文章编号:1001-0920(2014)10-1851-05

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2013.0776

三阶扩张状态观测器的优化参数配置方法

陈松林, 赵海香

(哈尔滨工业大学 控制与仿真中心,哈尔滨 150080)

摘 要:研究三阶非线性扩张状态观测器扰动观测性能的优化问题.首先,采用系数冻结法固定与观测器状态相关的非线性系数,利用线性系统的极点配置方法进行频带拓展;然后,分析配置后的极点随非线性系数的变化规律,在此基础上,提出一种保证扰动观测带宽受系统状态变化影响最小的参数配置方法;最后,通过算例和仿真对比表明了所提出参数配置方法的有效性和优越性.

关键词:自抗扰控制器;扩张状态观测器;极点配置;带宽 中图分类号:TP273 文献标志码:A

Parameter optimization of third-order extended state observer

CHEN Song-lin, ZHAO Hai-xiang

(Control and Simulation Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China. Correspondent: CHEN Songlin, E-mail: songlin@hit.edu.cn)

Abstract: The optimization problem of the disturbance observation performance is investigated for the third-order nonlinear extended state observer(ESO). Firstly, the frozen-coefficient method is employed to fix the nonlinear coefficient related to the observer state, and the bandwidth is extended by means of the pole assignment method in linear system theory. Then, the variation of the assigned poles with the nonlinear coefficient is analyzed. Consequently, an optimized parameter configuration method is proposed to minimize the variation of the disturbance observation bandwidth with observer state. Finally, the simulation comparison is conducted to show the effectiveness and superiority of the proposed method.

Key words: active disturbance rejection control; extended state observer; pole assignment; bandwidth

0 引 言

自抗扰控制(ADRC)是一种不依赖于被控对象 模型、以非线性反馈来估计、补偿和抑制系统不确定 因素的控制技术^[1]. 与其他控制方法相比, ADRC 采 用非线性误差反馈控制消除误差的效率较高, 有较强 的抗扰性能^[2]. ADRC 自提出以来, 已在伺服控制、航 天器姿态控制、高性能武器系统及多种过程控制中得 到了广泛应用^[3].

扩张状态观测器(ESO)作为 ADRC 的核心部分 之一,其主要作用是观测并补偿具有较强不确定性和 非线性特征的被控对象. ESO 通过观测被控对象的参 数摄动和外部扰动的等效作用量调整控制输入,实现 扰动补偿,使被控对象近似等效为纯积分串联环节, 从而获得较强的抗扰性能^[4-5]. 文献 [4] 提出了标准的 高性能非线性扩张状态观测器,该观测器虽然结构固 定,但是可调参数较多.为了获得更好的观测性能,人 们对这种ESO的参数配置方法开展了深入研究,并取 得了一些有益的结果.文献[6]通过大量仿真分析得 到了ESO参数序列与著名的菲波纳奇数列的紧密关 系,并给出了ESO参数的一组参考值.若要提高ESO 的性能,则还需要结合仿真或实验,在参考点附近对 参数进行反复调节.文献[7]利用受控系统时间尺度 研究了ADRC参数的整定问题,但所提出的方法需 要建立在已经整定好的基准系统之上,应用较为繁 琐.文献[8]提出了一种基于补偿矩阵极点设置的非 线性ESO参数整定方法,但该方法要求ESO中非线 性函数必须是光滑可微的,适用范围有限.文献[9-10]应用遗传算法对ESO的参数进行优化,该方法需 要辨识被控对象的时间尺度信息,且优化过程需要进 行大量的仿真.文献[11]研究了非线性ESO参数优化

基金项目:国家自然科学基金项目(61021002).

收稿日期: 2013-06-10; 修回日期: 2013-09-10.

作者简介: 陈松林(1976–), 男, 副教授, 从事鲁棒控制、非线性控制等研究; 赵海香(1990–), 女, 硕士生, 从事鲁棒控制 方法的研究.

的李雅普诺夫函数法,该方法仅适用于二阶 ESO.总 体而言,目前的 ESO 参数整定方法的研究结果还十分 有限,有待进一步深入研究.

