

文章编号: 1001-0920(2012)04-0551-06

## 基于伪谱法的编队卫星队形重构防碰撞轨迹优化

黄海滨<sup>1,2</sup>, 马广富<sup>1</sup>, 庄宇飞<sup>1</sup>, 吕跃勇<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001; 2. 哈尔滨工业大学(威海) 信息与电气工程学院, 山东 威海 264200)

**摘要:** 提出了基于伪谱法的编队卫星队形重构最优轨迹规划方法. 首先, 应用 Legendre 伪谱法将队形重构问题离散化为非线性规划问题; 然后, 通过庞特里亚金极小值原理计算出不考虑碰撞规避问题时各星最优轨迹的解析形式, 并由此计算出各星间的碰撞点; 最后, 在碰撞点附近设置符合高斯分布的测试点, 进一步避免各星在配置点间发生碰撞. 仿真结果表明, 应用所提出方法得到的队形重构的最优轨迹能够较好地满足各种约束条件, 计算精度高、速度快, 使得编队卫星自主重构成为可能.

**关键词:** 队形重构; 轨迹规划; 碰撞规避; 伪谱法; 高斯分布

**中图分类号:** V448.2

**文献标识码:** A

## Optimal trajectory planning for reconfiguration of satellite formation with collision avoidance based on Pseudospectral method

HUANG Hai-bin<sup>1,2</sup>, MA Guang-fu<sup>1</sup>, ZHUANG Yu-fei<sup>1</sup>, LV Yue-yong<sup>1</sup>

(1. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China; 2. School of Information and Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology at Weihai, Weihai 264200, China. Correspondent: HUANG Hai-bin, E-mail: hhb833@gmail.com)

**Abstract:** An algorithm for energy-optimal trajectory planning of satellite formation reconfiguration based on Pseudospectral method is proposed. Firstly, the reconfiguration problem is converted into a nonlinear programming problem by using Legendre Pseudospectral method. Then the analytical expressions of the formation satellites are derived by using Pontryagin's minimum principle without considering the collision avoidance, and the points are found out, where collisions happen for all the satellites. Moreover, some points are set according with Gaussian distribution around the collision points, which guarantee that the satellites can not collide with each other at these test points. The simulation results show that the proposed algorithm satisfies the constraints well and can be used for autonomous reconfiguration with its small computational amount and high accuracy.

**Key words:** formation reconfiguration; trajectory planning; collision avoidance; Pseudospectral method; Gaussian distribution

### 1 引言

近年来, 由于卫星编队飞行具有强大的功能和广阔的应用前景, 已经得到人们越来越多的关注. 队形重构是卫星编队飞行的关键技术之一, 也是区别于单颗卫星的重要特性. 通过队形重构, 编队飞行的卫星可以根据任务的需要更改编队的队形, 并可以加入或排除某些卫星, 因而具有重要的研究价值.

队形重构就是通过规划一系列最优轨迹, 使得各编队卫星能够在规定时间内依据某种性能指标(如燃料、能量、时间等)从当前位置转移到指定位置<sup>[1]</sup>. 在

重构过程中, 最重要的是如何考虑卫星间的碰撞规避问题, 即保证各卫星在整个重构过程中都不会发生碰撞.

卫星编队飞行一般分为行星轨道环境(POE)和深空环境(DS)两大类<sup>[2]</sup>. 在深空环境中, 通常不需考虑重力因素, 一般将卫星视为质量恒定的质点, 大多采用连续推力推进器进行控制. 重构过程一般发生在较短时间内, 因而大多忽略摄动及干扰的影响. 但是, 在深空中一般采用自主重构, 需在星载计算机上运行, 因而要求重构算法简洁、高效且精度高.

收稿日期: 2010-11-03; 修回日期: 2011-01-28.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60774062).

作者简介: 黄海滨(1983-), 男, 讲师, 从事卫星编队飞行、轨迹规划的研究; 马广富(1963-), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制、航天器姿态控制等研究.

