

文章编号: 1001-0920(2012)09-1281-07

基于级联方法的欠驱动 AUV 全局 \mathcal{K} 指数 3 维直线跟踪控制

高 剑, 徐德民, 严卫生

(西北工业大学 航海学院, 西安 710072)

摘 要: 采用非线性系统级联方法, 提出一种欠驱动自主水下航行器的 3 维直线跟踪控制算法. 首先将 3 维直线跟踪误差模型分解为水平面运动受垂直面运动扰动的级联结构; 然后分别设计俯仰角指令和航向角指令, 进一步将平面直线跟踪模型分解为位置跟踪误差受俯仰角/航向角跟踪误差扰动的级联结构, 并设计了俯仰角和航向角的跟踪控制律, 通过逐级应用级联系统稳定性理论证明了 3 维直线跟踪误差的全局 \mathcal{K} 指数稳定性; 最后通过数学仿真验证了所提出跟踪控制算法的有效性.

关键词: 自主水下航行器; 欠驱动; 直线跟踪控制; 级联方法; 全局 \mathcal{K} 指数稳定

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Global \mathcal{K} -exponential straight-line tracking control of an underactuated AUV in 3 dimensions using a cascaded approach

GAO Jian, XU De-min, YAN Wei-sheng

(College of Marine Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China. Correspondent: GAO Jian, E-mail: jiangao@nwpu.edu.cn)

Abstract: The 3-dimension straight-line tracking control is proposed for an underactuated autonomous underwater vehicle by using the cascaded approach of nonlinear systems. The 3-dimension straight-line tracking model is divided into the vertical tracking model and horizontal tracking model which is perturbed by the former. The desired pitch angle and yaw angle are designed, and the two planar tracking models are divided into the position tracking models and the euler angles tracking models in the cascaded structures. The pitch and yaw angles tracking control laws are designed based on the pitch and yaw angles tracking models respectively. The nonlinear cascaded system theory is used to strictly prove the global \mathcal{K} -exponential stability of the whole tracking system without any assumptions on the underactuated sway and heave motions used by the former researches. Simulation results show the effectiveness of the proposed controller.

Key words: autonomous underwater vehicle; underactuated; straight-line tracking control; cascaded approach; global \mathcal{K} -exponential stability

1 引 言

自主水下航行器(AUV)的直线跟踪控制又称为横向跟踪控制,其目标是使得从任意初始状态出发的AUV收敛于给定3维空间中的一条直线,并沿该直线运动.直线跟踪控制在AUV的航路点跟踪、编队^[1]、回收入坞^[2]等领域具有重要的理论和应用价值.由于欠驱动AUV仅依靠偏航力矩 N 和俯仰力矩 M 进行运动控制,而欠驱动的侧向速度 v 和垂向速度 w 的动态特性与前向速度 u 及俯仰角速度 q ,航向角速度 r 之间存在较强的非线性耦合,必须充分利用其自身固有的阻尼特性来保证跟踪误差的全局渐近

稳定性.

目前,国内外关于欠驱动AUV直线跟踪控制问题的研究主要集中在水平面内,包括对欠驱动无人水面船(USV)直线跟踪控制的研究^[3].李铁山等^[4]针对系统模型中存在的参数不确定性和外界干扰,将鲁棒干扰抑制技术融入自适应反演设计技术,使得系统的输出和所得闭环系统全局一致最终有界.周岗等^[5]基于输入输出线性化技术,给出了一类重定义输出变量和基于该输出变量的状态反馈控制律,并得到了保证系统全局渐近稳定的充分条件.然而,上述研究均假定侧向阻尼很大而忽略了侧向速度的影响.

收稿日期: 2011-04-24; 修回日期: 2011-09-19.

基金项目: 国家自然科学基金项目(50909082).

作者简介: 高剑(1979-),男,副教授,从事水下航行器运动控制和协同控制等研究;徐德民(1937-),男,中国工程院院士,教授,博士生导师,从事水下航行器总体设计、导航控制等研究.

Indiveri 等^[6]基于反演设计的思想提出一种时不变反馈控制律, 设计了期望航向角, 证明了当航向误差收敛到零以后, 由直线跟踪误差和侧向速度组成的线性时变系统的渐近稳定性, 但没有分析航向跟踪过程对直线跟踪稳定性的影响. Do 等^[7]考虑了惯性矩阵和阻尼矩阵为非对角矩阵的非最小相位水面船舶, 通过坐标变换定义了与控制输入无关的侧向速度, 选择使直线距离收敛的期望航向角并采用反演法获得指数稳定的控制律, 但所得到的控制律较为复杂, 难以扩展到 3 维直线跟踪控制的研究. Børhaug 等^[8]对 3 维空间的直线跟踪控制问题进行了研究, 基于视线导引法获得视线航向角和视线俯仰角, 采用了基于奇异值分解的线性滑模控制技术, 但未对动力学模型的假设条件进行验证. Børhaug 等^[1]应用级联方法, 假设侧向速度和垂向速度分别满足 $|v| \leq C_v U_{\max} |r|$, $|w| \leq C_w U_{\max} |q|$, 设计了欠驱动 AUV 的 3 维直线跟踪控制.

从以上分析可以看到, 国内外在研究直线跟踪控制问题时均对欠驱动的侧向和垂向速度进行了限定, 从而完全或部分解除了欠驱动约束条件, 没有从理论上真正得到解决.

