

## 多导弹分布式协同制导与反步滑模控制方法

周锐<sup>1</sup>, 孙雪娇<sup>1</sup>, 吴江<sup>1</sup>, 陈哨东<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191; 2. 洛阳  
电光设备研究所 火力控制技术国防科技重点实验室, 河南 洛阳 471009)

**摘要:** 针对多弹三维协同攻击机动目标的要求, 提出一种基于网络同步原理的协同制导方法. 该算法给出了导弹3个方向的速度, 并基于运动学关系转化为总速度、弹道倾角和弹道偏角指令. 基于反步法将控制器设计过程转化为3步, 分别为速度及弹道角子系统、气动角子系统和角速率子系统, 各子系统采用滑模控制. 控制器设计中采用扩展状态观测器对气动参数摄动和外部扰动进行估计, 并在控制器中进行补偿. 仿真结果验证了控制器的跟踪特性及导弹的协同攻击效果.

**关键词:** 协同攻击; 网络同步; 反步法; 滑模控制; 扩展状态观测器

中图分类号: TJ765.3

文献标志码: A

## Multi-missile distributed cooperative guidance integrating backstepping sliding mode control

ZHOU Rui<sup>1</sup>, SUN Xue-jiao<sup>1</sup>, WU Jiang<sup>1</sup>, CHEN Shao-dong<sup>2</sup>

(1. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China; 2. Key Laboratory of National Defense on Fire Control Technology, Luoyang Institute of Electro-optical Equipment, Luoyang 471009, China. Correspondent: SUN Xue-jiao, E-mail: sunxuejiaomars@126.com)

**Abstract:** A kind of cooperative guidance law based on the network synchronization principle is proposed for multi-missile three-dimensional coordinated attack. The synchronization algorithm gives out the speed in three directions, which are transformed to the command of total velocity and trajectory angles based on the kinematic relations. The controller designing is divided into three steps based on the backstepping method, which are designing of the speed and ballistic subsystem, the pneumatic angle subsystem and the angular rate subsystem respectively. The sliding mode control is used in every subsystem. The affection of aerodynamic parameters perturbation and external disturbance are estimated and compensated based on the extended state observer. Simulation results show the tracking features of controller and the coordinated attacking effect.

**Key words:** coordinated attack; network synchronization principle; backstepping; sliding mode control; extended state observer

### 0 引言

多导弹协同作战以调整作战理念、适应未来环境为目的, 打破作战过程中各导弹之间没有任何联系与合作的传统思想<sup>[1]</sup>, 将所有导弹看作一个整体, 多枚导弹直接进行信息交互, 相互配合与协同, 共同完成作战任务, 极大地增强了打击能力和摧毁目标的概率, 因此对多弹协同攻击的研究具有非常重要的现实意义.

文献[2]中给出了一种二维飞行时间可控的制导律(ITCG). 文献[3]提出了一种基于ITCG的分散式

协调策略的同构多导弹协同制导方法. 事实上, 基于ITCG的协同制导方法对制导律的依赖较大, 目前仍然缺乏一类可用于机动目标的制导时间可控制制导律, 因此限制了该方法在机动目标协同攻击上的应用. 文献[4]基于最优控制提出了一种可以实现带末端攻击角度差的多弹协同攻击机动目标制导律, 然而由于文中作了线性化处理, 当视线角较大时不满足假设将导致协同攻击误差太大.

为了使多导弹沿着指定轨迹攻击目标, 文献[5]提出一种基于相邻局部通信的“领弹-被领弹”异构多

收稿日期: 2013-03-31; 修回日期: 2013-06-14.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61273349, 61175109); 航空科学基金项目(2011ZC13001).

作者简介: 周锐(1968—), 男, 教授, 博士生导师, 从事无人机自主控制、多飞行器协同控制等研究; 孙雪娇(1990—), 女, 硕士生, 从事多飞行器协同制导与控制的研究.

导弹网络化分布式协同制导方法,但在将该方法应用于机动目标时,需要考虑目标加速度在视线切向和法向的投影,需求的目标信息较多,难以获得;文献[6]提出了一种基于虚拟领弹和被领弹策略的多导弹时间协同制导律,但与文献[4]类似,应用于机动目标时仍然较难实现。

目前,国内外针对导弹协同攻击问题的研究还非常有限,尤其是针对三维机动目标的协同攻击问题。本文针对三维机动目标的攻击问题提出一种多弹协同攻击算法。将目标视作领弹,与攻击导弹组成“领弹-从弹”的拓扑结构。基于网络同步原理设计一种多导弹三维位置同步的算法,同步的平衡解即为目标的位置,从而将三维机动目标的协同攻击问题转化为同步算法的实现问题。利用运动学关系将速度分量指令转化为速度及弹道角度指令,得到控制系统可以跟踪的指令。

控制器设计中反步法由于可以对系统的各阶子系统分别进行设计,具有很大的灵活性,因此在航空航天控制器设计中得到了广泛的应用<sup>[7-8]</sup>。反步法利用递推的方法设计非线性系统的稳定反馈控制律,递推设计过程包括 $n$ 步,且前 $n-1$ 步设计虚拟控制输入,第 $n$ 步设计系统的实际控制输入<sup>[9]</sup>。

