

文章编号: 1001-0920(2012)05-0686-05

## 基于分布参数机械臂协调操作柔性负载双时标控制

李元春<sup>1,2</sup>, 刘姝阳<sup>2</sup>, 唐志国<sup>2</sup>

(1. 长春工业大学 控制工程系, 长春 130012; 2. 吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室, 长春 130022)

**摘要:** 基于分布参数系统理论, 建立机械臂协调操作柔性负载系统的动力学模型. 利用奇异摄动方法, 对动力学模型进行双时标分解, 得到一个表征系统大范围刚性运动的集中参数慢变子系统和表征系统弹性振动的分布参数快变子系统. 分别设计了自适应模糊滑模慢变控制器和振动反馈快变控制器, 并通过分析快变子系统主算子及其生成  $C_0$  半群的特性, 证明了分布参数闭环子系统的渐近稳定性. 最后, 通过仿真实验验证了所提出方法的有效性.

**关键词:** 分布参数; 柔性负载; 算子半群; 奇异摄动; 自适应模糊滑模

中图分类号: TP273

文献标识码: A

## Two-time scale control of two manipulators handling flexible payload based on distributed parameter

LI Yuan-chun<sup>1,2</sup>, LIU Shu-yang<sup>2</sup>, TANG Zhi-guo<sup>2</sup>

(1. Department of Control Engineering, Changchun University of Technology, Changchun 130012, China; 2. State Key Laboratory of Automobile Simulation and Control, Jilin University, Changchun 130022, China. Correspondent: TANG Zhi-guo, E-mail: tangzhiguo@jlu.edu.cn)

**Abstract:** The dynamic model of two manipulators in handling a flexible payload is established based on distributed parameter theory. The dynamic model of cooperative system is divided by using singular perturbation method. A lumped parameter slow subsystem describing the large rigid motion and a distributed parameter fast subsystem expressing the elastic vibration are obtained. An adaptive fuzzy sliding mode controller and a vibration feedback controller are designed. The characteristic of the main operator and  $C_0$  semigroup of the fast distributed parameter subsystem is analyzed, so the distributed parameter closed-loop subsystem is proved to be asymptotic stable. Finally, simulation results show the effectiveness of the proposed control scheme.

**Key words:** distributed parameter; flexible payload; operator semigroup; singular perturbation; adaptive fuzzy sliding

### 1 引言

随着大型轻薄柔性负载在航空航天、汽车造船、印刷电路板等<sup>[1-4]</sup>领域的广泛应用, 机械臂操作柔性负载问题已引起很多学者的重视. 文献[1]研究了在汽车装配过程中柔性部件的装配问题; [2]基于观测器理论对机械臂操作柔性梁的轨迹跟踪进行了研究; [3-4]以电路板和薄板为例, 对柔性负载的装配进行了研究; 此外, [5-7]分别利用假设模态方法和有限元方法, 对机械臂协调操作柔性负载进行了建模和控制研究, 将刚性控制规律、奇异摄动理论和反演思想应用到系统中.

机械臂操作柔性负载是一个强耦合、非线性、多输入、多输出的复杂分布参数系统. 集中参数模型均

忽略了系统的一些模态, 这些被忽略的模态容易导致闭环系统不稳定, 基于集中参数模型所设计的观测器、控制器常出现阶数太高不易工程实现, 或存在观测、控制溢出等现象. 目前, 已有一些学者针对柔性机械臂<sup>[8-9]</sup>和刚性机械臂操作柔性负载<sup>[10]</sup>进行了分布参数建模与控制研究, 并提出了应变反馈、剪切力反馈、滑模控制, 准静态等相应控制方法.

本文首先利用哈密顿原理和变分的性质建立了机械臂协调操作柔性负载系统的分布参数模型; 然后, 利用奇异摄动理论对动力学模型进行分解简化, 得到了慢变和快变两个子系统, 并分别设计了控制器; 接着, 基于算子半群理论, 证明了闭环发展方程的稳定性, 从而保证了整个系统是渐近稳定的; 最后, 通

收稿日期: 2011-01-28; 修回日期: 2011-07-12.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60974010, 60674091); 吉林省科技发展计划项目(20100502, 20110705).