对于更为一般的平面和空间曲线路径跟踪控制问题, Encarnação 等^[9-12]在 Serent-Frenet 坐标系下描述路径跟踪误差, 基于 Lyapunov 方法设计全局渐近稳定的路径跟踪控制器. 这些研究均在速度坐标系下描述 AUV 的运动模型, 假定侧向速度和垂向速度是有界的, 而且速度坐标系相对于 Serent-Frenet 坐标系的欧拉角可通过力矩直接控制. 因此, 将路径跟踪控制方法应用于直线跟踪控制时, 无法获得关于侧向速度和垂向速度稳定性的结论.

本文在上述研究的基础上, 采用非线性级联系统稳定性理论, 将 3 维空间的直线跟踪系统模型分解为水平面直线跟踪和垂直面直线跟踪两个系统级联的形式; 然后通过选择恰当的姿态角指令, 进一步将其分解为位置跟踪和姿态角跟踪系统级联的形式, 分别设计俯仰角和航向角跟踪控制器, 从而逐级应用级联系统稳定性理论来证明 3 维直线跟踪的全局 \mathcal{K} 指数稳定性; 最后通过仿真验证了所提出算法的有效性.

2 问题描述

2.1 直线跟踪控制数学模型

期望的直线航迹位于某个水平面内, 选择期望直线上任一点为全局坐标系的原点, x 轴沿期望直线的方向, z 轴向下, y 轴向右构成右手坐标系. 于是, 期望直线用 x 轴 ($y = z = 0$) 描述, 直线跟踪误差用坐标 y 和 z 描述. 对 AUV 的 3 维空间运动进行如下假设:

假设 1 具有良好的前向速度控制, 前向速度

为正的常值, $u_c > 0$.

假设 2 具有良好的横滚控制, 忽略横滚角 ϕ 及其角速度 p 对 AUV 运动的影响, 将 6 自由度运动模型简化为 5 自由度模型^[3].

假设 3 忽略惯性矩阵和阻尼矩阵中的非对角项及二次阻尼项.

假设 4 重心、浮心重合, 且重力和浮力大小相等.

假设 5 AUV 模型参数已知, 不考虑模型的不确定性.

假设 6 忽略波浪、海流等外界干扰对 AUV 运动的影响.

在上述假设条件下, 欠驱动 AUV 的 3 维空间运动学模型如下^[13]:

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{w} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -u_c \sin \theta + w \cos \theta \\ \frac{m_{11}}{m_{33}} u_c q - \frac{d_{33}}{m_{33}} w \\ q \\ -\frac{m_{11} - m_{33}}{m_{55}} u_c w - \frac{d_{55}}{m_{55}} q + \frac{1}{m_{55}} M \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{v} \\ \dot{\psi} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_c \sin \psi \cos \theta + v \cos \psi + w \sin \theta \sin \psi \\ -\frac{m_{11}}{m_{22}} u_c r - \frac{d_{22}}{m_{22}} v \\ \frac{1}{\cos \theta} r \\ \frac{m_{11} - m_{22}}{m_{66}} u_c v - \frac{d_{66}}{m_{66}} r + \frac{1}{m_{66}} N \end{bmatrix}. \quad (2)$$

其中: 式 (1) 为垂直面运动模型 Σ_V , 式 (2) 为水平面运动模型 Σ_H ; 相应的状态向量为

$$\mathbf{x}_V = [z \ w \ \theta \ q]^T, \quad \mathbf{x}_H = [y \ v \ \psi \ r]^T;$$

ψ 和 θ 为航向角和俯仰角, 为避免模型的奇异值, 假定 $|\theta| \leq \theta_{\max} < \pi/2$; u_c, v 和 w 分别为载体坐标系下的前向、侧向和垂向速度; q 和 r 为载体坐标系下的角速度; M 和 N 为控制输入力矩; $m_{11} = m - X_{\dot{u}}$, $m_{22} = m - Y_{\dot{v}}$, $m_{33} = m - Z_{\dot{w}}$, $m_{55} = I_{yy} - M_{\dot{q}}$ 和 $m_{66} = I_{zz} - N_{\dot{r}}$ 为包含附加质量的惯性参数, m 为 AUV 的质量; I_{yy} 和 I_{zz} 为转动惯量; $X_{\dot{u}}$, $Y_{\dot{v}}$, $Z_{\dot{w}}$, $M_{\dot{q}}$ 和 $N_{\dot{r}}$ 为附加质量; d_{22}, d_{33}, d_{55} 和 d_{66} 为线性阻尼系数.

从方程 (1) 和 (2) 可以看出, 水平面运动受垂直面运动输出 θ 和 q 的扰动, 而垂直面运动是独立的, 不受水平面运动的干扰.

AUV 的 3 维直线跟踪控制问题定义为, 对于从任意初始状态出发的 AUV, 寻找控制输入 M 和 N , 使跟踪误差 y 和 z 全局渐近收敛到零, 如图 1 所示.

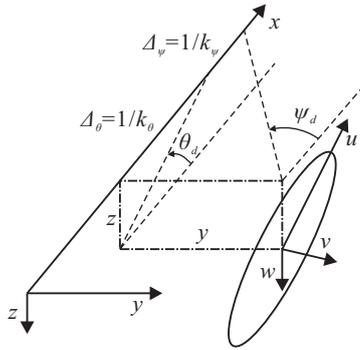


图1 欠驱动 AUV 的 3 维直线跟踪

2.2 级联系统稳定性理论

考虑非自治非线性级联系统

$$\Sigma_1: \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{f}_1(t, \mathbf{x}_1) + \mathbf{g}(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)\mathbf{x}_2, \quad (3)$$

$$\Sigma_2: \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{f}_2(t, \mathbf{x}_2). \quad (4)$$

其中: $\mathbf{x}_1 \in \mathbf{R}^{n_1}, \mathbf{x}_2 \in \mathbf{R}^{n_2}; \mathbf{f}_1(t, \mathbf{x}_1)$ 是连续可微的, $\mathbf{f}_2(t, \mathbf{x}_2)$ 和 $\mathbf{g}(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ 是连续的, 分别对 \mathbf{x}_2 和 $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ 是局部 Lipschitz 的.