受以上研究启发,本文在前期研究结果^[12]的基础上,进一步研究了三阶非线性ESO的参数优化问题.以提升扰动观测性能为目的,利用非线性系数冻结和极点配置方法提出了一种ESO参数优化配置方法.该方法可以保证ESO的扰动观测带宽受非线性影响最小,并始终大于给定值.仿真结果表明,与已有方法相比,所提出的配置方法能够获得更好的扰动观测性能.

1 三阶非线性 ESO 基本算法

任意二阶受扰系统可以描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + bu, \\ y = x_1. \end{cases}$$
(1)

其中: *x*₁、*x*₂为内部状态, *y*为输出, *f*(*x*₁, *x*₂)为作用 于开环系统的加速度(下文简写为*f*). 将*f*作为扩充 状态 *x*₃,并记

$$\dot{x}_3 = \eta(t),\tag{2}$$

其中η(t)为系统的未知内部扰动和外部不确定性扰 动总和,且有界,则系统(1)可以扩张为三阶线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3 + bu, \\ \dot{x}_3 = \eta(t), \\ y = x_1. \end{cases}$$
(3)

针对扩张的三阶系统(3),设计如下三阶非线性 扩张状态观测器:

$$\begin{cases}
e_1 = z_1 - y, \\
\dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01} e_1, \\
\dot{z}_2 = z_3 - \beta_{02} \text{fal}(e_1) + b_0 u, \\
\dot{z}_3 = -\beta_{03} \text{fal}(e_1).
\end{cases}$$
(4)

其中: *z*₁, *z*₂, *z*₃ 为观测器的状态; *β*₀₁, *β*₀₂, *β*₀₃ 为大于 零待设计的观测器增益系数,合理选择参数 *β*₀₁, *β*₀₂, *β*₀₃ 是实现"积分串联型对象"非线性控制的必要条 件^[5]; *b*₀ 为控制量增益,可以根据被控对象中*b*的大 小进行设置,越接近*b*越好; fal (*e*₁) 为给定的函数,与 *e*₁ 同号 (下文简写为 fal),可取线性函数结构,也可以 取非线性函数形式.

定义 $F = \operatorname{fal}(e_1)/e_1$,因为 $\operatorname{fal}(e_1)$ 函数与 e_1 同号, 可知当 $e_1 \neq 0$ 时,F > 0,ESO可以重新描述为

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01}e_1, \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_{02}Fe_1 + b_0u, \\ \dot{z}_3 = -\beta_{03}Fe_1. \end{cases}$$
(5)

这里可以将 $\beta_{02}F$, $\beta_{03}F$ 看作随误差 e_1 变化的增益系数.下面针对式(5)描述的ESO三个参数的选取和F的变化(即 fal 函数工作点变化)对扰动观测性能的影响进行深入分析,并给出其参数的优化配置方法.

2 扰动观测能力分析和参数配置方法设计

2.1 ESO 扰动补偿分析

为了分析 ADRC 控制系统对对象总扰动的补偿 能力, 需要研究 ESO 的扰动观测能力. 对 ESO 连续状 态表达式进行拉氏变换, 得

$$\begin{cases} z_1 s = z_2 - \beta_{01}(z_1 - x_1), \\ z_2 s = z_3 - \beta_{02} F(z_1 - x_1) + b_0 u, \\ z_3 s = -\beta_{03} F(z_1 - x_1). \end{cases}$$
(6)

通过推导,可以得到观测器状态 z₃ 与系统状态 x₁ 和 控制输入 u之间的关系表达式为

 $z_{3} = \frac{-\beta_{03}F}{s^{3} + \beta_{01}s^{2} + \beta_{02}Fs + \beta_{03}F} f_{0} = \frac{-\beta_{03}F}{G_{f}(s)} f_{0}, (7)$ 其中 $f_{0} = x_{1}s^{2} - b_{0}u$ 为 ESO 观测得到的被控对象总 扰动信号. 已知 b_{0} 时, 由式 (7)可知, z_{3} 对扰动信号 f_{0} 的观测性能完全取决于 $G_{f}(s)$ 的特性, 为了得到更好 的观测效果,希望在扰动信号 f_{0} 作用的带宽范围内 $G_{f}(s) = 1.$