作者简介: 李元春(1962-), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能机械与机器人控制的研究; 唐志国(1984-), 男, 讲师, 博士, 从事柔性多体系统建模与控制、深空探测的研究.

过仿真实验验证了所设计控制方法的有效性。

## 2 协调系统动力学模型

### 2.1 分布参数模型

忽略系统阻尼的影响,由广义哈密顿原理可得系统分布参数模型为<sup>[11]</sup>

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G + f(\theta, u, \dot{u}) = J^T \lambda + \tau, \quad (1)$$

$$\ddot{u} = \frac{Qu''}{\rho A} - \frac{EIu^{(4)}}{\rho A} - L_{11}\ddot{\theta}_{11} \cos(\theta_{12} + \theta_{13}) - L_{12}(\ddot{\theta}_{11} + \ddot{\theta}_{12}) \cos \theta_{13} - L_{11}\dot{\theta}_{11}^2 \sin(\theta_{12} + \theta_{13}) - L_{12}(\dot{\theta}_{11} + \dot{\theta}_{12})^2 \sin \theta_{13} - (L_{13} + r)(\ddot{\theta}_{11} + \ddot{\theta}_{12} + \ddot{\theta}_{13}), \quad (2)$$

$$-EIu'''_E + Qu'_E = \sum_{j=1}^3 \lambda_j \frac{\partial \varphi_j}{\partial u_E}, \quad (3)$$

$$EIu''_E = \sum_{j=1}^3 \lambda_j \frac{\partial \varphi_j}{\partial u'_E}, \quad (4)$$

$$u_0 = u'_0 = 0. \quad (5)$$

其中: 右上标均表示变量对长度  $r$  求导, 右下标“0”和“E”分别表示变量为  $r=0$  和  $r=l$  所对应的值。

### 2.2 奇异摄动分解

首先引入摄动参数  $1/\varepsilon = EI/\rho Al^4$ , 并定义新变量  $x = r/l, u = \varepsilon lz$ , 则  $x$  取值范围为  $[0, 1]$ . 将以上定义的变量代入动力学方程(1)~(5)中, 并令摄动参数  $\varepsilon = 0$ , 可得集中参数子系统方程为

$$M(\theta_s)\ddot{\theta}_s + C(\theta_s, \dot{\theta}_s)\dot{\theta}_s + G = J_s^T \lambda + \tau_s, \quad (6)$$

$$-\rho Al^2 z'''_{Es} = \sum_{j=1}^3 \lambda_j \left. \frac{\partial \Phi_j}{\partial u_E} \right|_{\varepsilon=0}, \quad (7)$$

$$\rho Al^3 z''_{Es} = \sum_{j=1}^3 \lambda_j \left. \frac{\partial \Phi_j}{\partial u'_E} \right|_{\varepsilon=0}, \quad (8)$$

$$z_{0s} = z'_{0s} = 0. \quad (9)$$

引入伸长时标  $\mu = t/\sqrt{\varepsilon}$ , 当  $\mu \rightarrow 0$  时, 可得分布参数子系统方程为

$$-\rho Az''_0 + \rho A[L_{11} \cos(\theta_{12} + \theta_{13}) + L_{12} \cos \theta_{13} + L_{13}]z'''_0 - \frac{I_{13}}{L_{13} + lx} \left[ \frac{\partial^2 z}{\partial \mu^2} + z_f^{(4)} \right] = \tau_{11f}, \quad (10)$$

$$-\rho Az''_0 + \rho A(L_{12} \cos \theta_{13} + L_{13})z'''_0 - \frac{I_{13}}{L_{13} + lx} \left[ \frac{\partial^2 z}{\partial \mu^2} + z_f^{(4)} \right] = \tau_{12f}, \quad (11)$$