可以将系统 Σ_1 看作名义系统

$$\Sigma_{1,n}: \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{f}_1(t, \mathbf{x}_1) \quad (5)$$

受到了系统 Σ_2 输出的干扰. Panteley 和 Loría 等^[14-15] 采用 Lyapunov 直接法对非自治级联系统的稳定性进行了深入研究, 给出了非自治级联系统全局一致渐近稳定以及全局 \mathcal{K} 指数稳定的充分条件.

引理 1^[15] 由式 (3) 和 (4) 定义的级联系统 $\{\Sigma_1, \Sigma_2\}$ 是全局一致渐近稳定的, 若以下假设条件成立:

1) 名义系统 $\Sigma_{1,n}$ 是全局一致渐近稳定的, 且存在连续可微函数 $V(t, \mathbf{x}_1): \mathbf{R}_{\geq 0} \times \mathbf{R}^{n_1} \rightarrow \mathbf{R}$ 满足

$$\begin{aligned} W(\mathbf{x}_1) &\leq V(t, \mathbf{x}_1); \\ \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}_1} \mathbf{f}_1(t, \mathbf{x}_1) &\leq 0, \forall \|\mathbf{x}_1\| \geq \eta; \\ \left\| \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}_1} \right\| \|\mathbf{x}_1\| &\leq cV(t, \mathbf{x}_1), \forall \|\mathbf{x}_1\| \geq \eta. \end{aligned} \quad (6)$$

其中: $W(\mathbf{x}_1)$ 为正定函数; $c > 0, \eta > 0$ 为常数.

2) 函数 $\mathbf{g}(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ 满足

$$\begin{aligned} \|\mathbf{g}(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)\| &\leq \\ \theta_1(\|\mathbf{x}_2\|) + \theta_2(\|\mathbf{x}_2\|)\|\mathbf{x}_1\|, &\forall t \geq t_0, \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\theta_1, \theta_2: \mathbf{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbf{R}_{\geq 0}$ 为连续函数.

3) 系统 Σ_2 全局一致渐近稳定, 且满足可积条件

$$\int_{t_0}^{\infty} \|\mathbf{x}_2(t, t_0, \mathbf{x}_2(t_0))\| dt \leq \phi(\|\mathbf{x}_2(t_0)\|), \quad (8)$$

其中 $\phi(\cdot)$ 为 \mathcal{K} 类函数.

定义 1 系统

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}), \mathbf{f}(t, 0) = 0, \forall t \geq t_0 \quad (9)$$

是全局 \mathcal{K} 指数稳定的, 若存在 \mathcal{K} 类函数 $\kappa(\cdot)$ 及常数 $\gamma > 0$, 满足

$$\|\mathbf{x}(t)\| \leq \kappa(\|\mathbf{x}(t_0)\|) e^{-\gamma(t-t_0)}, \forall t \geq t_0 \geq 0. \quad (10)$$

引理 2^[15] 系统 (9) 是全局 \mathcal{K} 指数稳定的, 当且仅当该系统是全局一致渐近稳定的, 并且是局部指数稳定的.

引理 3^[15] 在满足引理 1 假设条件的基础上, 若系统 $\Sigma_{1,n}$ 和 Σ_2 均是全局 \mathcal{K} 指数稳定的, 则级联系统 $\{\Sigma_1, \Sigma_2\}$ 是全局 \mathcal{K} 指数稳定的.

应用级联系统理论进行控制系统设计时, 首先将系统分解为形如式 (3) 和 (4) 的级联系统 Σ_1 和 Σ_2 , 分别为名义系统 $\Sigma_{1,n}$ 和 Σ_2 设计控制输入, 使其全局一致渐近稳定或全局 \mathcal{K} 指数稳定, 并满足引理 1 中条件 1) 和条件 3); 然后证明关联项满足条件 2), 从而获得级联系统的全局一致渐近稳定性或全局 \mathcal{K} 指数稳定性, 称为级联方法. 级联方法不需设计整个系统的 Lyapunov 函数, 从而可以获得比反演设计更为简洁的控制律.

3 垂直面全局 \mathcal{K} 指数直线跟踪控制

考虑 AUV 垂直面运动模型 (1) 中的深度方程, 以 θ 为 z 的控制输入, 选择期望的俯仰角为

$$\theta_d = \arctan(k_\theta z), \quad (11)$$

其中 $k_\theta > 0$ 为控制参数, 定义期望俯仰角速度

$$q_d = \dot{\theta}_d = \frac{k_\theta}{1 + k_\theta^2 z^2} (-u_c \sin \theta + w \cos \theta), \quad (12)$$

及俯仰角跟踪误差和俯仰角速度跟踪误差

$$\theta_e = \theta - \theta_d, q_e = q - q_d. \quad (13)$$

定义位置跟踪子向量 $\mathbf{x}_{V1} = [z \ w]^T$ 和俯仰角跟踪子向量 $\mathbf{x}_{V2} = [\theta_e \ q_e]^T$.

