

文章编号: 1001-0920(2012)05-0652-06

## 基于自适应 Backstepping 的欠驱动 AUV 三维航迹跟踪控制

贾鹤鸣<sup>1</sup>, 程相勤<sup>2</sup>, 张利军<sup>1</sup>, 边信黔<sup>1</sup>, 严浙平<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工程大学 自动化学院, 哈尔滨 150001; 2. 海军核辐射仪器计量站, 山东 青岛 266100)

**摘要:** 为了实现欠驱动自治水下机器人(AUV)三维航迹跟踪控制, 基于非完整系统理论分析了 AUV 缺少横向推进器时的欠驱动控制系统特性, 并验证了欠驱动 AUV 存在加速度约束不可积性. 基于李亚普诺夫稳定性理论, 利用自适应 Backstepping 设计连续时变的航迹点跟踪控制器, 以抑制外界海流的干扰. 仿真实验表明, 所设计的控制器能实现欠驱动 AUV 对一序列三维航迹点的渐近镇定, 并且航迹跟踪的精确性和鲁棒性明显优于 PID 控制.

**关键词:** 欠驱动自治水下机器人; 三维航迹跟踪; 非完整系统; 自适应 Backstepping

中图分类号: TP24

文献标识码: A

## Three-dimensional path tracking control for underactuated AUV based on adaptive Backstepping

JIA He-ming<sup>1</sup>, CHENG Xiang-qin<sup>2</sup>, ZHANG Li-jun<sup>1</sup>, BIAN Xin-qian<sup>1</sup>, YAN Zhe-ping<sup>1</sup>

(1. College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China; 2. Navy Nuclear Radiation Instrument Measurement Station, Qingdao 266100, China. Correspondent: JIA He-ming, E-mail: jiaheminglucky99@126.com)

**Abstract:** In order to implement three-dimensional(3D) path tracking control for an underactuated autonomous underwater vehicle(AUV), based on the theory of nonholonomic system, the characteristics of underactuated control system are analyzed, when vehicle lacks lateral thruster. It is proved that constraints on the accelerations of the underactuated AUV are non-integrable. Path-point tracking controller is designed based on Lyapunov stability theorem and adaptive Backstepping method to attenuate environmental current disturbances. The simulation results show that the designed controller can force underactuated AUV to be asymptotically stabilized to a sequence path points, and the accuracy and robustness are more excellent than that of PID control.

**Key words:** underactuated autonomous underwater vehicle; three-dimensional path tracking; nonholonomic system; adaptive Backstepping

### 1 引言

自治水下机器人(AUV)三维航迹精确跟踪能力是实现水下勘探、打捞、施工作业以及自身避障的重要技术前提<sup>[1]</sup>. 由于本文研究的对象 AUV 仅配置前向推进器、方向舵和俯仰舵执行机构, 在横向移动方向上缺少推进器所产生的控制输入. 因此 AUV 的空间运动具有欠驱动特性, 加之外界海流的干扰, 使 AUV 三维航迹跟踪控制更加困难.

依据非完整系统理论, 系统约束的可积性和可控性问题将直接影响欠驱动 AUV 三维航迹跟踪控制策略的确定, 这是对其实行有效控制的关键问题. 其中: 可积性分析决定 AUV 系统是否为完整的, 可控性问

题则反映系统在状态之间转移的可能性, 这与航迹规划及跟踪问题密切相关. 因此, 基于非完整系统理论分析 AUV 动态控制特性, 有利于更好地设计 AUV 航迹跟踪控制器. 然而, 当前欠驱动控制设计研究主要集中于陆上机器人控制领域. 文献[2]分析了欠驱动非线性系统的动力学和控制问题, 文献[3]研究了欠驱动机器人系统的小时间局部可控性(STLC)问题, 但关于欠驱动 AUV 系统特性的研究尚未展开.

欠驱动 AUV 小时间局部可控性是 AUV 能否实施有效控制的必要前提. 如果系统是小时间局部可控的, 则在任意小的时间内, 系统可向任意方向运动. AUV 进行运动规划时, 小时间局部可控意味着系统

收稿日期: 2010-11-10; 修回日期: 2011-01-07.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61174047); 教育部博士点基金项目(20102304110003); 预研项目(51316080301).

作者简介: 贾鹤鸣(1983-), 男, 博士, 从事非线性系统控制理论与应用的研究; 张利军(1973-), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性系统控制技术的研究.

总能找到一条可行的路径, 满足障碍约束. 针对欠驱动 AUV 航迹跟踪问题, 小时间局部可控意味着系统能在小时间内纠正相对参考轨迹较小的偏移.