本文基于反步法将控制系统设计转化为3个子系统的设计,并分别采用滑模控制方法实现对指令信号的跟踪。其中考虑了气动参数和质量等不确定性,采用扩展状态观测器对干扰估计,并在控制中进行补偿。最后,基于李亚普诺夫方法验证了系统的稳定性。

## 1 协同攻击策略与实现

### 1.1 协同攻击策略

考虑由 $n$ 枚导弹攻击一个机动目标的问题。假设目标的位置信息和速度信息可测量,则可将其看作一枚领弹,与 $n$ 枚导弹组成“领弹-从弹”的异构网络拓扑。定义 $n$ 枚参与攻击的导弹组成的有向网络为 $G = (V, E, A)$ ,其中有限非空集 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 表示图 $G$ 的节点集, $E \subseteq V \times V$ 是图 $G$ 的边集,边记为 $e_{ij} = (v_i, v_j)$ , $A = [a_{ij}]$ 为图 $G$ 的邻接矩阵,当节点 $j$ 存在信息流向节点 $i$ 时, $a_{ij} > 0$ ,否则为0,定义Laplace矩阵 $L = [l_{ij}] \in R^{n \times n} (i, j \in I)$ 如下<sup>[10]</sup>:

$$\begin{cases} l_{ij} = -a_{ij}, & i \neq j; \\ l_{ii} = \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij}. \end{cases}$$

定义矩阵 $B = \text{diag}(b_1, b_2, \dots, b_n)$ 表示导弹能否获取目标的信息。 $b_i > 0$ 表示导弹能获得目标的位置及速度信息, $b_i = 0$ 表示不能获取目标状态信息。本文的研究内容均基于以下假设。

**假设 1** 惯性坐标系下目标的位置 $(x_t, y_t, z_t)$ 和速率 $(\dot{x}_t, \dot{y}_t, \dot{z}_t)$ 可测;

**假设 2** 每枚导弹的速度 $V_i$ 可控。

由假设 1,目标的位置 $(x_t, y_t, z_t)$ 可测,基于此假设,本文以定理的形式给出如下多弹协同攻击位置同步算法。

**定理 1** 假设一个多弹网络具有固定拓扑结构 $G = (V, E, A)$ ,每个导弹的3个位置通道分别采用如下分布式网络同步策略:

$$\dot{p}_i = \sum_{j=1}^n l_{ij}(p_j(t) - p_i(t)) + b_i(p_t(t) - p_i(t)) + \dot{p}_t(t). \quad (1)$$

若满足 $\lambda_{\max}(L - B) < 0$ ,则可以实现所有导弹状态收敛于目标状态 $p_t$ 。其中: $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $p_i$ 为3个位置通道 $x_i, y_i, z_i$ 中的一个通道; $p_t$ 为目标的位置通道 $x_t, y_t, z_t$ 中与导弹对应的一个通道; $N_i$ 为第 $i$ 个导弹通信邻域集合; $p_j$ 为与第 $i$ 个导弹有通信连接的导弹状态; $L = [l_{ij}]$ 为图 $G$ 的Laplace矩阵。

**证明** 将方程(1)简单变换为

$$\dot{p}_i = \sum_{j=1}^n l_{ij}((p_j(t) - p_t(t)) - (p_i(t) - p_t(t))) - b_i(p_i(t) - p_t(t)) + \dot{p}_t(t). \quad (2)$$

定义参与协同攻击的导弹 $i$ 与目标之间状态误差 $e_i(t) = p_i(t) - p_t(t)$ ,则式(2)可表示为

$$\dot{e}_i(t) = \sum_{j=1}^n l_{ij}(e_j(t) - e_i(t)) - b_i e_i(t). \quad (3)$$

定义 $e = [e_1, e_2, \dots, e_n]^T$ ,将方程表达为如下形式:

$$\dot{e}_i(t) = (L - B)e(t). \quad (4)$$

因此,当 $\lambda_{\max}(L - B) < 0, t \rightarrow \infty$ 时,状态误差 $e(t) \rightarrow 0$ ,即实现导弹位置与目标位置趋于同步。 $\square$

需要指出的是,虽然在上述证明过程中当 $t \rightarrow \infty$ 时导弹才能实现同步到目标位置,但在实际实现过程中,可通过选择图 $G$ 的Laplace矩阵 $L$ 和导弹获取目标信息矩阵 $B$ 的系数来改变收敛速度。

### 1.2 协同攻击策略的实现

为了实现协同攻击策略,需要参与攻击的导弹跟踪式(1)给出的惯性坐标系下3个方向的速度,即每枚导弹3个方向速度的参考指令为

$$V_{xi}^{\text{ref}} = \sum_{j=1}^n l_{ij}(x_j - x_i) + b_i(x_t - x_i) + \dot{x}_t, \quad (5)$$

$$V_{yi}^{\text{ref}} = \sum_{j=1}^{N_i} l_{ij}(y_j - y_i) + b_i(y_t - y_i) + \dot{y}_t, \quad (6)$$

$$V_{zi}^{\text{ref}} = \sum_{j=1}^{N_i} l_{ij}(z_j - z_i) + b_i(z_t - z_i) + \dot{z}_t. \quad (7)$$