对于 $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$, 有

$$\begin{aligned} \beta \int_0^1 \cos(\alpha + s\beta) ds &= \sin(\alpha + \beta) - \sin \alpha, \\ -\beta \int_0^1 \sin(\alpha + s\beta) ds &= \cos(\alpha + \beta) - \cos \alpha. \end{aligned} \quad (14)$$

于是

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha + \beta \eta_c(\alpha, \beta), \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha + \beta \eta_s(\alpha, \beta). \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} \eta_c(\alpha, \beta) &= \int_0^1 \cos(\alpha + s\beta) ds, \\ \eta_s(\alpha, \beta) &= -\int_0^1 \sin(\alpha + s\beta) ds. \end{aligned}$$

显然 $|\eta_c(\alpha, \beta)| < 1, |\eta_s(\alpha, \beta)| < 1$.

将 $\theta = \theta_d + \theta_e$ 和 $q = q_d + q_e$ 代入方程 (1), 则垂直面跟踪模型 (1) 可写成如下的级联形式:

$$\Sigma_{V1}: \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -u_c \sin \theta_d + w \cos \theta_d \\ \frac{m_{11} u_c k_\theta (-u_c \sin \theta_d + w \cos \theta_d)}{m_{33}} - \frac{d_{33}}{m_{33} w} \end{bmatrix} +$$

$$\Sigma_{V2} : \begin{cases} \begin{bmatrix} g_{z,\theta_e} & 0 \\ g_{w,\theta_e} & g_{w,q_e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_e \\ q_e \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \dot{\theta}_e \\ \dot{q}_e \end{bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} q_e \\ -\frac{m_{11}-m_{33}}{m_{55}} u_c w - \frac{d_{55}}{m_{55}} q + \frac{1}{m_{55}} M - \ddot{\theta}_d \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned} g_{z,\theta_e} &= -u_c \eta_c(\theta_d, \theta_e) + w \eta_s(\theta_d, \theta_e), \\ g_{w,\theta_e} &= \frac{m_{11} u_c}{m_{33}} \frac{k_\theta}{1 + k_\theta^2 z^2} g_{z,\theta_e}, \\ g_{w,q_e} &= \frac{m_{11}}{m_{33}} u_c. \end{aligned}$$

可以将系统 Σ_{V1} 看作名义系统

$$\Sigma_{V1,n} : \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} -u_c \sin \theta_d + w \cos \theta_d \\ \frac{m_{11} u_c k_\theta (-u_c \sin \theta_d + w \cos \theta_d)}{1 + k_\theta^2 z^2} - \frac{d_{33}}{m_{33}} w \end{bmatrix} \end{cases} \quad (18)$$

受到了系统 Σ_{V2} 的扰动. 对于名义系统 $\Sigma_{V1,n}$, 有下面的定理成立:

定理 1 若系数 k_θ 满足

$$k_\theta < \frac{d_{33}}{3m_{11} u_c}, \quad (19)$$

则名义系统 (18) 是全局 \mathcal{K} 指数稳定的.

证明 定义 Lyapunov 函数

$$V_z = \frac{\lambda_z}{2} z^2 + \frac{1}{2} w^2, \quad (20)$$

其中 $\lambda_z > 0$. 对 V_z 求导, 并选择 λ_z 满足

$$\lambda_z > \frac{m_{11}}{m_{33}} u_c^2 k_\theta^2, \quad (21)$$

则有

$$\begin{aligned} \dot{V}_z \leq & -\frac{u_c k_\theta \lambda_z}{2} \frac{z^2}{\sqrt{1 + (k_\theta z)^2}} - \frac{d_{33}}{2m_{33}} w^2 - \\ & \frac{u_c k_\theta \lambda_z}{2} \left(\frac{z}{\sqrt{1 + (k_\theta z)^2}} \right)^2 - \\ & \left(\frac{d_{33}}{2m_{33}} - \frac{m_{11}}{m_{33}} u_c k_\theta \right) w^2 + \lambda_z |w| \frac{|z|}{\sqrt{1 + (k_\theta z)^2}}. \end{aligned} \quad (22)$$

当满足如下不等式时:

$$k_\theta < \frac{d_{33}}{2m_{11} u_c}, \quad (23)$$

$$u_c k_\theta \left(\frac{d_{33}}{m_{33}} - \frac{2m_{11}}{m_{33}} u_c k_\theta \right) > \lambda_z, \quad (24)$$

有

$$-\frac{u_c k_\theta \lambda_z}{2} \left(\frac{z}{\sqrt{1 + (k_\theta z)^2}} \right)^2 - \left(\frac{d_{33}}{2m_{33}} - \frac{m_{11}}{m_{33}} u_c k_\theta \right) w^2 +$$

$$\lambda_z |w| \frac{|z|}{\sqrt{1 + (k_\theta z)^2}} \leq 0. \quad (25)$$

考虑到式 (21), 为保证存在 λ_z 使不等式 (24) 成立, 应满足

$$u_c k_\theta \left(\frac{d_{33}}{m_{33}} - \frac{2m_{11}}{m_{33}} u_c k_\theta \right) > \frac{m_{11}}{m_{33}} u_c^2 k_\theta^2, \quad (26)$$

解得

$$k_\theta < \frac{d_{33}}{3m_{11}} u_c. \quad (27)$$

此时, 不等式 (23) 同时得到满足, 从而

$$\dot{V}_z \leq -\frac{u_c k_\theta \lambda_z}{2\sqrt{1 + (k_\theta z)^2}} z^2 - \frac{d_{33}}{2m_{33}} w^2. \quad (28)$$

Lyapunov 函数 V_z 正定且径向无界, \dot{V}_z 负定, 因此系统 (18) 全局渐近稳定.