假设 f_0 作用的频段为 $[0, \omega_c]$, 在此范围内 $G_f(s)$ = 1, 即 $z_3 = -\beta_{03}Ff_0$. 通过简单的推导可知: 当采 用 $\hat{z}_3 = \frac{z_3}{-\beta_{03}F}$ 对扰动进行补偿时, 给定频段内补偿 后的被控对象传递函数为

$$G(s) = b_0/s^2. \tag{8}$$

可见,如果假设条件成立,则ESO在给定频段内可以 将被控对象补偿为积分串联环节.因此,如何配置参 数 β₀₁, β₀₂, β₀₃ 使得在给定的频段内 G_f(s) 始终近似 为 1,从而获得更好的抗扰性能是ESO 设计的关键. 一个自然的想法是通过极点配置方法拓展 G_f(s) 的 带宽,下面将在分析 F 对极点影响的基础上给出优化 的极点配置方法.

2.2 F 变化对扰动观测性能影响分析

非线性 fal 函数工作点随误差 e_1 的变化而变化, F 也会随之变化,进而导致 $G_f(s)$ 极点位置变化,影响 扰动观测带宽.为了处理这种非线性特性,采用系数 冻结法进行分析.首先冻结误差 e_1 为某一确定值,即 将 F 固定,将 $G_f(s)$ 作为线性系统进行极点配置,然 后分析 F 变化时极点的变化规律.

按文献[5]给出的线性ESO参数配置方法,可以 将3个极点配置为同一值ρ,即

 $s^{3} + \beta_{01}s^{2} + \beta_{02}Fs + \beta_{03}F = (s + \rho)^{3} = 0.$ (9) 为便于分析, 令 F = 1 为固定值, 可以求得 $\beta_{01} = 3\rho$, $\beta_{02} = 3\rho^{2}, \beta_{03} = \rho^{3}.$ 配置后, 当 F 变化时, 极点也随 之变化. 应用卡尔丹公式和式 (9) 可求得 $F \neq 1$ 时的 极点为

$$s_1 = -\rho - \frac{1}{3}(\sqrt[3]{y_1} + \sqrt[3]{y_2}), \tag{10}$$

$$s_{2,3} = -\rho + \frac{1}{6}(\sqrt[3]{y_1} + \sqrt[3]{y_2}) \pm \frac{\sqrt{3}}{6}(\sqrt[3]{y_1} - \sqrt[3]{y_2})i.$$
(11)

其中

$$y_1 = 27\rho^3(1-F)(1+\sqrt{F}),$$

$$y_2 = 27\rho^3(1-F)(1-\sqrt{F}).$$

系统带宽由特征方程与虚轴距离最短的根决定,因此可以用下式表征 ESO 的扰动观测带宽:

$$d = \min(|d_1|, |d_2|). \tag{12}$$

其中: $d_1 = s_1, d_2 = real(s_{2,3})$. 经分析和推导可知, F变化对特征方程根的影响可由定理1概括.

定理1 针对结构如式(5)所示的ESO,对其*z*₃ 特征方程在*F* = 1时进行如式(9)所示的极点配置后, 其根的实部和随*F*单调变化且有如下极值:

$$\lim_{F \to \infty} d_1 = -\frac{1}{3}\rho,\tag{13}$$

$$\lim_{F \to 0^+} d_2 = 0.$$
 (14)

给定 $\rho = 100, 3$ 个根的实部随F的变化趋势如 图1所示,与定理1的结论完全一致.由图1可见,除 了F = 1处,两根实部相等且 $d = \rho$,在其他位置, $d \neq \rho$. 这表明无论将极点配置到何处,F的变化都会使观测 带宽降低.