目前,对于深空环境队形重构问题的研究相对较少,一般采用将整个过程分段,使问题转化为有限维数的轨迹规划. Singh 等人<sup>[3]</sup>采用高阶不等式将问题离散化,并构造了相应的哈密顿函数,最终只需求解分段最优控制问题. Sultan 等人<sup>[4]</sup>也提出了类似的方法,将分段三次样条函数作为基函数,并提出了基于梯度的 DIG-JG 算法进行求解. Richards 等人<sup>[5]</sup>将重构过程平均分段,采用混合整数线性规划 (MILP) 方法求解重构问题,但其对碰撞约束线性化的处理存在较大的保守性. Cetin 等人<sup>[6]</sup>首先将三次样条作为基函数将整个过程分段,然后在段间使用 MILP 求解,以减小计算量. 黄海滨等人<sup>[7]</sup>将配置法与 MILP 结合,提出了直接配置混合整数线性规划 (DCMILP) 算法. 田继超等人<sup>[8]</sup>考虑了在某颗卫星退出或进入编队的队形重构中卫星的碰撞概率. Garcia 等人<sup>[9]</sup>将快速搜索随机树 (RRT) 方法与线性规划结合,在重构中同时考虑了位置与姿态两方面因素. Aoude 等人<sup>[10]</sup>采用了两阶段方法,先用 RRT 寻找初值,再使用 Gauss 伪谱法进行求解,但 RRT 在时间最优中更为有效,而在队形重构中则更强调燃料或能量最省.

伪谱法是近几年在单一飞行器轨迹规划中广受关注的一种方法<sup>[11]</sup>. 该方法采用配点方式(配点一般为某种正交多项式的根)将原问题在节点上离散,从而将最优控制问题转化为便于求解的非线性规划问题. 该方法可以用较少的离散点的值得到较高精度的拟合近似解,具有计算量小、收敛半径大等优点. Huntington 等人<sup>[12]</sup>使用 Gauss 伪谱法直接将四面体卫星编队的队形重构问题转化为非线性规划问题,但其重构过程并没有考虑碰撞规避. Wu 等人<sup>[13]</sup>考虑了在近地轨道环境下应用伪谱法处理队形重构问题,但其规划方法是离线的.

上述队形重构方法的主要问题在于当重构过程分段较多时计算量会急剧增大,无法在线应用;而分段较少时,则难以避免碰撞,同时某些算法的计算精度会较差. 为了解决该问题,本文首先计算出深空环境中不考虑碰撞规避约束条件下各星独立运行的解析形式,并找到各星间碰撞的时间点;然后,在各星的碰撞点附近设置符合高斯分布的测试点,以规避碰撞;在此基础上,利用 Legendre 伪谱法将队形重构问题转化为非线性规划问题进行求解,并要求各星在其测试点上也进行碰撞规避约束验证;最后,对基于伪谱法的编队卫星队形重构轨迹规划方法进行仿真,以验证算法的有效性和实时性.

## 2 问题描述

### 2.1 系统模型

对于深空环境中的短时间队形重构问题,其运动

时间较短(可能在几十秒内完成),一般不需考虑摄动及干扰问题,因而在深空的队形重构中一般采用双积分模型 (Scharf 等人<sup>[14]</sup>已证明其合理性). 该双积分模型的表达式为

$$\dot{\mathbf{X}}_i(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}_i(t) + \mathbf{B}_i\mathbf{U}_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (1)$$

其中

$$\mathbf{X}_i = [x_i, y_i, z_i, \dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i]^T, \quad \mathbf{U}_i = [u_{ix}, u_{iy}, u_{iz}]^T,$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_i = \frac{1}{m_i} \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ I_{3 \times 3} \end{bmatrix}.$$

式中:  $\mathbf{X}_i, \mathbf{U}_i$  分别为第  $i$  颗卫星的状态及控制量,  $\mathbf{U}_i$  为卫星质量,  $M$  为卫星总数;  $t \in [0, T]$ ,  $T$  为重构过程所需的机动时间.

### 2.2 性能指标和约束条件

由于卫星携带的燃料有限,如何最大限度地延长其寿命是重构过程要考虑的重要问题之一. 因此,本文选取的待优化性能指标是  $M$  颗卫星在三维空间中所消耗的总能量最省,即

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \int_0^T \mathbf{U}_i^T \mathbf{U}_i dt. \quad (2)$$

在实际工程应用中,卫星的推力是有界的,故假设卫星的控制输入为连续有限推力,其幅值限定为

$$-U_{\max} \leq \mathbf{U}_i(t) \leq U_{\max}, \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (3)$$