导弹惯性坐标系3个方向的速度与总速度、弹道倾角和弹道偏角之间具有如下运动学关系:

$$\begin{cases} V_{xi} = V_i \cos \theta_i \cos \psi_{Vi}, \\ V_{yi} = V_i \sin \theta_i, \\ V_{zi} = -V_i \cos \theta_i \sin \psi_{Vi}, \end{cases} \quad (8)$$

其中  $V_i$ ,  $\theta_i$  和  $\psi_{Vi}$  分别为导弹的总速度、弹道倾角和弹道偏角。

基于式(8)给出的运动学关系,可将式(5)~(7)给出的3个方向的速度指令转化为导弹总速度、弹道倾角和弹道偏角的指令,即

$$\begin{cases} V_i^{\text{ref}0} = \sqrt{(V_{xi}^{\text{ref}})^2 + (V_{yi}^{\text{ref}})^2 + (V_{zi}^{\text{ref}})^2}, \\ \theta_i^{\text{ref}0} = \arctan(V_{yi}^{\text{ref}} / \sqrt{(V_{xi}^{\text{ref}})^2 + (V_{zi}^{\text{ref}})^2}), \\ \psi_{Vi}^{\text{ref}0} = \arctan(-V_{zi}^{\text{ref}} / V_{xi}^{\text{ref}}), \end{cases} \quad (9)$$

其中右上角符号“0”表示理想指令。

通过式(9),导弹的协同攻击问题便转化为导弹总速度、弹道倾角和弹道偏角指令信号的跟踪问题。为了获得信号的导数值  $\dot{x}^{\text{ref}}$ ,实际指令由理想指令通过指令滤波器给出。令  $x^{\text{ref}}$  和  $x^{\text{ref}0}$  表示所需要跟踪的实际指令和理想指令,则有

$$\frac{x^{\text{ref}}(s)}{x^{\text{ref}0}(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2},$$

其中  $\zeta_n$  和  $\omega_n$  分别为指令滤波器的阻尼和带宽。若滤波带宽选择得足够大,则误差  $x^{\text{ref}} - x^{\text{ref}0}$  可实现任意小。通过引入指令滤波器,方便地解决了指令信号的求导问题,且由上述指令的形式可以看出,其稳态增益为1,不会对指令及其导数的幅值产生影响。

## 2 控制器设计及稳定性分析

### 2.1 控制器设计

为了实现对式(9)给出的指令信号的跟踪,本节基于反步法原理设计控制器。图1给出了控制器设计的结构,将整个控制器设计的过程转化为3个步骤,分别为速度及弹道角子系统、气动角子系统和角速率子系统,采用反步法依次完成控制器设计。考虑到各个导弹采用相同的控制器,下文省略导弹序号  $i$ 。

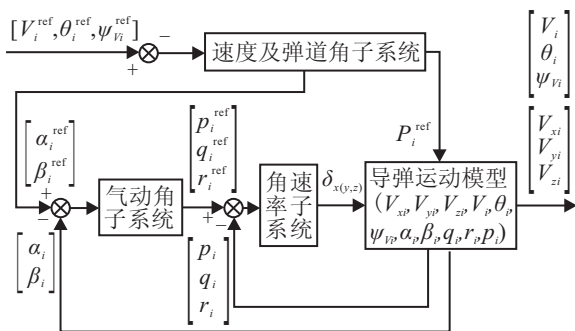


图1 控制器设计结构

#### Step 1 速度及弹道角子系统。

导弹质心运动方程如下:

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{1}{m}(P \cos \alpha \cos \beta - X - mg \sin \theta), \\ \dot{\theta} = \frac{1}{mV}[P(\sin \alpha \cos \gamma_V + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma_V) + \\ Y \cos \gamma_V - Z \sin \gamma_V - mg \cos \theta], \\ \dot{\psi}_V = -\frac{1}{mV \cos \theta}[Y \sin \gamma_V + Z \cos \gamma_V + \\ P(\sin \alpha \sin \gamma_V - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma_V)]. \end{cases} \quad (10)$$

其中:  $\alpha$ ,  $\beta$  分别为迎角和侧滑角;  $\gamma_V$  为倾侧角;  $m$  为导弹质量;  $P$  为推力; 轴向力  $X$ , 法向力  $Y$  和侧向力  $Z$  具有以下形式:

$$\begin{cases} X = \bar{q}S(C_{X0} + C_{X\alpha}\alpha + C_{X\beta}\beta), \\ Y = \bar{q}S(C_{Y\alpha}\alpha + C_{Y\delta_r}\delta_r), \\ Z = \bar{q}S(C_{Z\beta}\beta + C_{Z\delta_p}\delta_p). \end{cases} \quad (11)$$