图 1 $\rho = 100$ 时根实部随 F 变化情况

注1 如果按照 $F = F_0 \neq 1$ 进行配置,则配置 后,表征观测带宽的根实部最远距离将出现在 F_0 处. 令 $F' = F/F_0$, F 变化即可等效为 F'的变化,可以证 明根的变化趋势与上述情况一致,极限相同,只是变 化速度不同.因此,上述分析具有一般性.

推论1 针对式(5)所示的ESO,对其 z_3 信号特 征方程在 $F = F_0$ 进行式(9)所示的极点配置后,ESO 扰动观测带宽随F的变化情况如下: 当 $F > F_0, F \rightarrow \infty$ 时, $d = |d_1|$ 趋近于固定值 $\rho/3$,观测带宽将不低于 所配置极点 ρ 的1/3; 当 $F > F_0, F \rightarrow 0$ 时, $d = |d_2|$ 无 限趋近于虚轴,观测带宽趋近于零.

2.3 ESO参数优化配置方法

由推论1可知,当*F*在区间 $[0,\infty)$ 变化时,*d*会在 0 ~ ρ 之间变化,这意味着无论将极点配置到哪里, 带宽都可能因*F*的变化而变为0,这是不期望看到的. 值得注意的是:实际应用中*F*的变化是有界的,因此 在给出具体可行的极点配置方法前,需要根据*F*的定 义对其可能的变化范围进行分析.

首先给出传统 fal 函数定义^[3]

$$fal(e_1) = \begin{cases} |e_1|^{\alpha} sign(e), \ |e_1| > c; \\ \frac{e_1}{c^{1-\alpha}}, \ |e_1| \leqslant c. \end{cases}$$
(15)

其中: 0 < c < 1, α < 1. 由式 (15) 可求得

$$F = \frac{\operatorname{fal}(e_1)}{e_1} = \begin{cases} |e_1|^{\alpha - 1}, |e_1| > c; \\ c^{\alpha - 1}, |e_1| \leqslant c. \end{cases}$$
(16)

由式(16)可知, F 的变化范围为[0, $c^{\alpha-1}$], 且 F 随 e_1 单调变化. 当观测误差 e_1 趋于无穷大时, F 趋于 0. 由 e_1 的定义可知, 只有闭环系统或观测器不稳定发散 时才会出现这种情况. 然而, 闭环系统的稳定性可以 由控制器设计来保证, 观测器的稳定性可以由参数的 选取保证. 因此, 对于实际系统, 可以假定观测器误差 绝对值 $|e_1|$ 总会小于某个给定的阈值 e_{\max} , 此时 F 的 变化范围为 $[e_{\max}^{\alpha-1}, c^{\alpha-1}]$.

注2 尽管以上分析是基于式(16)定义的 fal 函数给出的,但查阅文献和分析可知,对于已有各种线性和非线性 fal 函数,均具有以上有界特性.

为使配置后的极点在 F 允许范围内变化最小,给 出如下 ESO 参数优化配置方法.

Step 1: 根据系统(1)总的扰动 $f(x_1, x_2)$ 的动态 特性,设定 ESO 期望的扰动观测带宽为 ω_c .

Step 2: 给定 ESO 工作时的跟踪误差 e_1 的最大值 e_{max} ,并根据 fal 函数结构特征,确定 F 的最小值 F_{min} 和最大值 F_{max} ,进而获得 F 的变化范围 ($F_{\text{min}}, F_{\text{max}}$).

Step 3: 选取满足以下两个条件的 F_0 和 ρ 进行极 点配置:

1) 使 F_0 点出现带宽峰值 $d_0 = \rho$;