边界条件约束为各卫星重构过程中初末状态的数值约束

$$\mathbf{X}_i(0) = \mathbf{X}_i(0), \quad \mathbf{X}_i(T) = \mathbf{X}_i(T). \quad (4)$$

### 2.3 碰撞规避问题

在队形重构过程中,卫星的路径之间可能会出现交叉. 若两颗卫星同时出现在某一位置,则会发生碰撞,从而使卫星失效. 为保证卫星正常工作,在路径规划过程中必须考虑碰撞规避问题. 本文采用排斥球方式,将每颗卫星看作以其质心为球心的球体. 任意两颗卫星间所允许的最小距离为两个球体半径之和,即两球相切. 假设任意两颗卫星间所允许的最小距离为  $d$ , 则任意两颗星间的碰撞规避问题可描述为<sup>[4]</sup>

$$\|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(t)\|_2^2 \geq d^2, \quad i, j = 1, 2, \dots, M, \quad i \neq j, \quad (5)$$

其中  $\mathbf{r}_i(t)$  为第  $i$  颗卫星在  $t$  时刻的矢径. 一般可将所有卫星看作同样大小,即采用统一半径. 该约束虽然可以使得各卫星在重构过程中避免碰撞,但却将队形重构变成一个非凸优化问题,从而使得该问题难以求解.

## 3 勒让德 (Legendre) 伪谱法

### 3.1 伪谱法简介

伪谱法的基本思想是用配点方式(配点一般为

某种正交多项式的根)将原问题在节点上离散, 然后用全局正交多项式对状态空间和最优控制空间进行逼近. 本文采用 Legendre 伪谱法对问题进行求解, 以满足队形重构对实时性的要求. 用  $L_N(\tau)$  表示  $N$  阶 Legendre 多项式,  $\dot{L}_N(\tau)$  为  $L_N(\tau)$  的导数. 令  $\tau_h (h = 0, 1, \dots, N)$  为  $(\tau^2 - 1)\dot{L}_N(\tau)$  的  $N+1$  个零点, 其中  $\tau_0 = -1, \tau_N = 1$ .  $\tau_h (h = 0, 1, \dots, N)$  为节点, 称为 Legendre-Gauss-Lobatto (LGL) 点. 构造如下拉格朗日插值基函数<sup>[15]</sup>:

$$\phi_h(\tau) = \frac{1}{N(N+1)L_N(\tau_h)} \cdot \frac{(\tau^2 - 1)\dot{L}_N(\tau)}{\tau - \tau_h}, \quad h = 0, 1, \dots, N. \quad (6)$$

其中

$$\phi_h(\tau_k) = \delta_{hk} = \begin{cases} 1, & h = k; \\ 0, & \text{others.} \end{cases} \quad (7)$$

对于给定的定义在  $\tau \in [-1, 1]$  上的任意函数  $F(\tau)$ , 其  $N$  阶插值多项式为

$$F(\tau) \approx F^N(\tau) := \sum_{l=0}^N F(\tau_l)\phi_l(\tau). \quad (8)$$

$F(\tau)$  的积分公式为

$$\int_{-1}^1 F^N(\tau) d\tau := \sum_{h=0}^N F(\tau_h)w_h, \quad (9)$$

其中

$$w_h = \frac{2}{N(N+1)} \cdot \frac{1}{[L_N(\tau_h)]^2}. \quad (10)$$

$F(\tau)$  在 LGL 点  $\tau_h$  处的导数为

$$\dot{F}^N(\tau_h) = \sum_{k=0}^N D_{hk}F(\tau_k), \quad (11)$$

其中  $\mathbf{D} := (D_{hk})$  为一个  $(N+1) \times (N+1)$  阶矩阵, 可表示为

$$\mathbf{D} := (D_{hk}) := \begin{cases} \frac{L_N(\tau_h)}{L_N(\tau_k)} \cdot \frac{1}{t_h - t_k}, & h \neq k; \\ -\frac{N(N+1)}{4}, & h = k = 0; \\ \frac{N(N+1)}{4}, & h = k = N; \\ 0, & \text{others.} \end{cases} \quad (12)$$