目前, 国外已有一些有关 AUV 三维航迹跟踪问题研究的文献<sup>[4-6]</sup>. 文献[4]将航迹规划曲线的运动特性与 AUV 动力学模型相结合, 基于 Lyapunov 稳定性理论和 Backstepping 方法, 设计出三维航迹跟踪控制器, 但上述研究未考虑外界海流干扰, 无法实现海流干扰下的精确三维航迹跟踪控制. 国内对 AUV 航迹跟踪问题的研究多集中于水平面的二维航迹跟踪控制<sup>[7-9]</sup>, 且应用上述方法无法实现三维空间的跟踪控制, 因而考虑 AUV 在海洋环境下的空间运动和施工作业需求, 设计能抑制外界海流干扰的三维航迹跟踪控制器就更具有工程实用价值. 本文首先分析了欠驱动 AUV 动力学系统模型约束的可积性和系统的可控性, 以及这些特性对 AUV 航迹跟踪控制器的设计所产生的影响; 然后, 基于 Lyapunov 稳定性理论和自适应 Backstepping 方法, 设计三维航迹点跟踪控制器, 通过一序列航迹点的跟踪, 实现欠驱动 AUV 的三维航迹精确跟踪控制.

## 2 AUV 动力学模型和控制特性

采用拉格朗日方程, 建立 AUV 的 6 自由度运动模型<sup>[10]</sup>为

$$\dot{\eta} = J(\eta)\xi, \quad (1)$$

$$M\dot{\xi} + C(\xi)\xi + D(\xi)\xi + g(\eta) = \tau + J^{-1}(\eta)\omega. \quad (2)$$

其中:  $J(\eta)$  为运动学转换矩阵,  $M$  为惯性矢量矩阵,  $C(\xi)$  为科氏力与向心力矩阵,  $D(\xi)$  为非线性水动力阻尼矩阵,  $g(\eta)$  为 AUV 重力和浮力的合力及力矩向量,  $\tau$  为控制输入向量,  $\omega$  为外界干扰力和力矩向量,

$$\eta = (x \ y \ z \ \varphi \ \theta \ \phi)^T$$

$$\xi = (u \ v \ w \ p \ q \ r)^T. \quad (3)$$

这里:  $\eta \in R^6$  为 AUV 在惯性坐标系下的位置和姿态向量,  $\xi \in R^6$  为 AUV 在载体坐标系下的行进速度和角速度向量.

### 2.1 约束可积性

欠驱动 AUV 的非完整约束主要来自动力学约束, 存在于某些自由度方向上缺少推力或力矩的动力学方程中, 如式(2)在零干扰下可描述为

$$\begin{bmatrix} M_a \\ M_u \end{bmatrix} \dot{\xi} + \begin{bmatrix} C_a(\xi) + D_a(\xi) \\ C_u(\xi) + D_u(\xi) \end{bmatrix} \xi + \begin{bmatrix} g_a(\eta) \\ g_u(\eta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_a \\ \tau_u \end{bmatrix}. \quad (4)$$

其中: 下标为  $a$  的方程表示受驱动动力方程, 下标为  $u$  的方程表示欠驱动动力方程, 且  $\tau_u = 0$ . 因此, 可将 AUV 欠驱动动力学方程描述为

$$M_u \dot{\xi} + C_u(\xi)\xi + D_u(\xi)\xi + g_u(\eta) = 0. \quad (5)$$

**引理 1** 欠驱动约束(5)局部可积的充分必要条件<sup>[11]</sup>如下: 1)  $g_u$  为常量矩阵; 2)  $(C_u(\xi) + D_u(\xi))$  为常量矩阵; 3) 分布  $\Omega^\perp = \ker((C_u + D_u)J^{-1}(\eta))$  为完全可积的.

**证明** 针对欠驱动 AUV, 在横移方向上缺少推进器的控制输入, 即  $\tau = [X \ 0 \ Z \ K \ M \ N]^T$ . 考虑 AUV 的水平面操纵运动方程<sup>[12]</sup>, 并假设重力和浮力达到平衡, 则欠驱动动力学约束(5)可描述为

$$\begin{aligned} & [0, m - Y'_v, 0, 0, 0, -Y'_r] \dot{\xi} + \\ & [0, Y'_{vw}w, 0, Y'_{wp}w + mp, 0, Y'_{ur}u - mu] \xi + \\ & [0, -Y'_{uv}u - Y'_{v|v}|v|, 0, 0, Y'_{p|p}|p|, -Y'_{r|r}|r|] \xi = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

其中:  $m$  为 AUV 的质量,  $Y'_{(\cdot)}$  为水动力系数. 则有

$$\begin{aligned} & C_u(\xi) + D_u(\xi) = \\ & [0, Y'_{vw}w - Y'_{uv}u - Y'_{v|v}|v|, 0, Y'_{wp}w + mp, \\ & Y'_{p|p}|p|, Y'_{ur}u - mu - Y'_{r|r}|r|]. \end{aligned} \quad (7)$$