2) 使 F_{min}、F_{max}两点对应带宽相同且等于期望的扰动观测带宽,即

$$d_{F_{\min}} = d_{F_{\max}} = \omega. \tag{17}$$

其中

$$d_{F_{\max}} = -\rho - \rho^{3} \sqrt[3]{1 - \frac{F_{\max}}{F_{0}}} \times \left(\sqrt[3]{1 + \sqrt{\frac{F_{\max}}{F_{0}}}} + \sqrt[3]{1 - \sqrt{\frac{F_{\max}}{F_{0}}}}\right), \quad (18)$$

$$d_{F_{\min}} = -\rho - \rho^3 \sqrt[3]{1 - \frac{F_{\min}}{F_0}} \times \left(\sqrt[3]{1 + \sqrt{\frac{F_{\min}}{F_0}}} + \sqrt[3]{1 - \sqrt{\frac{F_{\min}}{F_0}}}\right).$$
(19)

在求出 ρ 和 F_0 后,即可由下式计算ESO的参数 配置:

$$\beta_{01} = 3\rho, \ \beta_{02} = 3\rho^2/F_0, \ \beta_{03} = \rho^3/F_0.$$
 (20)

注3 利用以上方法进行极点配置后, F₀点出 现带宽最高值ρ,两侧逐渐降低,F在两个边界点 F_{max}和F_{min}时带宽达到最小值ω_c.利用定理1和推 论1易证这种配置方法可以保证ρ和ω_c的差值最小, 即ESO的带宽随F变化最小.换言之,如果将F冻结 为其他参数进行极点配置,则需要将ρ设置得更大,才 能保证带宽始终大于等于ω_c.由式(20)可知,这也意 味着必须将观测器参数设置得更大,因此这里给出的 ESO参数配置方法更优.

3 仿真算例

用 Matlab 搭建三阶非线性 ESO, 结构如式 (4) 所示. 选取式 (17) 所示结构的 fal 函数, 参数选取为 $\alpha = 0.25$, c = 0.01. 给定最大观测误差 $e_{\text{max}} = 0.1$, 求得

 $F_{\min} = 5.623, \ F_{\max} = 31.623.$

设扰动带宽 $\omega_c = 36 \text{ rad/s}$,采用本文方法进行 ESO 参数配置. 首先利用式(17)~(19)求得

$$F_0 = 8.677, d_{F_{\min}} = d_{F_{\max}} = 0.366\rho.$$

令 $\rho = 100$ 可满足带宽要求 0.366 $\rho > 36.$ 由定理1可 知, 当F在 [F_{min}, F_{max}] 内变化时, 观测带宽 d 始终满 足 $d ≥ \omega_c$. 按 $F_0 = 8.677$ 配置极点后, [F_{min}, F_{max}] 范 围内观测带宽 d 与F 的关系如图 2 所示.



图 2 优化配置后 [Fmin, Fmax] 内观测带宽变化

进一步由式(20)求得ESO参数为

 $\beta_{01} = 300, \ \beta_{02} = 3\,485, \ \beta_{03} = 115\,250,$

并将这组参数定义为参数 1) (实线表示).为进一步表 明参数配置后 ESO 的抗扰性能,利用文献 [6] 提出的 按菲波纳奇数列配置方法可以得到参数 2) (虚线表 示), $\beta_{01} = 100, \beta_{02} = 3000, \beta_{03} = 30000.$ 下面通过 仿真对比两组参数下 ESO 的观测能力, 被控对象由 式(1)给出. 其中: $b_0 = 1$, $f(x_1, x_2)$ 分别取为不同频 率的扰动信号 sin t和 sin(10t), 设定仿真步长为 0.01 s, 两组参数配置下 ESO 的观测误差对比结果如图 3 和 图 4 所示. 仿真结果清晰表明, 在两种频率下, 与参数 2)相比, 参数 1) 观测的幅值误差和相位滞后都更小, 尤其对扰动的观测能力更强, 这充分表明了所提出的 参数配置方法的有效性和优越性.



图 3 $f(t) = \sin t$ 时两组参数 ESO 观测误差对比





4 结 论

本文研究了三阶非线性 ESO 参数与扰动观测性 能间的关系,重点分析了观测器状态变化对扰动观测 性能的影响,并给出了一种ESO参数的优化配置方法.该方法可以保证当观测器状态在允许范围内变化时,ESO扰动观测性能受到的影响最小且扰动观测带宽始终大于给定值.研究结果清晰地描述了ESO参数与扰动观测能力的关系,所提出参数配置方法可以有效拓展观测器带宽,进而提高自抗扰控制器对不同扰动的抑制能力,这对拓展自抗扰控制器的应用范围具有重要意义.考虑到所给结果只适用于三阶非线性ESO,分析更具有普遍意义的高阶非线性ESO扰动观测性能与参数之间的关系,并给出具体的参数配置方法值得进一步深入研究.