这里:  $S$  为参考面积,  $\delta_r$  为方向舵偏,  $\delta_p$  为滚转舵偏。考虑气动参数  $C_*$ , 动压  $\bar{q}$  及质量  $m$  的摄动, 即  $C_* = \bar{C}_* + \Delta C_*$ ,  $\bar{q} = \bar{q}_0 + \Delta \bar{q}$ ,  $m = \bar{m} + \Delta m$ , 并在方程中采用  $1/m = 1/\bar{m} + \tilde{m}$  的处理方式。

将方程(10)中的空气动力以方程(11)中的形式代入,并考虑在采用STT的转弯方式下存在  $\gamma_V \approx \gamma \approx 0$ , 其中  $\gamma$  为滚转角。方程(10)可转化为

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{1}{\bar{m}}(P \cos \alpha \cos \beta - \bar{q}_0 S \bar{C}_{X0} - \bar{q}_0 S \bar{C}_{X\alpha} \alpha - \\ \bar{q}_0 S \bar{C}_{X\beta} \beta - \bar{m}g \sin \theta) + d_1, \\ \dot{\theta} = \frac{1}{\bar{m}V}[P \sin \alpha + \bar{q}_0 S \bar{C}_{Y\alpha} \alpha + \bar{q}_0 S \bar{C}_{Y\delta_q} \delta_q - \\ \bar{m}g \cos \theta] + d_2, \\ \dot{\psi}_V = \frac{-1}{\bar{m}V \cos \theta}[-P \cos \alpha \sin \beta + \bar{q}_0 S \bar{C}_{Z\beta} \beta + \\ \bar{q}_0 S \bar{C}_{Z\delta_r} \delta_r] + d_3. \end{cases}$$

其中:  $\delta_q$  为俯仰舵偏;  $d_1, d_2, d_3$  为考虑气动参数、质量及动压不确定带来的影响。

为了实现对给定指令信号的跟踪,定义如下3个滑模面:

$$\begin{cases} s_{11} = V - V^{\text{ref}}, \\ s_{12} = \theta - \theta^{\text{ref}}, \\ s_{13} = \psi_V - \psi_V^{\text{ref}}. \end{cases}$$

滑模面的微分为

$$\begin{cases} \dot{s}_{11} = g_{11}P + f_{11} + d_1 - \dot{V}_i^{\text{ref}}, \\ \dot{s}_{12} = g_{12}\alpha + f_{12} + d_2 - \dot{\theta}_i^{\text{ref}}, \\ \dot{s}_{13} = g_{13}\beta + f_{13} + d_3 - \dot{\psi}_V^{\text{ref}}. \end{cases}$$

其中

$$\begin{aligned} g_{11} &= \frac{1}{\bar{m}} \cos \alpha \cos \beta; \\ f_{11} &= \frac{1}{\bar{m}}(-\bar{q}_0 S \bar{C}_{X0} - \bar{q}_0 S \bar{C}_{X\alpha} \alpha - \\ &\quad \bar{q}_0 S \bar{C}_{X\beta} \beta - \bar{m}g \sin \theta); \\ g_{12} &= \frac{1}{\bar{m}V} \bar{q}_0 S \bar{C}_{Y\alpha}; \\ f_{12} &= \frac{1}{\bar{m}V}(P \sin \alpha + \bar{q}_0 S \bar{C}_{Y\delta_q} \delta_q - \bar{m}g \cos \theta); \end{aligned}$$

$$g_{13} = -\frac{1}{\bar{m}V \cos \theta} \bar{q}_0 S \bar{C}_{Z\beta};$$

$$f_{13} = -\frac{1}{\bar{m}V \cos \theta} (-P \cos \alpha \sin \beta + \bar{q}_0 S \bar{C}_{Z\delta_r} \delta_r);$$

$V_i^{\text{ref}}, \theta_i^{\text{ref}}, \psi_{V_i}^{\text{ref}}$  及  $\dot{V}_i^{\text{ref}}, \dot{\theta}_i^{\text{ref}}, \dot{\psi}_{V_i}^{\text{ref}}$  为  $V_i^{\text{ref}0}, \theta_i^{\text{ref}0}, \psi_{V_i}^{\text{ref}0}$  通过指令滤波器获得的信号. 为了实现有限时间到达滑模面, 且削弱抖振现象, 推力  $P$ , 迎角  $\alpha$  和侧滑角  $\beta$  的理想参考指令可设计如下:

$$P^{\text{ref}0} = g_{11}^{-1} (-k_{11}s_{11} - k_{12}|s_{11}|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(s_{11}) - f_{11} - \hat{d}_1 + \dot{V}^{\text{ref}}),$$

$$\alpha^{\text{ref}0} = g_{12}^{-1} (-k_{21}s_{12} - k_{22}|s_{12}|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(s_{12}) - f_{12} - \hat{d}_2 + \dot{\theta}^{\text{ref}}),$$

$$\beta^{\text{ref}0} = g_{13}^{-1} (-k_{31}s_{13} - k_{32}|s_{13}|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(s_{13}) - f_{13} - \hat{d}_3 + \dot{\psi}_V^{\text{ref}}).$$

其中:  $\hat{d}_1, \hat{d}_2$  和  $\hat{d}_3$  为扩展状态观测器对不确定及外界扰动总和的估计值;  $k_{ij} (i=1, 2, 3, j=1, 2)$  为正常数.