选择球域

$$B_R = \{[z \ w]^T, \|[z \ w]^T\| \leq R\}, \quad (29)$$

其中 $R > 0$ 为球域半径. 在 B_R 内 $|z| \leq R$, 有

$$\dot{V}_z \leq -\frac{u_c k_\theta \lambda_z}{2\sqrt{1 + (k_\theta R)^2}} z^2 - \frac{d_{33}}{2m_{33}} w^2, \quad (30)$$

因此系统 (18) 是局部指数稳定的. 根据引理 2, 系统 (18) 是全局 \mathcal{K} 指数稳定的. \square

研究系统 Σ_{V2} . 设计控制律

$$\begin{aligned} M &= m_{55} \ddot{\theta}_d - k_{M1} m_{55} \theta_e - k_{M2} m_{55} q_e + \\ & (m_{11} - m_{33}) u_c w + d_{55} q. \end{aligned} \quad (31)$$

其中: $k_{M1} > 0, k_{M2} > 0$. 有

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_e \\ \dot{q}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_e \\ -k_{M1} \theta_e - k_{M2} q_e \end{bmatrix}. \quad (32)$$

显然, 闭环系统是全局指数稳定的.

定理 2 在式 (31) 的控制下, 系数 k_θ 满足不等式 (27), 欠驱动 AUV 的垂直面直线跟踪 Σ_V 是全局 \mathcal{K} 指数稳定的.

证明 首先对引理 1 和引理 3 中的假设条件进行验证.

1) 名义系统 (18) 是全局 \mathcal{K} 指数稳定的, 若取 $\eta \geq 0$, 则有

$$\dot{V}_z(\mathbf{x}_{V1}) \leq 0, \forall \|\mathbf{x}_{V1}\| \geq \eta.$$

另外, 若取 $c \geq 2 \max\{\lambda_z, 1\}$, 则有

$$\left\| \frac{\partial V_z}{\partial \mathbf{x}_{V1}} \right\| \|\mathbf{x}_{V1}\| \leq c V_z, \|\mathbf{x}_{V1}\| \geq \eta.$$

因此条件 1) 成立.

2) 考虑关联项

$$\begin{aligned} & \left\| \begin{bmatrix} g_{z,\theta_e} & 0 \\ g_{w,\theta_e} & g_{w,q_e} \end{bmatrix} \right\| \leq \\ & \left\| \begin{bmatrix} u_c & 0 \\ \frac{m_{11}}{m_{33}} u_c^2 k_\theta & \frac{m_{11}}{m_{33}} u_c \end{bmatrix} \right\| + \left\| \begin{bmatrix} w & 0 \\ \frac{m_{11}}{m_{33}} u_c k_\theta w & 0 \end{bmatrix} \right\| \leq \end{aligned}$$

$$u_c \sqrt{1 + \left(\frac{m_{11}}{m_{33}} u_c k_\theta\right)^2 + \left(\frac{m_{11}}{m_{33}}\right)^2} + \|\mathbf{x}_{V1}\| \sqrt{1 + \left(\frac{m_{11}}{m_{33}} u_c k_\theta\right)^2}, \quad (33)$$

满足条件 2)。

3) 在式 (31) 的控制下, 系统 Σ_{V2} 全局指数稳定, 满足条件 3)。

根据引理 1 和引理 3, 在式 (31) 控制下系统 Σ_V 是全局 \mathcal{K} 指数稳定的。□

4 水平面全局 \mathcal{K} 指数直线跟踪控制

考虑 AUV 水平面运动模型 (2) 中的侧向位移方程, 参考垂直面直线跟踪控制的设计方法, 以 ψ 为 y 的控制输入, 选择期望的航向角

$$\psi_d = -\arctan(k_\psi y). \quad (34)$$

其中: $k_\psi > 0$, 航向角跟踪误差 $\psi_e = \psi - \psi_d$. 定义

$$r_d = -\frac{k_\psi \cos \theta}{1 + (k_\psi y)^2} (u_c \sin \psi + v \cos \psi), \quad (35)$$

$$r_e = \frac{r - r_d}{\cos \theta}, \quad (36)$$

则有 $\dot{\psi}_e = r_e$.

将水平面直线跟踪模型 Σ_H 整理为级联系统形式, 即

$$\Sigma_{H1}: \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_c \sin \psi_d + v \cos \psi_d \\ \frac{m_{11}}{m_{22}} \frac{u_c k_\psi (u_c \sin \psi_d + v \cos \psi_d)}{1 + (k_\psi y)^2} - \frac{d_{22}}{m_{22}} v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_{y, \psi_e} & 0 \\ g_{v, \psi_e} & g_{v, r_e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_e \\ r_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & g_{y, \theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_V, \quad (37)$$

$$\Sigma_{H2}: \begin{bmatrix} \dot{\psi}_e \\ \dot{r}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_e \\ \frac{1}{\cos \theta} \left(\frac{m_{11} - m_{22}}{m_{66}} u_c v - \frac{d_{66}}{m_{66}} r + \frac{1}{m_{66}} N - \dot{r}_d \right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & g_{\psi_e, \theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_{r_e, q} \end{bmatrix} \mathbf{x}_V. \quad (38)$$

其中

$$\begin{aligned} g_{y, \theta} &= u_c \sin \psi \eta_s(0, \theta) + w \eta_c(0, \theta) \sin \psi, \\ g_{y, \psi_e} &= u_c \eta_c(\psi_d, \psi_e) + v \eta_s(\psi_d, \psi_e), \\ g_{v, \psi_e} &= \frac{m_{11}}{m_{22}} \frac{u_c k_\psi}{1 + (k_\psi y)^2} g_{y, \psi_e}, \\ g_{v, r_e} &= -\frac{m_{11}}{m_{22}} u_c \cos \theta, \quad g_{\psi_e, \theta} = \frac{k_\psi}{1 + (k_\psi y)^2} g_{y, \theta}, \\ g_{r_e, q} &= -r_e \tan \theta. \end{aligned}$$