其中:  $u, v, w$  为线速度;  $p, r$  为角速度. 式(7)不满足引理 1 的条件(2), 因此欠驱动约束(5)是不可积的, 从而证明欠驱动 AUV 具有不可积的加速度约束, 属于二阶非完整系统.  $\square$

**定理 1** 设  $(\eta, \xi) = (0, 0)$  为系统(1)和(2)在控制输入为零和无外界干扰下的平衡点, 则不存在任何光滑时不变的反馈控制律使系统在平衡点渐近稳定.

**证明** 定义映射

$$f(\eta, \xi, \tau) = \begin{bmatrix} J(\eta)\xi \\ M^{-1}(\tau - C(\xi)\xi - D(\xi)\xi - g(\eta)) \end{bmatrix}. \quad (8)$$

考虑状态空间中的任意点

$$\varepsilon = [0 \ M^{-1}\beta]^T. \quad (9)$$

其中:  $\beta = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_6] \in R^6$  为任意向量, 且  $\beta_2$  为任意不为零的实数; 点  $\varepsilon$  为平衡点邻域上的一个状态. 由于  $J(\eta)$  为满秩的矩阵, 由  $f(\eta, \xi, \tau) = \varepsilon$  可得  $\xi = 0$ . 将  $\xi = 0$  代入式(8)有

$$M^{-1}(\tau - g(\eta)) = M^{-1}\beta, \quad (10)$$

即

$$\tau_u - g_u(\eta) = \beta_2. \quad (11)$$

在欠驱动 AUV 动力学约束(5)中, 由于  $\tau_u = 0$ ,  $g_u(\eta) = 0$ , 对于任意不为零的实数  $\beta_2$ , 式(11)无解. 因此, 映射  $f(\eta, \xi, \tau)$  不是一个包含平衡点的开集上的映射. 根据 Brockett 定理<sup>[13]</sup>的第 3 个必要条件, 系统(1)和(2)不存在任何光滑时不变的反馈控制使系统在平衡点渐近稳定.  $\square$

由此可知, 若想实现 AUV 的精确航迹跟踪, 就需

要设计不连续反馈控制律、连续时变状态反馈控制律或两者综合的混合控制律. 时变控制策略存在控制律表达式复杂、参数整定困难以及收敛速度慢等缺点; 不连续控制策略提高了收敛速度, 但要避免出现奇异情形. 因此, 欠驱动 AUV 的二阶非完整特性使其运动控制器的设计变得更加复杂.

## 2.2 可控性分析

针对欠驱动 AUV 的非完整约束特性, 系统能否从任意初始状态出发到达任意终态, 即系统的可控性, 对航迹跟踪及稳定性具有重要的理论指导意义. 利用微分几何方法将线性系统的可控性概念推广到非完整系统中的思想, 采用小时间局部可控性的概念来描述其运动特性.

**定理 2** 系统 (1) 和 (2) 在平衡点  $(\eta, \xi) = (0, 0)$  ( $\tau = \omega = 0$ ) 处是小时间局部可控的.

**证明** 定义映射

$$f(\eta, \xi) = \begin{bmatrix} J(\eta)\xi \\ -M^{-1}(C(\xi)\xi + D(\xi)\xi + g(\eta)) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

设向量

$$g = [g_1, g_2, \dots, g_6, g_7, g_8, \dots, g_{12}] = \text{diag}\left\{0, 0, \dots, 0, \frac{1}{m_{11}}, \frac{1}{m_{22}}, \dots, \frac{1}{m_{66}}\right\}.$$

则系统 (1) 和 (2) 可写为

$$[\dot{\eta} \ \dot{\xi}]^T = f(\eta, \xi) + g\tau. \quad (13)$$

为便于描述, 令

$$\begin{aligned} f_1(\eta, \xi) &= J(\eta)\xi, \\ f_2(\eta, \xi) &= -M^{-1}(C(\xi)\xi + D(\xi)\xi + g(\eta)). \end{aligned} \quad (14)$$

定义  $s(\cdot) = \sin(\cdot)$ ,  $c(\cdot) = \cos(\cdot)$ ,  $t(\cdot) = \tan(\cdot)$ , 则有

$$f_1(\eta, \xi) = \begin{bmatrix} uc\phi c\theta + v(c\phi s\theta s\varphi - s\phi c\varphi) + w(c\phi s\theta c\varphi + s\phi s\varphi) \\ us\phi c\theta + v(s\phi s\theta s\varphi + c\phi c\varphi) + w(s\phi s\theta c\varphi - c\phi s\varphi) - us\theta + v c\theta s\varphi + w c\theta c\varphi \\ p + qs\varphi t\theta + rc\varphi t\theta \\ qc\varphi - rs\varphi \\ qs\varphi/c\theta + rc\varphi/c\theta \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$f_2(\eta, \xi) = \begin{bmatrix} (m_{22}/m_{11})vr - (X_u/m_{11})u \\ (m_{11}/m_{22})ur - (Y_v/m_{22})v \\ (m_{55}/m_{33})uq - (Z_w/m_{33})w \\ \frac{m_{22} - m_{33}}{m_{44}}vp - \frac{K_u}{m_{44}}p \\ \frac{m_{33} - m_{11}}{m_{55}}wq - \frac{M_u}{m_{55}}q \\ \frac{m_{11} - m_{22}}{m_{66}}ur - \frac{N_r}{m_{66}}r \end{bmatrix}. \quad (16)$$