扩展状态观测的形式为<sup>[11]</sup>

$$\begin{cases} \dot{E}_{j1} = Z_{j1} - \eta_j, \\ \dot{Z}_{j1} = Z_{j2} + f_\sigma - w_{j1}E_{j1} + g_\sigma \xi_j, \\ \dot{Z}_{j2} = -w_{j2} \text{fal}_j(E_{j1}, \lambda_j, \varepsilon_j). \end{cases} \quad (12)$$

其中:  $j$  为需要估计的干扰序号;  $\eta_j$  为状态量  $V, \theta, \psi_V$  中的一个;  $Z_{j1}$  为  $\eta_j$  的估计值;  $Z_{j2}$  为干扰的估计值;  $E_{j1}$  为估计误差;  $w_{j1}, w_{j2}$  为扩展状态观测器的两个增益值;  $f_\sigma$  和  $g_\sigma$  为状态方程的函数;  $\text{fal}_j(E_{j1}, \lambda_j, \varepsilon_j)$  的表达式为

$$\text{fal}_j(E_{j1}, \lambda_j, \varepsilon_j) = \begin{cases} |E_{j1}|^{\lambda_j} \text{sgn}(E_{j1}), & |E_{j1}| > \varepsilon_j; \\ E_{j1}/\varepsilon_j^{1-\lambda_j}, & |E_{j1}| \leq \varepsilon_j. \end{cases} \quad (13)$$

这里:  $0 < \lambda_j < 1, \varepsilon_j > 0$ , 通过选择合适的  $w_{j1}, w_{j2}, \lambda_j$  和  $\varepsilon_j$ , 观测器的输出  $Z_{j1}$  趋近于  $\eta_j, Z_{j2}$  趋近于  $d_j$ .

### Step 2 气动角子系统.

在得到了迎角和侧滑角的指令信号后, 下面研究通过控制 3 个方向的转动角速率实现迎角和侧滑角指令的跟踪及倾侧角  $\gamma_V$  角度的调节.

在 STT 转弯方式下, 存在以下的角度转换关系:

$$\sin \beta = \cos \theta \sin(\psi - \psi_V), \quad (14)$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \cos \theta \sin \vartheta \cos(\psi - \psi_V) - \sin \theta \cos \vartheta. \quad (15)$$

其中:  $\vartheta, \psi$  分别为俯仰和偏航姿态角. 对式(14)和(15)两边求导可得

$$T \dot{X}_{a2} = G_1 G_2 X_{a3} + H_1 \dot{X}_{a1}. \quad (16)$$

其中

$$X_{a1} = [\theta \ \psi_V]^T, \quad X_{a2} = [\alpha \ \beta \ \gamma_V]^T, \quad X_{a3} = [q \ r \ p]^T,$$

$$G_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\cos \vartheta & 0 \\ 0 & -\tan \vartheta & 1 \end{bmatrix},$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta & 0 \\ 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} c\theta c\vartheta c(\psi - \psi_V) + s\theta s\vartheta & -c\theta s\vartheta s(\psi - \psi_V) & 0 \\ 0 & c\theta c(\psi - \psi_V) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} -s\theta s\vartheta c(\psi - \psi_V) - c\theta c\vartheta & c\theta s\vartheta s(\psi - \psi_V) \\ -s\theta s(\psi - \psi_V) & -c\theta c(\psi - \psi_V) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

这里:  $p, q$  和  $r$  分别为俯仰, 偏航和滚转角速率;  $G_1, H_1$  中的  $c$  表示余弦函数  $\cos$ ;  $s$  表示正弦函数  $\sin$ . 方程(16)可转化为

$$\dot{X}_{a2} = G X_{a3} + H. \quad (17)$$

其中:  $G = T^{-1}G_1G_2, H = [h_1 \ h_2 \ 0]^T$ , 这里  $h_1$  和  $h_2$  分别为  $T^{-1}H_1\dot{X}_{a1}$  的第 1 个元素和第 2 个元素. 因此, 可定义如下滑模面:

$$S_2 = X_{a2} - X_{a2}^{\text{ref}} = [s_{21} \ s_{22} \ s_{23}]^T.$$

其中:  $X_{a2}^{\text{ref}} = [\alpha^{\text{ref}} \ \beta^{\text{ref}} \ 0]$ ,  $s_{21} = \alpha - \alpha^{\text{ref}}, s_{22} = \beta - \beta^{\text{ref}}, s_{23} = \gamma_V$ .

滑模面的微分形式如下:

$$\dot{S}_2 = G X_{a3} + H - \dot{X}_{a2}^{\text{ref}},$$

则  $X_{a3}$  的理想参考指令可设计为

$$X_{a3}^{\text{ref}0} = G^{-1} (-K_{41}S_2 - K_{42}|S_2|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(S_2) - H + \dot{X}_{a2}^{\text{ref}}) + g_{ad}.$$

其中:  $g_{ad} = [-g_{12}s_{12} \ -g_{13}s_{13} \ 0]^T$ ;  $K_{41}, K_{42}$  为适维增益矩阵.