### 3.2 基于伪谱法的队形重构问题离散化

因为 LGL 节点均在  $[-1, 1]$  上, 所以采用如下变换重新描述该队形重构问题<sup>[16]</sup>:

$$\tau = \frac{2t}{T-0} - \frac{T+0}{T-0}. \quad (13)$$

将状态向量与控制向量用式 (8) 近似, 并将原问题由单一飞行器扩展至多星问题, 可得

$$\mathbf{X}_i(\tau) \approx \mathbf{X}_i^N(\tau) = \sum_{h=0}^N \mathbf{X}_{i,h}\phi_h(\tau), \quad i = 1, 2, \dots, M; \quad (14)$$

$$\mathbf{U}_i(\tau) \approx \mathbf{U}_i^N(\tau) = \sum_{h=0}^N \mathbf{U}_{i,h}\phi_h(\tau), \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (15)$$

同时, 由式 (11) 可得

$$\dot{\mathbf{X}}_{i,h}(\tau) \approx \sum_{k=0}^N D_{hk}\mathbf{X}_{i,j}, \quad i = 1, 2, \dots, M, \quad h = 0, 1, \dots, N. \quad (16)$$

由式 (10), 目标函数中的积分部分可近似为如下形式:

$$\int_0^T \mathbf{U}_i^T \mathbf{U}_i dt \approx \sum_{h=0}^N \mathbf{U}_{i,h}^T \mathbf{U}_{i,h} w_h, \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (17)$$

由此, 该编队卫星队形重构问题便可转化为如下非线性规划问题:

$$J = \frac{T-0}{4} \sum_{i=1}^M \sum_{h=0}^N \mathbf{U}_{i,h}^T \mathbf{U}_{i,h} w_h. \quad (18)$$

s.t.

$$\sum_{k=0}^N D_{hk}\mathbf{X}_{i,k} - \frac{T-0}{2} \mathbf{f}(\mathbf{X}_{i,h}, \mathbf{U}_{i,h}, \tau_h) = 0,$$

$$i = 1, 2, \dots, M, \quad h = 0, 1, \dots, N; \quad (19)$$

$$d^2 - \|\mathbf{R}_{i,h} - \mathbf{R}_{j,h}\|_2^2 \leq 0,$$

$$i, j = 1, 2, \dots, M, \quad i \neq j, \quad h = 0, 1, \dots, N; \quad (20)$$

$$\mathbf{X}_{i,0} = \mathbf{X}_{i0}, \quad \mathbf{X}_{i,T} = \mathbf{X}_{iT}, \quad i = 1, 2, \dots, M; \quad (21)$$

$$\mathbf{U}_{i\min} \leq \mathbf{U}_i \leq \mathbf{U}_{i\max}, \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (22)$$

其中:  $\mathbf{R}_{i,h}$  为第  $i$  颗卫星在第  $h$  个节点上矢径的估计值;  $\mathbf{X}_{i,h}, \mathbf{U}_{i,h}$  为待求的第  $i$  颗卫星在第  $h$  个节点上的状态及控制量. 这样, 队形重构问题便转化成为标准的非线性规划问题, 从而可以使用内点法或序列二次规划 (SQP) 等现有的非线性规划方法进行求解. 式 (19) 提供的约束数量有  $6NP$  个, 式 (20) 提供的约束为  $(N+1) \times C_M^2$  个.

因为控制变量是有界的, 所以各星的位置及速度函数都是 Lipschitz 连续的. 由此可以判断出, 两颗星从各自的起始位置以最大推力相向而行时需要多长时间发生碰撞. 若 LGL 点所在时刻小于该时间, 则整个优化过程无需考虑该点的碰撞规避问题, 从而可以减少计算时间. 同理, 亦可从终点处逆推出可能发生碰撞的位置. 则式 (20) 可以变为

$$d^2 - \|\mathbf{R}_{i,h} - \mathbf{R}_{j,h}\|_2^2 \leq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, M, \quad i \neq j, \quad h = \tilde{h}_{i,j}, \tilde{h}_{i,j} + 1, \dots, N - \bar{h}_{i,j}. \quad (23)$$

其中  $\tilde{h}_{i,j}, N - \bar{h}_{i,j}$  分别为卫星  $i$  与卫星  $j$  之间第一个和最后一个可能碰撞点.

### 3.3 LGL 点间约束

伪谱法和其他配点法存在的一个共同缺点是各约束条件只在其节点上满足要求,因而在各 LGL 点之间各星有可能违反碰撞规避约束. 增加 LGL 点虽然会使情况得到改善,但却存在以下 2 个问题: 1) 对于不同的情况,应增加多少 LGL 点难以确定,因为碰撞可能发生在任意位置,究竟多少 LGL 点可以在重构过程中避免碰撞无法事先预知; 2) LGL 点的增加会导致所需的内存空间和计算时间急剧增长,而卫星编队飞行任务一般需在线自主运行, LGL 点过多显然无法满足要求.

