOU E N, et al. Effective Medium Theory of Left-Handed Materials [J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(10): 107 402.
- [15] 殷之文. *电介质物理学* [M]. 北京: 科学出版社, 2003: 5 - 8.
- [16] ASPNES D E. Local-Field Effects and Effective-Medium Theory: A Microscopic Perspective [J]. *American Journal of Physics*, 1982, 50(8): 704 - 709.

- [17] SHEN L, WU J J, YANG T J. Anisotropic Medium with Parabolic Dispersion [J]. *Applied Physics Letters*, 2008, 92 (26): 261 905.
- [18] MAKI J J, MALCUIT M S, SIPE J E, et al. Linear and Nonlinear Optical Measurements of the Lorentz Local Field [J]. *Physical Review Letters*, 1991, 67(8): 972 - 975.
- [19] LAGENDIJK A, NIENHUIS B, TIGGELEN V B A, et al. Microscopic Approach to the Lorentz Cavity in Dielectrics [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, 79(18): 657 - 660.
- [20] VALERIO LUCARINI J J S, KAI-ERIK PEIPONEN, ERIK M. Vartiainen, Kramers-Kronig Relations in Optical Materials Research [M]. [S. l.]Springer, 2010: 172 - 176.
- [21] STOCKMAN M I, KURLAYEV K B, GEORGE T F. Linear and Nonlinear Optical Susceptibilities of Maxwell Garnett Composites: Dipolar Spectral Theory [J]. *Physical Review B*, 1999, 60(24): 17 071 - 17 083.

Dispersion Model of Doped Medium in Imaginary-Part Photonic Crystal

LIU Jing-feng, LI Ling-yan

(College of Sciences, South China Agriculture University, Guangzhou 510642, China)

Abstract: Because of the novel structure, the imaginary-part photonic crystal (IPPC) has strongly frequency-dependent character and some special optical properties. However, the dispersion relation of doped medium of imaginary-part photonic crystal has not been studied clearly, so that it would be an obstacle for wide investigation and application of IPPC. The authors employ linear forced oscillator model and effective medium theory to build up the dispersion model of doped medium of IPPC. The model can be used to more than one kind of doped agent. Finally, the authors compare the simulation dispersion curve from the model with that from experiment and find that they match well. So the dispersion model which the authors build up is available, and it can give some help to get further investigation of IPPC optical properties.

Key words: imaginary-part photonic crystal; forced oscillator model; effective medium theory; dispersion relation

(责任编辑 陈炳权)

(上接第 45 页)

- [6] MIHARA T. Quantum Identification Schemes with Entanglements [J]. *Phys. Rev. A*, 2002, 65: 052326.
- [7] 曾贵华. 量子密码学 [M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [8] 巧燕, 高飞, 朱甫臣. 量子密钥分发中身份认证问题的研究现状及方向 [J]. *北京邮电大学学报*, 2004, 27: 1 - 5.
- [9] GOLDENBERG L, VAIDMAN L. Quantum Cryptography Based on Orthogonal States [J]. *Physical Review Letters*, 1995, 75: 1 239.
- [10] 高飞, 温巧燕. 一种量子密钥分发和身份认证协议 [J]. *北京邮电大学学报*, 2004, 27: 98 - 102.
- [11] 周南润, 曾贵华, 朱甫臣. 一次量子通信量子密钥分发和认证协议的安全性分析 [J]. *上海交通大学学报*, 2005, 39: 1 509 - 1 513.

A Protocol of Quantum Identification Based on Realization of Quantum Entanglement Bit

QIN Ti-hong

(College of Mathematics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 631000, China)

Abstract: A kind of identity authentication scheme by making use of the property three-particle entangled GHZ state is proposed. Entanglement GHZ is information segmented by using the principle of information segmentation, and then the transmission of particle state is delayed. Without the authentication center, the identity authentication can be realized.

Key words: quantum cryptography; identity authentication; key distribution

(责任编辑 向阳洁)