级联系统 (37) 和 (38) 具有多重级联结构, 名义系统

$$\Sigma_{H2, n}: \begin{bmatrix} \dot{\psi}_e \\ \dot{r}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_e \\ \frac{1}{\cos \theta} \left(\frac{m_{11} - m_{22}}{m_{66}} u_c v - \frac{d_{66}}{m_{66}} r + \frac{1}{m_{66}} N - \dot{r}_d \right) \end{bmatrix} \quad (39)$$

受全局 \mathcal{K} 指数稳定系统 Σ_V 输出的干扰, 而名义系统

$$\Sigma_{H1, n}: \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_c \sin \psi_d + v \cos \psi_d \\ \frac{m_{11}}{m_{22}} \frac{u_c k_\psi (u_c \sin \psi_d + v \cos \psi_d)}{1 + (k_\psi y)^2} - \frac{d_{22}}{m_{22}} v \end{bmatrix} \quad (40)$$

同时受到系统 Σ_{H2} 和 Σ_V 输出的干扰。

首先研究名义系统 $\Sigma_{H2, n}$. 采用反演设计, 定义 Lyapunov 函数

$$V_\psi = \frac{1}{2} \psi_e^2 + \frac{m_{66}}{2} (r_e - \alpha_{r_e})^2, \quad (41)$$

其中 $\alpha_{r_e} = -k_{N1} \psi_e$ 为期望的航向角速度跟踪误差, $k_{N1} > 0$ 为控制参数。

选择控制律

$$N = -k_{N2} \cos \theta (r_e - \alpha_{r_e}) - m_{66} k_{N1} r_e - \psi_e + \cos \theta (- (m_{11} - m_{22}) u_c v + d_{66} r + m_{66} \dot{r}_d), \quad (42)$$

使得

$$\dot{V}_\psi = -k_{N1} \psi_e^2 - k_{N2} (r_e - \alpha_{r_e})^2 \leq 0. \quad (43)$$

因此, 名义系统 $\Sigma_{H2, n}$ 是全局指数稳定的。

定理 3 在控制输入式 (42) 作用下, 系统 $\{\Sigma_{H2}, \Sigma_V\}$ 是全局 \mathcal{K} 指数稳定的。

证明 验证引理 1 中的假设条件。

1) 由式 (41) 定义的 Lyapunov 函数 V_ψ 正定且径向无界, 其导数在控制输入 (42) 作用下负定。同时

$$\dot{V}_\psi \leq -\gamma V_\psi, \quad \gamma = 2 \frac{\min\{k_{N1}, k_{N2}\}}{\max\{1, m_{66}\}},$$

闭环系统全局指数稳定, 并且

$$\begin{aligned} \left\| \frac{\partial V_\psi}{\partial \mathbf{x}_{H2}} \right\| \|\mathbf{x}_{H2}\| &\leq \frac{1}{2} \left(\left\| \frac{\partial V_\psi}{\partial \mathbf{x}_{H2}} \right\|^2 + \|\mathbf{x}_{H2}\|^2 \right) \leq \\ &\frac{m_{66}^2 (2k_{N1}^2 + 1) + 2}{2} (r_e + k_{N1} \psi_e)^2 + \\ &\frac{2k_{N1}^2 + 3}{2} \psi_e^2 \leq c V_\psi. \end{aligned} \quad (44)$$

其中: $c \geq \max\{(2k_{N1}^2 + 3), (m_{66}^2 (2k_{N1}^2 + 1) + 2)/m_{66}\}$, V_ψ 满足引理 1 中的条件 1)。

2) 关联项

$$\left\| \begin{bmatrix} 0 & 0 & g_{\psi_e, \theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_{r_e, q} \end{bmatrix} \right\| \leq |g_{\psi_e, \theta}| + |g_{r_e, q}| \leq k_{\psi} u_c \frac{2}{\pi} + k_{\psi} \|\mathbf{x}_V\| + \frac{\|\mathbf{x}_{H2}\|}{\cos \theta_{\max}}, \quad (45)$$

满足条件 2).

3) 系统 Σ_V 是全局 \mathcal{K} 指数稳定的, 满足条件 3).

根据引理 1 和引理 3, 系统 $\{\Sigma_{H2}, \Sigma_V\}$ 是全局 \mathcal{K} 指数稳定的. \square

定理 4 若系数 k_{ψ} 满足

$$k_{\psi} < \frac{d_{22}}{3m_{11}u_c}, \quad (46)$$

则名义系统 $\Sigma_{H1,n}$ 是全局 \mathcal{K} 指数稳定的.

证明过程与定理 1 相似, 此略.

定理 5 在控制律 (31) 和 (42) 的作用下, 参数 k_{θ} 和 k_{ψ} 分别满足不等式 (27) 和 (46), 级联系统 $\{\Sigma_H, \Sigma_V\}$ 是全局 \mathcal{K} 指数稳定的.

证明 系统 Σ_{H1} 与系统 $\{\Sigma_V, \Sigma_{H2}\}$ 构成级联系统, 验证引理 1 中的假设条件.

1) 根据定理 4, 若参数 k_{ψ} 满足不等式 (46), 则名义系统 $\Sigma_{H1,n}$ 是全局 \mathcal{K} 指数稳定的, 并且 Lyapunov 函数 $V_y = \frac{\lambda_y}{2} y^2 + \frac{1}{2} v^2$ 满足引理 1 中的条件 1), 证明过程与定理 2 相似.