向量  $f$  和  $g$  扩展的向量场中的李括号计算如下:

$$\begin{aligned} [g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6] &= 0, \\ [f, g_7] &= \\ &= -\frac{1}{m_{11}} \left[ \cos\phi \cos\theta, \sin\phi \cos\theta, -\sin\theta, 0, \right. \\ &= 0, 0, -\frac{X_u}{m_{11}}, \frac{m_{11}}{m_{22}}r, \frac{m_{55}}{m_{33}}q, 0, 0, \left. \frac{m_{11} - m_{22}}{m_{66}0}r \right], \\ [f, g_8] &= \\ &= \frac{1}{m_{22}} \left[ \cos\phi \sin\theta \sin\varphi - \sin\phi \cos\varphi, \right. \\ &= \sin\phi \sin\theta \sin\varphi + \cos\phi \cos\varphi, \cos\theta \sin\varphi, \\ &= 0, 0, 0, \frac{m_{22}}{m_{11}}r, -\frac{Y_v}{m_{22}}, 0, \left. \frac{m_{22} - m_{33}}{m_{44}}p, 0, 0 \right], \\ &\vdots \end{aligned}$$

依次计算向量  $f$  和  $g$  扩展的向量场中的李括号可知 (计算方法可参考文献 [14]), 对于任意  $(\eta, \xi) \in R^6$ , 可以验证上述向量扩展的空间满足李代数可控秩条件 (LARC), 即系统是强局部可达的. 因此, 依据 Sussmann 定理 [15], 系统 (1) 和 (2) 在平衡点处是小时间局部可控的.  $\square$

## 3 航迹点跟踪控制器设计

基于上述控制系统特性的分析, 欠驱动 AUV 的动力学特性存在二阶非完整约束, 在横移方向上具有不可积的加速度约束, 因此不存在任何光滑时不变的反馈控制律使系统在平衡点渐近稳定. 针对上述问题, 本文基于李亚普诺夫稳定性理论, 采用自适应 Backstepping 方法设计时变连续的航迹点跟踪控制器, 抑制了海流干扰作用, 从而实现了 AUV 对三维航迹的精确跟踪.

### 3.1 航迹点跟踪误差方程

设期望航迹点为  $(x_d, y_d, z_d)$ , 并定义航迹点跟踪误差为

$$e = \sqrt{(x - x_d)^2 + (y - y_d)^2 + (z - z_d)^2}. \quad (17)$$

依据视线法, 如图 1 所示, 可得 AUV 位移误差方程为

$$\begin{aligned} \tilde{x} = x - x_d &= -e \cos\theta_d \cos\phi_d, \\ \tilde{y} = y - y_d &= -e \cos\theta_d \sin\phi_d, \\ \tilde{z} = z - z_d &= e \sin\theta_d. \end{aligned} \quad (18)$$

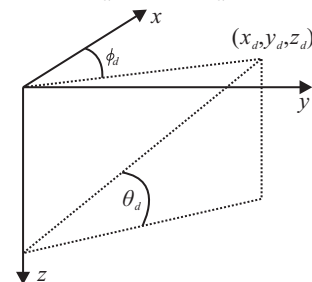


图 1 LOS 角度  $\theta_d$  和  $\phi_d$

其中: 期望的纵倾角和艏向角为

$$\begin{aligned}\theta_d &= \tan^{-1}((z - z_d)/(\sqrt{(x - x_d)^2 + (y - y_d)^2})), \\ \phi_d &= \tan^{-1}((y - y_d)/(x - x_d)).\end{aligned}\quad (19)$$

同时定义纵倾角、艏向角和纵向速度误差分别为

$$\tilde{\theta} = \theta - \theta_d, \quad \tilde{\phi} = \phi - \phi_d, \quad \tilde{u} = u - u_d, \quad (20)$$

其中  $u_d$  为 AUV 的期望纵向航速. 结合式 (18) 和 (20), 对 (17) 求导可得

$$\begin{aligned}\dot{e} &= -u_d + \left(-\frac{\sin \tilde{\theta}}{\tilde{\theta}}(\sin \varphi v + \cos \varphi w) + \frac{1 - \cos \tilde{\theta}}{\tilde{\theta}}u_d\right)\tilde{\theta} + \left(\frac{\sin \tilde{\phi}}{\tilde{\phi}}(\cos \varphi \cos \theta_d v - \cos \theta_d \sin \varphi w) + (\cos \theta \cos \theta_d u_d + \cos \theta_d \sin \theta \sin \varphi v + \cos \theta_d \sin \theta \cos \varphi w) \frac{1 - \cos \tilde{\phi}}{\tilde{\phi}}\right)\tilde{\phi} + (-\cos \tilde{\phi} \cos \theta \cos \theta_d - \sin \theta \sin \theta_d)\tilde{u}.\end{aligned}\quad (21)$$