$$-\rho Az''_0 + \rho AL_{13}z'''_0 - \frac{I_{13}}{L_{13} + lx} \left[ \frac{\partial^2 z}{\partial \mu^2} + z_f^{(4)} \right] = \tau_{13f}, \quad (12)$$

$$z_{f0} = z'_{f0} = z_{fE}'' = z_{fE}''' = 0, \quad (13)$$

其中下标  $s$  和  $f$  分别表示系统的慢变量和快变量。

## 3 控制器设计

### 3.1 慢变控制器

集中参数子系统方程(6)中仅有3个关节角为独立变量, 取  $\theta_{1js}$  为独立变量。

**假设 1** 假设  $\theta_{2js}$  与  $\theta_{1js}$  在系统运动过程中总存在函数关系  $\theta_{2js} = \Omega_j(\theta_{1js})$ , 且其二阶连续可微。

当系统存在不确定, 通过定义新的状态变量  $\theta_{1s} = [\theta_{11s} \ \theta_{12s} \ \theta_{13s}]^T$  和  $T = [T_1 \ T_2]^T$ , 慢变子系统方程经整理可得

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_{1s} \\ \lambda \end{bmatrix} = -N^{-1}[(MT + CT)\dot{\theta}_{1s} + G + \tau_s] + F. \quad (14)$$

其中

$$T_1 = E_{3 \times 3},$$

$$T_2 = \text{diag}(d\Omega_1/d\theta_{11s} \ d\Omega_2/d\theta_{12s} \ d\Omega_3/d\theta_{13s}),$$

$$N = [MT \ -J_s^T], \quad F = -N^{-1}\Psi,$$

这里  $\Psi$  表示系统未建模动力学和外部干扰。

**假设 2** 若  $\Psi$  具有上界, 则  $F$  也具有上界。

**假设 3**  $N$  在系统运动中总是满秩的。

定义滑模面

$$s = \begin{bmatrix} \dot{e} + k_1 e \\ k_2(\lambda_d - \lambda) + \int(\lambda_d - \lambda) dt \end{bmatrix}. \quad (15)$$

其中:  $e = \theta_{1sd} - \theta_{1s}$ , 设计参数  $k_1 > 0, k_2 > 0$ .

根据模糊系统的通用逼近性定理, 利用模糊系统对  $F$  进行逼近. 定义

$$\hat{F} = [\hat{F}_1 \ \hat{F}_2 \ \hat{F}_3]^T, \quad (16)$$

其中

$$\hat{F}_i \triangleq \hat{F}_i(x, \dot{x} | \hat{\theta}_{Fi}) = \hat{\theta}_{Fi}^T \xi_i(x, \dot{x}).$$

定义  $\theta_{Fi}$  的最优参数估计及最小逼近误差

$$\theta_{Fi}^* = \arg \min_{\theta_{Fi} \in \Omega} [\sup_{x \in R^3} |\hat{F}_i - F_i|], \quad (17)$$

$$\omega_i = F_i - \hat{F}_i^*. \quad (18)$$

**假设 4**  $\omega_i$  有界, 即  $|\omega_i| \leq p_i^*$ , 其中  $p_i^* = |\omega_i|_{\max}$ .

**定理 1** 考虑慢变子系统方程(14)和假设2~假设4, 若设计自适应模糊滑模控制器为

$$\tau_s = -N\hat{F} + N \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{1sd} + k_1 \dot{e} \\ k_2(\dot{\lambda}_d - \dot{\lambda}) + \lambda_d \end{bmatrix} + N\bar{K}s + N\hat{p} \text{sgn}(s) + (M\dot{T} + CT)\dot{\theta}_{1s} + G, \quad (19)$$

选取自适应更新律为

$$\dot{\hat{p}}_i = r_{pi}|s_i|, \quad \dot{\hat{\theta}}_{Fi} = -r_{Fi}s_i \xi_i(x, \dot{x}), \quad (20)$$