### Step 3 气速率子系统.

在获得偏转角速率的指令信号后, 进入角速率子系统, 通过舵面的偏转实现对偏转角速率指令的跟踪. 俯仰、偏航和滚动 3 个通道的力矩系数的表达形式如下:

$$\begin{cases} C_{mz} = C_{mz}^{\alpha^2} \alpha^2 + C_{mz}^{\alpha} \alpha + C_{mz}^{\delta_q} \delta_q, \\ C_{my} = C_{my}^{\beta^2} \beta^2 + C_{my}^{\beta} \beta + C_{my}^{\delta_r} \delta_r, \\ C_{mx} = C_{mx}^0 + C_{mx}^{\beta} \beta + C_{mx}^{\delta_p} \delta_p + C_{mx}^{\delta_r} \delta_r. \end{cases} \quad (18)$$

在进行角速率子系统设计时, 同样考虑气动参数、动压的摄动, 同时也考虑转动惯量的摄动, 并在方程中采用  $1/J = 1/\bar{J} + \bar{J}$  的处理方式. 同样, 将气动参数和转动惯量摄动带来的影响建模为干扰的形式, 采用扩展状态观测器进行观测. 扩展状态观测器采用与式(13)相同的形式.

角速率子系统的动力学方程为

$$\dot{q} = \frac{\bar{q}_0 S c}{\bar{J}_z} (\bar{C}_{mz}^{\alpha^2} \alpha^2 + \bar{C}_{mz}^{\alpha} \alpha) - \frac{(\bar{J}_y - \bar{J}_x) r p}{\bar{J}_z} +$$

$$\begin{aligned} \frac{\bar{q}_0 S c \bar{C}_{mz}^{\delta_q}}{\bar{J}_z} \delta_q + d_4 &= f_{31} + g_{31} \delta_q + d_4, \\ \dot{r} &= \frac{\bar{q}_0 S c}{\bar{J}_y} (\bar{C}_{my}^{\beta^2} \beta^2 + \bar{C}_{my}^{\beta} \beta) - \frac{(\bar{J}_x - \bar{J}_z) q p}{\bar{J}_y} + \\ &\frac{\bar{q}_0 S c \bar{C}_{my}^{\delta_r}}{\bar{J}_y} \delta_r + d_5 = f_{32} + g_{32} \delta_r + d_5, \\ \dot{p} &= \frac{\bar{q}_0 S c}{\bar{J}_x} (\bar{C}_{mx}^0 + \bar{C}_{mx}^{\beta} \beta + \bar{C}_{mx}^{\delta_r} \delta_r) - \\ &\frac{(\bar{J}_z - \bar{J}_y) r q}{\bar{J}_x} + d_6 + \frac{\bar{q}_0 S c \bar{C}_{mx}^{\delta_p}}{\bar{J}_x} \delta_p = \\ &f_{33} + g_{33} \delta_p + d_6. \end{aligned}$$

其中:  $d_4, d_5, d_6$  为考虑气动参数、质量及动压不确定带来的影响。为了实现指令信号的跟踪, 定义如下滑模面:

$$\begin{cases} s_{31} = q - q^{\text{ref}}, \\ s_{32} = r - r^{\text{ref}}, \\ s_{33} = p - p^{\text{ref}}. \end{cases}$$

则3个通道的舵偏指令设计如下:

$$\begin{aligned} \delta_q &= g_{31}^{-1} (-k_{51} s_{31} - k_{52} |s_{31}|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(s_{31}) - \\ &f_{31} + \hat{d}_4 + \dot{q}^{\text{ref}} - z_{21}), \\ \delta_r &= g_{32}^{-1} (-k_{61} s_{32} - k_{62} |s_{32}|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(s_{32}) - \\ &f_{32} + \hat{d}_5 + \dot{r}^{\text{ref}} - z_{22}), \\ \delta_p &= g_{33}^{-1} (-k_{71} s_{33} - k_{72} |s_{33}|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(s_{33}) - \\ &f_{33} + \hat{d}_6 + \dot{p}^{\text{ref}} - z_{23}). \end{aligned}$$

其中:  $\hat{d}_4, \hat{d}_5, \hat{d}_6$  为扩展状态观测器对不确定及外界扰动总和的估计值;  $[z_{21} \ z_{22} \ z_{23}]^T = -G^T [s_{21} \ s_{22} \ s_{23}]^T$ ;  $k_{ij} (i = 5, 6, 7, j = 1, 2)$  为正常数。

通过上述3个步骤, 完成了控制器的设计, 从而实现了协同算法给出的速度、弹道倾角和弹道偏角指令的跟踪。

### 2.2 稳定性证明

下面考虑系统状态能否在有限时间趋于原点。定义包含所有滑模面的 Lyapunov 函数如下:

$$W = \frac{1}{2} (s_{11}^2 + s_{12}^2 + s_{13}^2 + S_2^T S_2 + s_{31}^2 + s_{32}^2 + s_{33}^2). \tag{19}$$