因此, AUV 航迹点跟踪控制问题可描述为: 设计一个时变的状态反馈控制律  $\tau = f(e, \dot{e}, K)$ , 使得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\chi} = 0. \quad (22)$$

其中:  $\tilde{\chi} = \{\tilde{\theta}, \tilde{\phi}, \tilde{u}\}$ ,  $K$  为控制器的广义增益向量.

### 3.2 控制器设计

由式 (20) 和 (21) 可知, 控制律  $\tau = f(e, \dot{e}, K)$  可写为  $\tau = f(\tilde{\theta}, \tilde{\phi}, \tilde{u}, K)$ , 因此可设控制误差向量

$$z_1 = \left[ \int_{t_0}^t \tilde{u}(s) ds \quad \tilde{\theta} \quad \tilde{\phi} \right]^T. \quad (23)$$

其中: 纵向速度误差  $\tilde{u}$  的积分项包含了外界未知干扰对航向速度误差的积累, 此积分项有利于增强控制器的鲁棒性.

利用 Backstepping 设计思想设计控制器, 具体步骤如下:

Step 1: 设控制误差向量

$$z_2 = \xi - \alpha, \quad (24)$$

其中  $\alpha \in R^6$  为待设计的虚拟控制函数. 依据式 (24) 并考虑下述 AUV 运动学方程<sup>[16]</sup>:

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= \cos \varphi q - \sin \varphi r, \\ \dot{\phi} &= \frac{\sin \varphi}{\cos \theta} q + \frac{\cos \varphi}{\cos \theta} r,\end{aligned}$$

则式 (23) 对时间求导可得

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \frac{\sin \varphi}{\cos \theta} & \frac{\cos \varphi}{\cos \theta} \end{bmatrix} (Fz_2 + (\alpha_1 \quad \alpha_5 \quad \alpha_6)^T) - (u_d \quad \dot{\theta}_d \quad \dot{\phi}_d)^T.\end{aligned}\quad (25)$$

其中

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (26)$$

设计虚拟控制函数

$$(\alpha_1 \quad \alpha_5 \quad \alpha_6)^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \cos \theta \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_d \\ \dot{\theta}_d \\ \dot{\phi}_d \end{bmatrix} - Kz_1. \quad (27)$$

其中  $K \in R^{3 \times 3}$ , 且  $K = K^T > 0$ . 从而可得

$$\dot{z}_1 = -Kz_1 + \bar{F}(\eta)z_2. \quad (28)$$

其中

$$\bar{F}(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \frac{\sin \varphi}{\cos \theta} & \frac{\cos \varphi}{\cos \theta} \end{bmatrix} F. \quad (29)$$

选取 Lyapunov 函数  $V_1 = \frac{1}{2}z_1^T z_1$ , 求导可得

$$\dot{V}_1 = -z_1^T K z_1 + z_1^T \bar{F}(\eta) z_2. \quad (30)$$

Step 2: 由动力学模型 (2) 可得

$$\begin{aligned}M\dot{z}_2 &= -C(\xi)\xi - D(\xi)\xi - g(\eta) + \tau + J^{-1}(\eta)\omega - M\dot{\alpha},\end{aligned}\quad (31)$$

其中  $\omega$  表示未知外界干扰. 选取 Lyapunov 函数

$$V_2 = \frac{1}{2}z_2^T M z_2 + V_1, \quad (32)$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + z_2^T (-C(\xi)\xi - D(\xi)\xi - g(\eta) + \tau + J^{-1}(\eta)\omega - M\dot{\alpha}) = \\ & \dot{V}_1 + z_2^T (\tau - N(\eta, \xi) + J^{-1}(\eta)\omega - M\dot{\alpha}).\end{aligned}\quad (33)$$

其中

$$N(\eta, \xi) = C(\xi)\xi + D(\xi)\xi + g(\eta) = [n_i(\eta, \xi)]. \quad (34)$$

由上述 Backstepping 思想推导可得, 纵向速度、纵倾角和艏向角的控制器为

$$\tau_1 = n_1(\eta, \xi) + z_{2,1}^T M \dot{\alpha} - c_1 z_{2,1} - z_{1,1} - \hat{\omega}_1^b, \quad (35)$$

$$\begin{aligned}\tau_5 &= n_5(\eta, \xi) + z_{2,5}^T M \dot{\alpha} - c_5 z_{2,5} - \left(\cos \varphi z_{1,2} + \frac{\sin \varphi}{\cos \theta} z_{1,3}\right) - \hat{\omega}_5^b,\end{aligned}\quad (36)$$

$$\begin{aligned}\tau_6 &= n_6(\eta, \xi) + z_{2,6}^T M \dot{\alpha} - c_6 z_{2,6} - \left(-\sin \varphi z_{1,2} + \frac{\cos \varphi}{\cos \theta} z_{1,3}\right) - \hat{\omega}_6^b.\end{aligned}\quad (37)$$