参考文献(References)

9(3): 13-18.)

[1] 韩京清. 自抗扰控制技术[M]. 北京:国防工业出版社, 2009: 1-2.

(Han J Q. Active disturbance rejection control technique[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2009: 1-2.)

[2] 韩京清. 利用非线性特性改进 PID 控制律[J]. 信息与控制, 1995, 24(5): 356-364.

(Han J Q. Improve PID controller by the nonlinearity[J]. Information and Control, 1995, 24(5): 256-364.)

- [3] 韩京清. 从PID技术到"自抗扰控制"技术[J]. 控制工程, 2002, 9(3): 14-18.
 (Han J Q. PID technique to active disturbances rejection control technique[J]. Control Engineering of China, 2002,
- [4] Gao Zhi-qiang, Huang Yi, Han J Q. An alternative pardegm for control system design[C]. Proc of IEEE Conf on Control and Decision. Orlando, 2001: 4578-4585.
- [5] 韩京清. 自抗扰控制器及其应用[J]. 控制与决策, 1998, 13(1): 19-23.

(Han J Q. Active disturbance rejection controller and its application[J]. Control and Decision, 1998, 13(1): 19-23.)

[6] 韩京清. 扩张状态观测器参数与菲波纳奇数列[J]. 控制
 工程, 2008, 15(增1): 1-3.

(Han J Q. Parameters of the extended state observer and fibonacci sequence[J]. Control Engineering of China, 2008, 15(S1): 1-3.)

 [7] 李述清,张胜修,刘毅男,等.根据系统时间尺度整定 自抗扰控制器参数[J].控制理论与应用,2012,29(1): 125-129.

(Li S Q, Zhang S X, Liu Y N, et al. Parameter-tuning in active disturbance rejection controller using time scale[J]. Control Theory & Applications, 2012, 29(1): 125-129.)

- [8] 康忠健,陈学允.非线性扩张状态观测器的一种设计方法[J].电机与控制学报,2001,5(3): 200-204.
 (Kang Z J, Chen X Y. A design method of nonlinear extension state observer[J]. Electric Machines and Control, 2001, 5(3): 200-204.)
- [9] 朱丽玲, 于希宁, 刘磊. 基于遗传算法的 ADRC 参数整 定及其应用[J]. 仪器仪表用户, 2005, 12(4): 64-66.
 (Zhu L L, Yu X N, Liu L. Application and the parameter setting of ADRC based on genetic arithmetic[J]. Electronic Instrumentation Customer, 2005, 12(4): 64-66.)
- [10] 李海生,朱学峰. 自抗扰控制器参数整定与优化方法研究[J]. 控制工程, 2004, 11(5): 419-423.
 (Li H S, Zhu X F. On parameters tuning and optimization of active disturbance rejection controller[J]. Control Engineering of China, 2004, 11(5): 419-423.)
- [11] 李天云,朱建华. 基于李雅普诺夫函数法的扩张状态 观测器参数优化[J]. 哈尔滨理工大学学报, 2012, 17(1): 50-53.

(Li T Y, Zhu J H. Speed observation of asynchronous motor based on improved ESO[J]. J of Harbin University of Science and Technology, 2012, 17(1): 50-53.)

[12] 赵海香,陈松林,李明. 三阶扩张状态观测器稳定的一个充分条件[C]. 中国控制会议. 西安, 2013: 1526-1531.
(Zhao H X, Chen S L, Li M. A sufficient condition for the stability of the third-order extended state observer[C]. Chinese Control Conf. Xi'an, 2013: 1526-1531.)

(责任编辑: 郑晓蕾)