通过仿真可以发现,队形重构的最优轨迹总是在其不考虑碰撞规避约束的最优轨迹附近,故可以采用以下方法在最可能发生碰撞的位置附近设置测试点,以避免碰撞的发生. 首先,在不考虑碰撞规避的前提下,由庞特里亚金极小值原理求得各星运行的解析形式,在  $x$  轴方向为

$$x_i = \frac{1}{6}c_{1x,i}t^3 - \frac{1}{2}c_{2x,i}t^2 + c_{3x,i}t + c_{4x,i},$$

$$i = 1, 2, \dots, M; \quad (24)$$

$$\dot{x}_i = \frac{1}{2}c_{1x,i}t^2 - c_{2x,i}t + c_{3x,i}, \quad i = 1, 2, \dots, M; \quad (25)$$

$$u_{ix} = \begin{cases} 1, & c_{1x,i}t - c_{2x,i} > 1; \\ c_{1x,i}t - c_{2x,i}, & |c_{1x,i}t - c_{2x,i}| \leq 1; \\ -1, & c_{1x,i}t - c_{2x,i} < -1. \end{cases} \quad (26)$$

$y$  轴和  $z$  轴的表达式与  $x$  轴相同.  $c_1 \sim c_4$  为待定系数,可由系统的初始及终端状态代入决定. 然后,将各 LGL 点所在的时间代入上述表达式,找到各星间距离最近的 LGL 点,记为  $K_{i,j}$ . 其后,在第  $K_{i,j}-1$  和  $K_{i,j}+1$  个 LGL 点之间找到两颗星的碰撞或者距离最近的时间,记为  $p_{i,j}$ . 之后,以  $p_{i,j}$  为中心设置 7 个符合高斯分布的点,即测试点,记为  $P_{i,j,l}, l=1, 2, \dots, 7$ . 这些测试点所包含的区域即为碰撞最可能发生的区域.  $P_{i,j,l}$  的确定方法如下: 令  $\mu = p_{i,j}$ , 并令第  $K_{i,j}-1$  和  $K_{i,j}+1$  个 LGL 点之间的距离为  $2\sigma$ , 即其包含的概率为 95.44%; 然后将该概率四等分,其所包含面积的边界即为测试点的位置. 查标准正态分布表可得<sup>[17]</sup>

$$\begin{aligned} P_{i,j,1} &= \mu - 1.07\sigma, & P_{i,j,2} &= \mu - 0.64\sigma, \\ P_{i,j,3} &= \mu - 0.3\sigma, & P_{i,j,4} &= \mu, \\ P_{i,j,5} &= \mu + 0.3\sigma, & P_{i,j,6} &= \mu + 0.64\sigma, \\ P_{i,j,7} &= \mu + 1.07\sigma, \end{aligned} \quad (27)$$

即测试点加入的密集程度随碰撞发生的可能性的降低而下降. 在优化过程中,需保证各星在其测试点上同样不会发生碰撞,即将式 (20) 的约束条件变为

$$d_2 - \|\mathbf{R}_{i,h} - \mathbf{R}_{j,h}\|_2^2 \leq 0,$$

$$\begin{aligned} i, j &= 1, 2, \dots, M, \quad i \neq j, \\ h &= \tilde{h}_{i,j}, \tilde{h}_{i,j} + 1, \dots, N - \tilde{h}_{i,j}, \\ P_{i,j,l}, & \quad l = 1, 2, \dots, 7. \end{aligned} \quad (28)$$

注意到,在测试点上只有碰撞规避约束,而没有其他任何约束,其状态值由 LGL 点上的状态量根据式 (14) 计算得到,因而只给系统增加了少量的约束条件. 这样便可通过增加较小的计算量来规避卫星间的碰撞.