其中:  $c_i > 0 (i \in \{1, 5, 6\})$  为控制器增益;  $\hat{\omega}_1^b$ ,  $\hat{\omega}_5^b$  和  $\hat{\omega}_6^b$  分别为 3 个自由度方向上的未知外界干扰估计值. 为了实现横向速度、垂向速度和横倾角的控制, 结合式 (33) 的设计思想, 现选取  $\alpha_2, \alpha_3$  和  $\alpha_4$  的导数作为虚拟控制变量, 且满足如下条件:

$$\begin{bmatrix} m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_2 \\ \dot{\alpha}_3 \\ \dot{\alpha}_4 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -n_2(\eta, \xi) + \tau_2 + \hat{\omega}_2^b + c_2 z_{2,2} - \\ m_{21}\dot{\alpha}_1 - m_{25}\dot{\alpha}_5 - m_{26}\dot{\alpha}_6 \\ -n_3(\eta, \xi) + \tau_3 + \hat{\omega}_3^b + c_3 z_{2,3} - \\ m_{31}\dot{\alpha}_1 - m_{35}\dot{\alpha}_5 - m_{36}\dot{\alpha}_6 \\ -n_4(\eta, \xi) + \tau_4 + \hat{\omega}_4^b + c_4 z_{2,4} - \\ m_{41}\dot{\alpha}_1 - m_{45}\dot{\alpha}_5 - m_{46}\dot{\alpha}_6 \end{bmatrix}. \quad (38)$$

其中:  $c_i > 0 (i \in \{2, 3, 4\})$  为控制器增益;  $\hat{\omega}_2^b, \hat{\omega}_3^b$  和  $\hat{\omega}_4^b$  分别为3个自由度方向上的未知外界干扰估计值. 显然, 式(38)是满足全局Lipschitz条件的, 虚拟控制变量  $\alpha_2, \alpha_3$  和  $\alpha_4$  存在并且独立, 从而保证了整个AUV控制系统是稳定的<sup>[17]</sup>.

### 3.3 稳定性分析

将式(35)~(37)代入(33)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -z_1^T K z_1 + z_1^T \bar{F}(\eta) z_2 - z_2^T C z_2 - z_2^T \hat{\omega}^b - \\ & z_2^T \bar{F}(\eta) z_1 + z_2^T (J^{-1}(\eta) \omega) = \\ & -z_1^T K z_1 - z_2^T C z_2 + z_2^T (J^{-1}(\eta) \omega - \hat{\omega}^b). \end{aligned} \quad (39)$$

其中

$$\hat{\omega}^b = (\hat{\omega}_1^b, \hat{\omega}_2^b, \hat{\omega}_3^b, \hat{\omega}_4^b, \hat{\omega}_5^b, \hat{\omega}_6^b)^T, \quad (40)$$

$$C = \text{diag}\{c_i\} > 0. \quad (41)$$

在不存在外界干扰的理想情况下, 即  $\omega = \hat{\omega} = 0$ ,  $\dot{V}_2 = -z_1^T K z_1 - z_2^T C z_2$ , 系统(1)和(2)是指数渐近稳定的. 针对外界非零扰动情况, 设干扰估计误差为

$$\tilde{\omega} = \hat{\omega} - \omega, \quad (42)$$

其中  $\hat{\omega} = J(\eta)\hat{\omega}^b$  为干扰估计值. 选取Lyapunov函数

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} \tilde{\omega}^T \Gamma^{-1} \tilde{\omega}, \quad \Gamma = \Gamma^T > 0, \quad (43)$$

其导数为

$$\dot{V}_3 = -z_1^T K z_1 - z_2^T C z_2 + \tilde{\omega}^T \Gamma^{-1} (\dot{\tilde{\omega}} - \Gamma J^{-T} z_2). \quad (44)$$

自适应律可设计为

$$\dot{\hat{\omega}} = \Gamma J^{-T} z_2. \quad (45)$$

则式(44)可转化为

$$\dot{V}_3 = -z_1^T K z_1 - z_2^T C z_2 \leq 0. \quad (46)$$

因此, 由Barbalat定理可得所设计的控制器可使误差向量  $(z_1, z_2)$  全局一致收敛于  $(0, 0)$ ,  $\tilde{\omega}$  收敛于有界常值, 进而令AUV渐近镇定于期望航迹点.