若不考虑指令滤波器对信号的影响, 则可得

$$\begin{aligned} \dot{W} &= s_{11} \dot{s}_{11} + s_{12} \dot{s}_{12} + s_{13} \dot{s}_{13} + S_2^T \dot{S}_2 + \\ &s_{31} \dot{s}_{31} + s_{32} \dot{s}_{32} + s_{33} \dot{s}_{33} = \\ &s_{11} (-k_{11} s_{11} - k_{12} |s_{11}|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(s_{11}) - \hat{d}_1 + d_1) + \\ &s_{12} (g_{12} (s_{21} + \alpha^{\text{ref}}) + f_{12} + d_2 - \dot{\theta}_i^{\text{ref}}) + \\ &s_{13} (g_{13} (s_{22} + \beta^{\text{ref}}) + f_{13} + d_3 - \dot{\psi}_V^{\text{ref}}) + \\ &S_2^T (G ([s_{31} \ s_{32} \ s_{33}]^T + X_{a3}^{\text{ref}0}) + H - \dot{X}_{a2}^{\text{ref}}) + \\ &s_{31} (f_{31} + g_{31} \delta_q + d_4 - \dot{q}^{\text{ref}}) + \\ &s_{32} (f_{32} + g_{32} \delta_r + d_5 - \dot{r}^{\text{ref}}) + \\ &s_{33} (f_{33} + g_{33} \delta_p + d_6 - \dot{p}^{\text{ref}}) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^3 s_{1j} (-k_{j1} s_{1j} - k_{j2} |s_{1j}|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(s_{1j})) + \\ &S_2^T (-K_{41} S_2 - K_{42} |S_2|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(S_2)) + \\ &\sum_{j=1}^3 s_{1j} (-k_{(j+4)1} s_{3j} - k_{(j+4)2} |s_{3j}|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(s_{3j})) + \\ &\sum_{j=1}^6 (d_j - \hat{d}_j). \end{aligned}$$

在状态观测器稳定后, 扰动的估计值  $\hat{d}_j$  收敛到  $d_j$  任意小的误差范围内, 因此通过选择滑模控制器增益可使当  $W$  在一定的边界外时  $\dot{W} < 0$ , 从而可保证整个闭环在滑模面的附近较小的范围内, 即整个系统有界稳定。

### 3 仿真实验

考虑3枚导弹同时攻击机动目标。目标初始位置在 (0, 0, 2 km), 以速度 200 m/s 机动飞行, 3枚导弹从不同位置出发, 初始速度均为 500 m/s, 导弹的通信拓扑如图2所示。其中将目标看作领弹, 从而可与部分导弹进行通信, 选择合适的权值矩阵  $L$  和  $B$  满足  $\lambda_{\max}(L - B) < 0$ 。表1为各个导弹的初始位置及协同攻击时间; 图3为3个导弹与目标的三维飞行轨迹; 图4和图5分别为导弹1的速度分量指令信号和指令跟踪曲线。

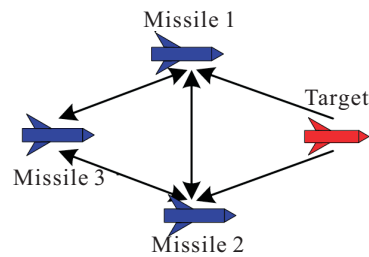


图2 通信拓扑图

表1 导弹初始参数及仿真结果

导弹	初始位置/km	制导时间/s
Missile 1	(-6, 0.1, 2.5)	45
Missile 2	(-8, 1.8, 1)	45
Missile 3	(-10, 0.5, 0.2)	45