## 4 计算结果与仿真

本文以 3 颗卫星重构为例,设机动时间为 10 个单位时间,整个队形重构过程取 10 个 LGL 点. 各卫星的位置变化同样以单位位置描述,3 颗卫星的起始和终端状态为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_1(0) &= [0, 0, 0, 0, 0, 0]^T, \\ \mathbf{X}_1(T) &= [12, 12, 12, 0, 0, 0]^T, \\ \mathbf{X}_2(0) &= [8, 0, 0, 0, 0, 0]^T, \\ \mathbf{X}_2(T) &= [0, 12, 12, 0, 0, 0]^T, \\ \mathbf{X}_3(0) &= [8, 0, 8, 0, 0, 0]^T, \\ \mathbf{X}_3(T) &= [0, 12, 0, 0, 0, 0]^T. \end{aligned}$$

设定各星的最大推力为 1 个单位,任意两星之间的最小距离为 2 个单位. 初值取为上文中由庞特里亚金极小值原理求得各星独立运行的解析表达式在 LGL 点上的值. 因为最优解一般在其附近,故该初值为一组相对较好的初值,可以避免因为初值选取不当而导致计算时间过长,甚至找不到可行解的情形. 仿真的重构轨迹如图 1 所示,各星之间间距如图 2 所示,各星在整个过程中的控制输入如图 3 所示,其中“o”表示

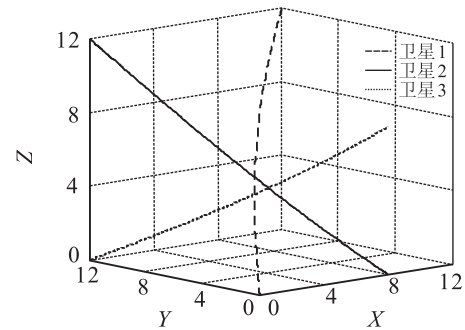


图 1 各卫星队形重构轨迹

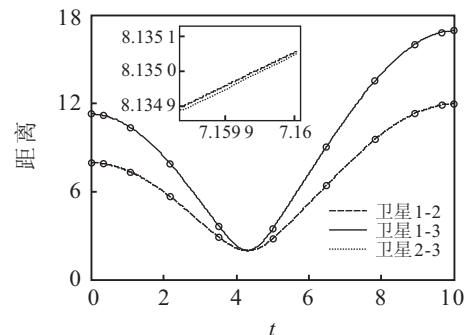


图 2 任意两颗星间距

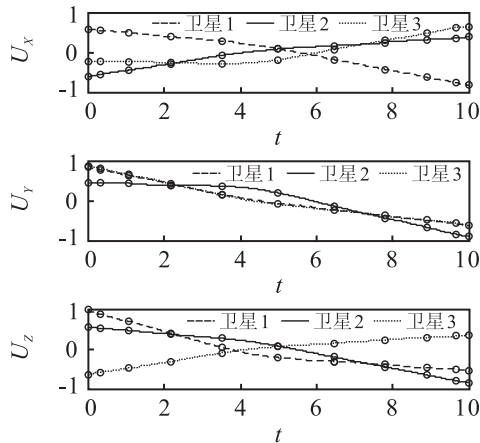


图3 各星控制输入

LGL点所在的位置. 最终的能量消耗为6.7414个单位, 计算时间为31.324s. 对于非线性规划的计算, 本文使用专业软件KNITRO, 并设计了其与Matlab的接口. 计算平台为2.1 GHz CPU, 2 GB内存的个人电脑.

从图1~图3可以看出, 整个过程能够很好地满足要求, 较好地避免了碰撞. 虽然卫星1与卫星2之间的最小间距为1.9896个单位, 但这是在线使用配点法几乎无法避免的问题, 而且系统给定的最小间距都是比较保守的, 因而对于碰撞规避约束, 较小的违反是可以接受的. 同时, 采用

$$e_i = \|\mathbf{X}_i^N - \hat{\mathbf{X}}_i\|_\infty, i = 1, 2, \dots, M \quad (29)$$

描述卫星实际轨迹的误差绝对值, 其中 $\hat{\mathbf{X}}_i$ 为 $\dot{\mathbf{X}}_i(t) = f(\mathbf{X}_i(t), \mathbf{U}_i^N(t), t)$ 的解, 则3颗卫星在X, Y, Z这3个方向上的最大误差如表1所示. 从表1可以看出, 该方法具有较高的精度, 能够满足系统的使用要求.