2) 关联项

$$\left\| \begin{bmatrix} g_{y, \psi_e} & 0 & 0 & 0 & g_{y, \theta} & 0 \\ g_{v, \psi_e} & g_{v, r_e} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\| \leq |g_{y, \theta}| + |g_{y, \psi_e}| + |g_{v, \psi_e}| + |g_{v, r_e}| \leq |v| \left(1 + \frac{m_{11}}{m_{22}} u_c k_{\psi} \right) + |w| + u_c \frac{2}{\pi} + u_c + \frac{m_{11}}{m_{22}} u_c^2 k_{\psi} + \frac{m_{11}}{m_{22}} u_c, \quad (47)$$

满足条件 2).

3) 根据定理 3, 系统 $\{\Sigma_{H2}, \Sigma_V\}$ 是全局 \mathcal{K} 指数稳定的, 满足条件 3).

根据引理 1 和引理 3, 系统 $\{\Sigma_H, \Sigma_V\}$ 是全局 \mathcal{K} 指数稳定的. \square

对于欠驱动 AUV, 3 维直线跟踪控制的全局 \mathcal{K} 指数稳定性证明可以用图 2 表示.

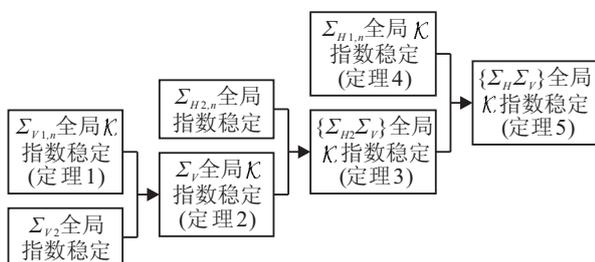


图 2 欠驱动 AUV 直线跟踪控制稳定性证明过程

5 仿真研究

为了验证本文提出的 AUV 全局 \mathcal{K} 指数 3 维直线跟踪控制算法, 这里采用 REMUS^[16] AUV 的数学模型进行仿真研究. 常值前向速度 $u_c = 1.54 \text{ m/s}$, 考虑参数条件 (27) 和 (46), 选择参数 $k_{\theta} = k_{\psi} = 0.1$, $k_{M1} = k_{M2} = 5$, $k_{N1} = k_{N2} = 5$.

AUV 的初始状态为 $y(0) = -10 \text{ m}$, $\psi(0) = \pi/2$, $v(0) = 1 \text{ m/s}$, $r(0) = 0 \text{ rad/s}$, $z(0) = 10 \text{ m}$, $\theta(0) = 0$, $w(0) = 1 \text{ m/s}$, $q(0) = 0 \text{ rad/s}$. 考虑 AUV 的舵角饱和限幅, 取最大舵角 20° , 由舵力矩系数 $N_{uu\delta_r} = M_{uu\delta_e} = 6.15$ 可知, 最大的俯仰和偏航控制力矩为 $5.0912 \text{ N} \cdot \text{m}$.

仿真结果如图 3~图 5 所示. 从仿真结果可以看出, 本文提出的控制算法能够很好地实现欠驱动 AUV 的 3 维直线跟踪控制, 在有较大的侧向、垂向速度以及航向角偏差的情况下, 能够保证直线跟踪误差 y 和 z 收敛到零.

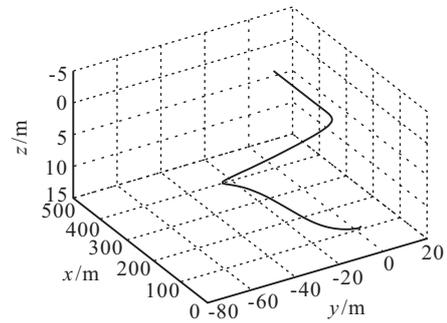


图 3 AUV 的 3 维直线跟踪空间轨迹

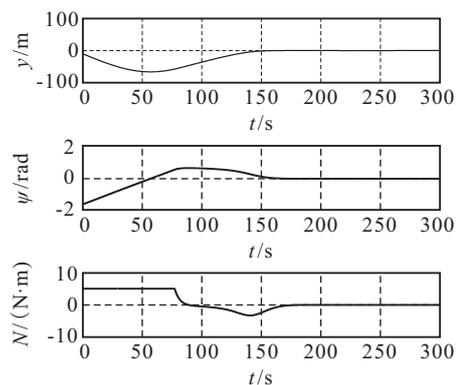


图 4 AUV 的 3 维直线跟踪水平面运动曲线

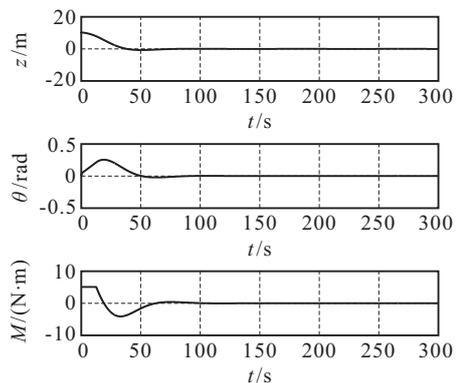


图 5 AUV 的 3 维直线跟踪垂直面运动曲线

在水平面上, 初始的航向角与期望直线垂直, 而 AUV 的转向机动能力, 即最大转动角速度受最大舵角的限制, 需要一段时间才能转向期望直线运动, 因此侧向误差 y 在开始阶段不断变大, 当航向转向直线后再逐渐变小. 在这一过程中, AUV 施加最大偏航力矩, 此后航向角和控制力矩 N 随着 y 收敛到零. 然而, 对于 AUV 垂直面运动, 由于初始俯仰角为 0, 垂直面的直线跟踪速度较快, 经过短时间的调整, z 和俯仰角可以收敛到零, 只在开始 10s 左右的短时间内俯仰力矩 M 为最大值.