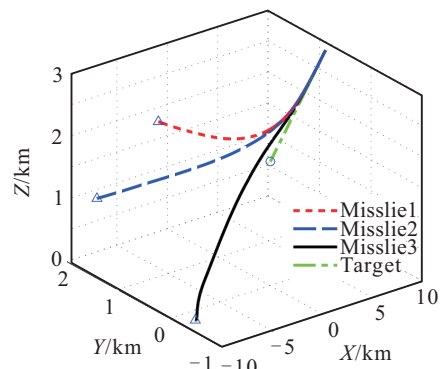


图3 3个导弹的轨迹图

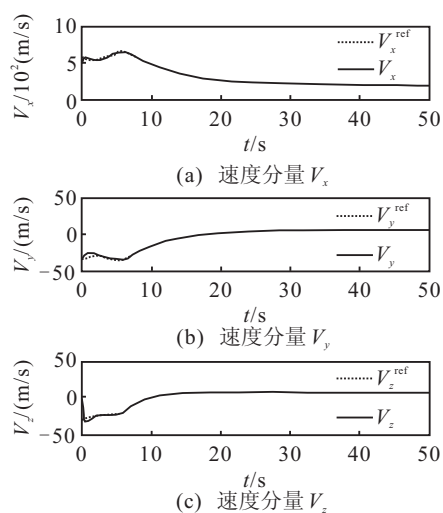


图 4 导弹 1 速度分量指令信号

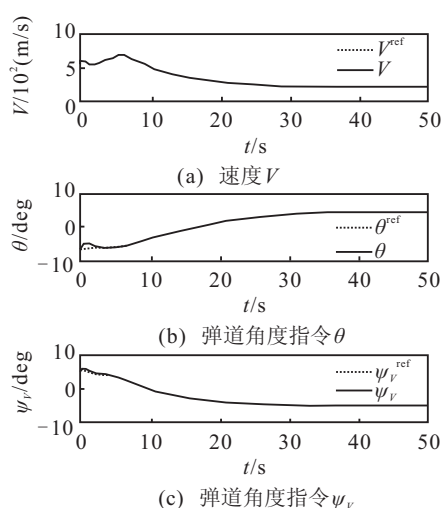


图 5 导弹 1 的速度及弹道角度指令跟踪曲线

速度及弹道角子系统的 3 个滑模面趋近律的系数分别为  $k_{11} = 0.8$ ,  $k_{12} = 1$ ,  $k_{21} = 0.8$ ,  $k_{22} = 1$ ,  $k_{31} = 0.8$ ,  $k_{32} = 1$ ; 气动角子系统的滑模面趋近律的系数为  $k_{41} = 0.8$ ,  $k_{42} = 1$ ; 角速率子系统的滑模面趋近律的系数为  $k_{51} = 0.5$ ,  $k_{52} = 1$ ,  $k_{61} = 0.5$ ,  $k_{62} = 1$ ,  $k_{71} = 0.5$ ,  $k_{72} = 1$ ; 扩展状态观测器的系数分别为  $\beta_{11} = 10$ ,  $\beta_{12} = 10$ ,  $\lambda_1 = 0.8$ ,  $\varepsilon_1 = 0.000\ 001$ ,  $\beta_{21} = 10$ ,  $\beta_{22} = 10$ ,  $\lambda_2 = 0.8$ ,  $\varepsilon_3 = 0.001$ .

在仿真中考虑将气动参数的偏差取为 25%, 将质量及转动惯性的偏差取为 10%, 同时考虑前述设计中忽略的  $T \sin \alpha$  项及升降舵  $\delta_p$  对升力  $L$  的影响, 并加入外部风干扰, 将这些量均视为干扰.

由图 3 可见, 3 枚导弹实现了三维机动目标协同攻击. 由图 4 可见, 本文设计的控制器实现了对 3 个方向速度指令的精确跟踪. 由图 5 可见, 控制系统准确地实现了对指令值的跟踪. 从仿真结果看, 整个闭环控制系统实现了对协同算法指令的跟踪, 从而使导弹能够完成协同攻击的任务.

## 4 结 论

本文针对多导弹三维空间协同攻击机动目标的情形, 提出了一种基于同步原理的分布式协同制导方

法. 同步算法给出了导弹在惯性坐标系下 3 个方向的速度, 并基于运动学关系将其转化为速度、弹道倾角和弹道偏角的指令. 采用反步法设计了指令跟踪器, 其中各个子系统分别采用滑模控制方法, 同时基于扩展状态观测器实现了对干扰的估计并进行了补偿.

## 参考文献(References)

- [1] 肖增博, 雷虎民, 腾江川, 等. 多导弹协同制导规律研究现状及展望[J]. 航空兵器, 2011(6): 18-22.  
(Xiao Z B, Lei H M, Teng J C, et al. The present status and cooperative prospect of multi-missile guidance law[J]. Aero Weaponry, 2011(6): 18-22.)
- [2] Jeon I S, Lee J I, Tahk M J. Impact-time-control guidance law for anti-ship missiles[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2006, 14(2): 260-266.
- [3] Zhao S Y, Zhou R. Cooperative guidance for multimissile salvo attack[J]. Chinese J of Aeronautics, 2008, 21(6): 533-539.
- [4] Shaferman V, Shima T. Cooperative optimal guidance laws for imposing a relative intercept angle[C]. Proc of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conf. Minnesota: AIAA, 2012: 4909
- [5] 邹丽, 丁全心, 周锐. 异构多导弹网络化分布式协同制导方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2010, 36(12): 1432-1435.  
(Zou L, Ding Q X, Zhou R. Distributed cooperative guidance for multiple heterogeneous networked missiles[J]. J of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2010, 36(12): 1432-1435.)
- [6] 张友安, 马国欣, 王兴平. 多导弹时间协同制导: 一种领弹-被领弹策略[J]. 航空学报, 2009, 30(6): 1109-1118.  
(Zhang Y A, Ma G X, Wang X P. Time-cooperative guidance for multi-missiles: A leader-follower strategy[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2009, 30(6): 1109-1118.)
- [7] Kristiansen R, Nichlasson P J. Satellite attitude control by quaternion-based backstepping[C]. Proc of American Control Conf. Portland: IEEE Press, 2005: 907-912.
- [8] Zhang T, Ge S S, Hang C C. Adaptive neural network control for strict-feedback nonlinear systems using backstepping design[J]. Automatica, 2000, 36(12): 1835-1846.
- [9] Khalil H K. Nonlinear systems[M]. 2nd ed. New Jersey: Prentice Hall, 1996: 588-591.
- [10] Godsil C D, Royle G, Godsil C D. Algebraic graph theory[M]. New York: Springer, 2001: 26-27.
- [11] Xia Y Q, Zhu Z, Fu M, et al. Attitude tracking of rigid spacecraft with bounded disturbances[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2011, 58(2): 647-659.

(责任编辑: 滕 蓉)