表1 各星最大误差

方向	卫星1	卫星2	卫星3
X	$2.2593 \times 10^{-4}$	$1.8289 \times 10^{-4}$	$2.0221 \times 10^{-4}$
Y	$2.6107 \times 10^{-4}$	$2.7816 \times 10^{-4}$	$2.6656 \times 10^{-4}$
Z	$3.1131 \times 10^{-4}$	$2.3652 \times 10^{-4}$	$1.8753 \times 10^{-4}$

如果仅采用10个LGL点而不加测试点, 则重构过程中各星的间距如图4所示.

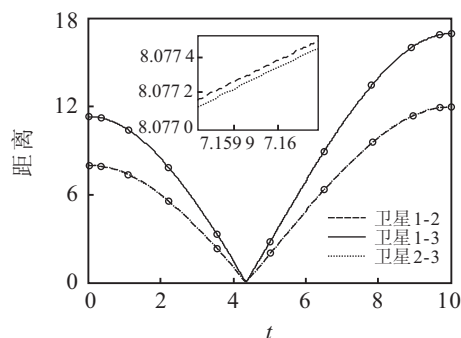


图4 不考虑测试点时任意两颗星间距

从图4可以看出, 碰撞点发生在两个LGL点中间, 因而虽然在LGL点上各星并不发生碰撞, 整个过

程的最小间距仅为0.062个单位, 尽管计算时间很短, 但显然不符合要求. 增加LGL点会使问题得到改善, 但由于增加的点的位置是固定的, 仍然不能保证不会发生碰撞, 而且会显著增加计算时间. 同时, 由于初值选取的不同, 对计算结果也会有较大影响. 经过200次给定不同初值的蒙特卡洛仿真, 不考虑测试点时不同数量LGL点对应的计算时间和星间最小距离如表2所示.

表2 不考虑测试点时的计算结果

N	平均最小间距	平均计算时间	最大计算时间	最小计算时间
10	0.1027	14.9349	38.0263	5.7357
20	1.4047	198.6088	743.8736	42.9170
30	1.7356	779.0558	1364.8529	442.1729

从仿真结果可以看出, 如果不考虑碰撞点的位置, 则需用较多的LGL点才能较好地避免碰撞, 而这需要大量的运算时间, 并不适合在星载计算机上运行. 如果加入测试点, 即在最可能发生碰撞处加入碰撞规避约束, 则只需较少的LGL点便能够在较短的时间内规划出合理的轨迹, 并取得较高的精度.

## 5 结论

本文应用Legendre伪谱法求解编队卫星队形重构最优轨迹规划问题. 在已知初末状态的情况下, 以整个过程所消耗的能量为目标函数, 并考虑实际应用时控制输入受限, 使用Legendre伪谱法将队形重构的最优轨迹规划问题离散化为非线性规划问题予以求解. 同时, 在最可能发生碰撞的位置附近加入多个符合高斯分布的测试点, 以避免重构过程中发生碰撞. 仿真结果表明, 应用该方法得到的重构轨迹能够较好地满足各种约束条件, 特别是碰撞规避约束. 同时, 该方法具有计算精度高、速度快的优点, 使得编队卫星的自主重构成为可能.

## 参考文献(References)

- [1] Acikmese A B, Schar D P, Murray E A, et al. A convex guidance algorithm for formation reconfiguration[C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conf and Exhibit. Reston, 2006: 1-17.
- [2] Scharf D P, Hadaegh F Y, Ploen S R. A survey of spacecraft formation flying guidance and control—Part I: Guidance[C]. Proc of the American Control Conf. Denver, 2003: 1733-1739.
- [3] Singh G, Hadaegh F Y. Collision avoidance guidance for formation-flying applications[C]. AIAA Guidance Navigation, and Control Conf and Exhibition. Montreal, 2001: 1-11.
- [4] Sultan C, Seereram S, Mehra R K. Deep space formation flying spacecraft path planning[J]. The Int J of Robotics Research, 2007, 26(4): 405-430.