由上述仿真分析可知, 控制参数 k_θ 和 k_ψ 对直线跟踪的性能影响较大. 可以将控制方程 θ_d (式 (11)) 和 ψ_d (式 (34)) 看作在垂直面和水平面内分别以 AUV 前方 $\Delta_\theta = 1/k_\theta$ 和 $\Delta_\psi = 1/k_\psi$ 为瞄准点的导引方程, 如图 1 中 θ_d 和 ψ_d 所示. 因此, 参数 k_θ 和 k_ψ 也决定了瞄准点的远近, 参数越小, 瞄准点越远, 从而收敛越慢, 但过程平稳; 参数越大, 瞄准点越近, 从而收敛越快, 但会出现超调. 而参数 k_{M1}, k_{M2} 和 k_{N1}, k_{N2} 则决定了俯仰角和航向角跟踪控制的性能, 所选择的参数越大, 跟踪越快, 但控制力矩越容易达到最大值.

6 结 论

本文基于级联方法研究了欠驱动 AUV 的 3 维直线跟踪控制问题. 首先, 将 3 维直线跟踪模型分解为水平面运动和垂直面运动级联的形式; 然后, 通过选择恰当的俯仰角和航向角指令, 将水平面运动和垂直面运动进一步分解为位置跟踪和角度跟踪两个系统级联的形式, 并证明了当参数满足一定条件时, 垂直面直线跟踪和水平面直线跟踪的名义系统是全局 \mathcal{K} 指数稳定的; 之后设计了俯仰力矩和偏航力矩, 使俯仰角跟踪误差和航向角跟踪误差全局指数稳定, 从而基于非线性级联系统稳定性理论证明了 3 维直线跟踪误差的全局 \mathcal{K} 指数稳定性; 最后, 通过采用 REMUS 航行器的数学模型参数, 在具有较大侧向速度和垂向速度的情况下进行了仿真研究, 验证了本文提出的 3 维直线跟踪控制的性能.

在 AUV 模型假设 4 的条件下, AUV 不受重力和浮力的影响, 期望轨迹可以沿任意方向而不必在一个水平面内, 但当存在非零的恢复力时, $v=0$ 和 $w=0$ 不再是系统的平衡点. 此外, 实际中的 AUV 存在模型不确定性和外部干扰, 即不满足模型假设 5 和假设 6, 对于这种情况下的 AUV, 直线跟踪控制问题尚需进一步研究.

参考文献(References)

[1] Børhaug E, Pavlov A, Pettersen K Y. Cross-track formation control of underactuated autonomous underwater vehicles[M]. Group Coordination and Cooperative Control,

- LNCIS 336. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2006, 3: 35-54.
- [2] McEwen Robert S, Hobson Brett W, McBride Lance, et al. Docking control system for a 54-cm-diameter (21-in) AUV[J]. IEEE J of Oceanic Engineering, 2008, 33(4): 550-562.
- [3] 郭晨, 汪洋, 孙富春, 等. 欠驱动水面船舶运动控制研究综述[J]. 控制与决策, 2009, 24(3): 321-329. (Guo C, Wang Y, Sun F C, et al. Survey for motion control of underactuated surface vessels[J]. Control and Decision, 2009, 24(3): 321-329.)
- [4] 李铁山, 杨盐生, 郑云峰. 不完全驱动船舶航迹控制输入输出线性化设计[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(7): 945-948. (Li T S, Yang Y S, Zheng Y F. Input-output linearization designs for straight-line tracking control of underactuated ships[J]. Systems Engineering and Electronics, 2004, 26(7): 945-948.)
- [5] 周岗, 姚琼荟, 陈永冰, 等. 不完全驱动船舶直线航迹控制稳定性研究[J]. 自动化学报, 2007, 33(4): 378-384. (Zhou G, Yao Q H, Chen Y B, et al. A study of stability of straight-line tracking control for underactuated ships[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(4): 378-384.)
- [6] Indiveri G, Aicardi M, Casalino G. Nonlinear time-invariant feedback control of an underactuated marine vehicle along a straight course[C]. Proc of IFAC Conf on Manoeuvring and Control of Marine Craft. Aalborg, 2000: 221-226.
- [7] Do K D, Pan J. Global waypoint tracking control of underactuated ships under relaxed assumptions[C]. Proc of the 42nd IEEE Conf on Decision and Control. Maui, 2003: 1244-1249.
- [8] Børhaug Even, Pettersen Kristin Y. Cross-track control for underactuated autonomous vehicles[C]. Proc of the 44th IEEE Conf on Decision and Control and the European Control Conf. Seville, 2005: 602-606.
- [9] Encarnação P, Pascoal A. 3D path following for autonomous underwater vehicle[C]. Proc of the 39th IEEE Conf on Decision and Control. Sydney, 2000: 2977-2982.
- [10] Maurya P, Aguiar A P, Pascoal A. Marine vehicle path following using inner-outer loop control[R]. Lisbon: ISR/IST, 2009.
- [11] Lapiere Lionel, Jouvencel Bruno. Robust nonlinear path-following control of an AUV[J]. IEEE J of Oceanic Engineering, 2008, 33(2): 89-102.
- [12] Breivik M, Fossen T. Guidance laws for planar motion control[C]. Proc of the 47th IEEE Conf on Decision and Control. Cancun, 2008: 570-577.