## 4 三维航迹跟踪控制仿真

仿真实验采用某实验AUV水动力系数构建的6自由度动力学模型, 基于AUV半实物仿真平台, 对上述研究的自适应Backstepping方法所设计的航迹点跟踪控制器的正确性和有效性进行验证.

设定期望航迹点为

$$\begin{aligned} (x_i, y_i, z_i) = & (R \times \cos(i \times 20^\circ), R \times \sin(i \times 20^\circ), \\ & (i+1) \times d). \end{aligned} \quad (47)$$

其中:  $R=100$ ;  $i = 1, 2, \dots, 72$ ;  $d$  为AUV初始深度. 外界干扰主要来自海流对AUV的影响, 海流流向与X轴夹角为  $180^\circ$ , 海流流速为

$$u_{\text{cur}} = \begin{cases} 1.00 \text{ m/s}, & z \leq 90\text{m}; \\ 0.75 \text{ m/s}, & 90\text{m} < z \leq 180\text{m}; \\ 0.50 \text{ m/s}, & 180\text{m} < z \leq 270\text{m}; \\ 0.25 \text{ m/s}, & 270\text{m} < z \leq 360\text{m}. \end{cases} \quad (48)$$

设AUV初始位置为  $(x, y, z) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, 5 \text{ m})$ , 初始姿态角为  $(\varphi, \theta, \phi) = (0^\circ, 0^\circ, 90^\circ)$ , 初始航速为  $u = 0 \text{ m/s}$ , 期望速度为  $u_d = 2 \text{ m/s}$ . 设定航迹点跟踪误差精度为  $4 \text{ m}$ , 即当AUV位置与当前跟踪航迹点空间距离小于  $4 \text{ m}$  时, 切换到下一个期望航迹点进行跟踪.

选取如下的控制增益:

$$K = 40I_{3 \times 3}, C = 25I_{6 \times 6}, \Gamma = 15I_{6 \times 6}. \quad (49)$$

如图2所示, 通过一序列的航迹点跟踪, 从而实现AUV螺旋线方式下潜. 为验证本文所设计控制器的性能, 采用PID控制器对AUV航迹跟踪的仿真数据加以比对. 图2中  $P_1$  和  $P_5$  点分别是AUV航迹跟踪的起始点和终止点,  $P_2, P_3$  和  $P_4$  点分别为螺旋线第2, 第3和第4圈的起始点. 图3为AUV螺旋下潜第1圈的仿真数据在XY平面投影而成的航迹曲线, 图4和图5为三维航迹跟踪误差曲线.

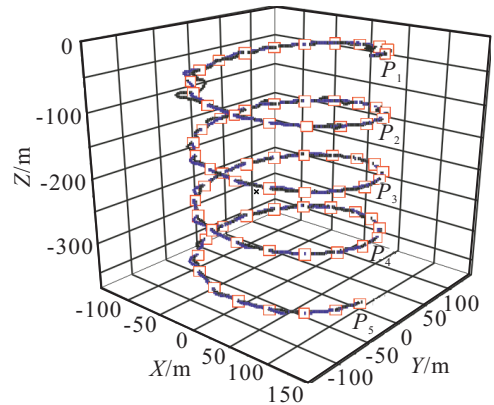


图2 AUV三维航迹跟踪曲线图

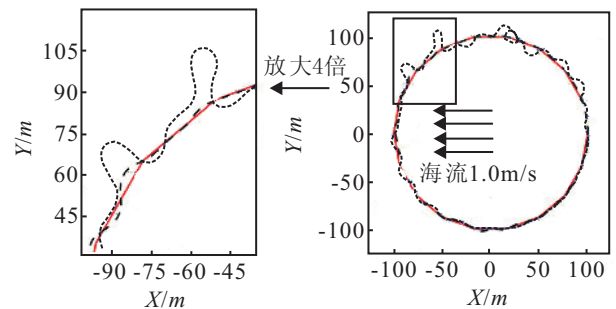
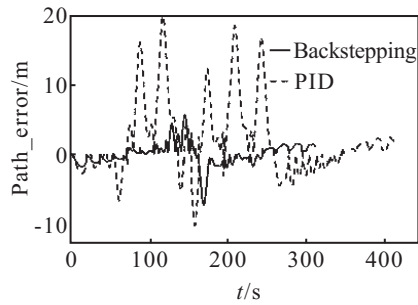
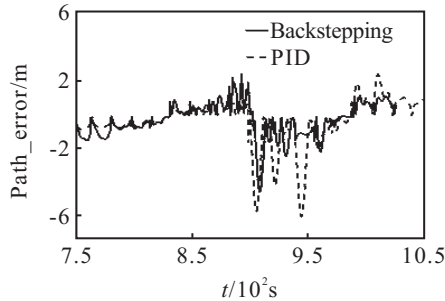


图3 水平面航迹跟踪投影图( $P_1$ 点到 $P_2$ 点)