- [5] Richards A, Schouwenaars T, How J P, et al. Spacecraft trajectory planning with avoidance constraints using mixed-integer linear programming[J]. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 2002, 25(4): 755-764.
- [6] Cetin B, Bikdash M, Hadaegh F Y. Hybrid mixed-logical linear programming algorithm for collision-free optimal path planning[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2007, 1(2): 522-531.
- [7] 黄海滨, 马广富, 庄宇飞. 编队卫星队形重构防碰撞最优轨迹规划[J]. *航空学报*, 2010, 31(9): 1818-1823.  
(Huang H B, Ma G F, Zhuang Y F. Optimal trajectory planning for reconfiguration of satellite formation with collision avoidance[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2010, 31(9): 1818-1823.)
- [8] 田继超, 荣思远, 崔乃刚. 卫星编队飞行队形重构防碰撞方法研究[J]. *宇航学报*, 2009, 30(4): 1525-1530.  
(Tian J C, Rong S Y, Cui N G. Collision avoidance for formation reconfiguration of satellite formation flying[J]. *J of Astronautics*, 2009, 30(4): 1525-1530.)
- [9] Garcia I, How J P. Trajectory optimization for satellite reconfiguration maneuvers with position and attitude constraints[C]. *Proc of the American Control Conf. Portland*, 2005, 2: 889-894.
- [10] Aoude G S, How J P, Garcia I M. Two-stage path planning approach for designing multiple spacecraft reconfiguration maneuvers[C]. *Proc of the 20th Int Symposium on Space Flight Dynamics. Annapolis*, 2007: 1-16.
- [11] 雍恩米, 陈磊, 唐国金. 飞行器轨迹优化数值方法综述[J]. *宇航学报*, 2008, 29(2): 397-406.  
(Yong E M, Chen L, Tang G J. A survey of numerical methods for trajectory optimization of spacecraft[J]. *J of Astronautics*, 2008, 29(2): 397-406.)
- [12] Huntington G T, Rao A V. Optimal reconfiguration of spacecraft formations using the Gauss pseudospectral method[J]. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 2008, 31(3): 689-698.
- [13] Wu B, Wang D, Poh E K, et al. Nonlinear optimization of low-thrust trajectory for satellite formation: Legendre pseudospectral approach[J]. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, (32)4: 1371-1381.
- [14] Scharf D P, Hadaegh F Y, Kang B H. On the validity of the double integrator approximation in deep space formation flying[C]. *Proc of the Int Symposium Formation Flying Missions & Technologies. Toulouse*, 2002: 1-8.
- [15] Elnagar G, Kazemi M A, Razzaghi M. The pseudospectral Legendre method for discretizing optimal control problems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1995, 40(10): 1793-1796.
- [16] Gong Q, Fahroo F, Ross I M. Spectral algorithm for pseudospectral methods in optimal control[J]. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 2008, 31(3): 460-471.
- [17] 盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 第4版. 北京: 高等教育出版社, 2008: 379-382.  
(Sheng Z, Xie S Q, Pan C Y. Probability theory and mathematical statistics[M]. 4th ed. Beijing: Higher Education Press, 2008: 379-382.)

~~~~~

(上接第550页)

- [7] Cappe O, Godsill S J, Moulines E. An overview of existing methods and recent advances in sequential monte carlo[J]. *Proc of the IEEE*, 2007, 95(5): 899-924.
- [8] Katsuji U, Toshiharu H. Evolution strategies based particle filters for fault detection[C]. *Proc of the 2007 IEEE Symposium on Computational Intelligence in Image and Signal Processing. Honolulu*: IEEE Press, 2007: 58-65.
- [9] 熊伟, 何友, 张晶炜. 多传感器顺序粒子滤波算法[J]. *电子学报*, 2005, 33(6): 1116-1119.  
(Xiong W, He Y, Zhang J W. Multisensor sequential particle filter[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2005, 33(6): 1116-1119.)
- [10] Thomas U, Molkenstruck S, Iser R, et al. Multi sensor fusion in robot assembly using particle filters[C]. *IEEE Int Conf on Robotics and Automation. Roma*: IEEE Press, 2007: 3837-3843.
- [11] Djuric P M, Bugallo M F. Cost reference particle filtering for dynamic systems with nonlinear and conditionally linear states[C]. *Nonlinear Statistical Signal Processing Workshop. Madison*: IEEE Press, 2006: 183-188.
- [12] Bugallo M F, Xu S S, Miguez J, et al. Maneuvering target tracking using cost reference particle filtering[C]. *IEEE Int Conf on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Montreal*: IEEE Press, 2004: 968-971.
- [13] Francois C, Davy M, Duflos E, et al. Particle filtering for multi-sensor data fusion with switching observation models: Application to land vehicle positioning[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2007, 55(6): 2703-2719.