图4 三维航迹跟踪误差曲线图( $P_1$ 点到 $P_2$ 点)图5 三维航迹跟踪误差曲线图( $P_4$ 点到 $P_5$ 点)

由图4可知, 由于AUV在横移方向上缺少推进器所产生的控制输入, 在AUV航向与海流方向垂直的航迹点周围, 航迹出现较大误差. 但基于自适应Backstepping所设计的控制器能较好地抑制海流的干扰, 并较PID控制器提前100s完成螺旋线第1圈的下潜. 由图5可知, 随着深度的增加, 海流流速降至0.25 m/s后, 外界干扰作用的减弱令PID控制下的航迹跟踪误差有所减小, 但本文所设计的控制器仍比PID控制器提前50s完成AUV螺旋下潜的第4圈.

## 5 结论

本文依据非完整系统理论和微分几何方法, 验证了AUV系统具有加速度约束不可积的特性. 基于Brockett定理证明了欠驱动AUV系统是短时间局部可控的. 在上述动态系统特性分析的基础上, 基于自适应Backstepping方法设计AUV航迹点跟踪控制器, 从而实现了欠驱动AUV的三维航迹跟踪控制.

## 参考文献(References)

- [1] 蒋新松, 封锡盛, 王棣棠. 水下机器人[M]. 沈阳: 辽宁科学技术出版社, 2000: 22-24.  
(Jiang X S, Feng X S, Wang L T. Unmanned underwater vehicles[M]. Shenyang: Liaoning Science and Technology Press, 2000: 22-24.)
- [2] Martinez S, Bullo F, Cortes J. Motion planning and control problems for underactuated robots[J]. *Advanced Robotics*, 2003, 4(2): 59-74.
- [3] Deluca A, Iannitti S. A simple STLC test for mechanical systems underactuated by one control[C]. *IEEE Int Conf on Robotics and Automation*. Washington DC: IEEE Press, 2002(5): 1735-1740.
- [4] Encarnacao P, Pascoal A. 3D path following for autonomous underwater vehicle[C]. *Proc of the 39th IEEE*

*Conf on Decision and Control*, Sydney: IEEE Press, 2000: 2977-2982.

- [5] Aicardi M, Casalino G, Indiveri G. Closed loop control of 3D underactuated vehicles via velocity field tracking[C]. *Proc of the IEEE Int Conf on Advanced Intelligent Mechatronics*. Como: IEEE Press, 2001: 355-360.
- [6] Breivik M, Fossen T I. Guidance-based path following for autonomous underwater vehicles[C]. *Proc of the IEEE*. Washington: IEEE Press, 2005: 2807-2814.
- [7] 陈洪海, 李一平. 滑模模糊控制应用于自治水下机器人的实验研究[J]. *控制与决策*, 2002, 17(增): 788-794.  
(Chen H H, Li Y P. Sliding mode fuzzy control on AUV[J]. *Control and Decision*, 2002, 17(S): 788-794.)
- [8] 俞建成, 李强, 张艾群, 等. 水下机器人的神经网络自适应控制[J]. *控制理论与应用*, 2008, 25(1): 9-13.  
(Yu J C, Li Q, Zhang A Q, et al. Neural network adaptive control for underwater vehicles[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(1): 9-13.)
- [9] 唐旭东, 庞永杰, 李晔, 等. 基于混沌过程神经元的水下机器人运动控制方法[J]. *控制与决策*, 2010, 25(2): 213-217.  
(Tang X D, Pang Y J, Li Y, et al. Chaotic Process neuron control for AUVs[J]. *Control and Decision*, 2010, 25(2): 213-217.)
- [10] Fossen T I. *Marine control systems: Guidance, navigation, and control of ships, rigs and underwater vehicles*[M]. 1st ed. Marine Cybernetics, Trondheim Norway, 2002: 88-89.
- [11] Wichlund K Y, Sordalen O J, Egeland O. Control properties of underactuated vehicles[C]. *IEEE Int Conf on Robotics and Automation*. Nagoya: IEEE Press, 1995, 2: 2009-2014.
- [12] 汤莉. AUV神经网络水平面航迹跟踪控制研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学自动化学院, 2009.  
(Tang L. Research on the neural network adaptive control for autonomous underwater vehicle's horizontal tracking problem[D]. Harbin: College of Automation, Harbin Engineering University, 2009: 16-18.)
- [13] 卜仁祥. 欠驱动水面船舶非线性反馈控制研究[D]. 大连: 大连海事大学航海学院, 2007.  
(Bu R X. Nonlinear feedback control of underactuated surface ships[D]. Dalian: Navigation College, Dalian Maritime University, 2007.)
- [14] 程金. 水面船舶的非线性控制研究[D]. 北京: 中国科学院自动化研究所, 2006: 25-26.  
(Cheng J. Nonlinear control of surface vessels[D]. Beijing: Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, 2006: 25-26.)