则可使慢变子系统闭环渐近稳定. 其中:  $\bar{K}$  为正定对角矩阵;  $r_{pi}, r_{Fi}, k_1$  和  $k_2$  为设计常数。

**证明** 选择如下李雅普诺夫函数:

$$V_1 = \sum_{i=1}^3 \left( \frac{1}{2} s_i^2 + \frac{1}{2r_{Fi}} \hat{\theta}_{Fi}^T \tilde{\theta}_{Fi} + \frac{1}{2r_{pi}} \tilde{p}_i^T \tilde{p}_i \right). \quad (21)$$

计算  $\dot{s}$ , 并考虑如下关系式:

$$\tilde{\theta}_{Fi} = \theta_{Fi}^* - \hat{\theta}_{Fi}, \tilde{p}_i = p_i^* - \hat{p}_i, \quad (22)$$

$$\dot{\tilde{\theta}}_{Fi} = -\dot{\hat{\theta}}_{Fi}, \dot{\tilde{p}}_i = -\dot{\hat{p}}_i. \quad (23)$$

对式 (21) 关于时间  $t$  求导数可得

$$\dot{V}_1 = \sum_{i=1}^3 \left( s_i \dot{s}_i + \frac{1}{r_{Fi}} \tilde{\theta}_{Fi}^T \dot{\tilde{\theta}}_{Fi} + \frac{1}{r_{pi}} \tilde{p}_i^T \dot{\tilde{p}}_i \right). \quad (24)$$

将式 (19), (20), (22) 和 (23) 一起代入 (24), 化简整理有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \sum_{i=1}^3 \left( s_i \dot{s}_i + \frac{1}{r_{Fi}} \tilde{\theta}_{Fi}^T \dot{\tilde{\theta}}_{Fi} + \frac{1}{r_{pi}} \tilde{p}_i^T \dot{\tilde{p}}_i \right) \leq \\ &\sum_{i=1}^3 \left[ -\bar{K}_{ii} s_i^2 + |s_i \omega_i| - \hat{p}_i |s_i| + \frac{1}{r_{Fi}} \tilde{\theta}_{Fi}^T \dot{\tilde{\theta}}_{Fi} - \right. \\ &\left. s_i \tilde{\theta}_{Fi}^T \xi_i(x, \dot{x}) + \frac{1}{r_{pi}} \tilde{p}_i^T \dot{\tilde{p}}_i \right] \leq \\ &-\sum_{i=1}^3 \bar{K}_{ii} s_i^2 \leq 0, \end{aligned} \quad (25)$$

因此有

$$V(s(t), \tilde{\theta}_{Fi}, \tilde{p}_i) \leq V(s(0), \tilde{\theta}_{Fi}, \tilde{p}_i). \quad (26)$$

根据 Barbalat 引理, 显然定理 1 成立.  $\square$

### 3.2 快变控制器

针对快变子系统方程 (10)~(13), 选择如下控制律:

$$\tau_{11f} = \tau_{12f} + \rho AL_{11} \cos(\theta_{12} + \theta_{13}) z_{f0}''', \quad (27)$$

$$\tau_{12f} = \tau_{13f} + \rho AL_{12} \cos \theta_{13} z_{f0}''', \quad (28)$$

$$\tau_{13f} = -\rho Az''_{f0} + \rho AL_{12} \cos \theta_{13} z_{f0}'''. \quad (29)$$

由此可得分布参数快变子系统闭环发展方程为

$$\partial^2 z_f / \partial \mu^2 + z_f^{(4)} = 0, \quad (30)$$

$$z_{f0} = z'_{f0} = z''_{fE} = z'''_{fE} = 0. \quad (31)$$

取状态空间  $L^2[0, 1]$ , 设  $H_1 = \text{span}\{1, r\}$ ,  $H_2$  是  $H_1$  在  $L^2[0, 1]$  上的直交补空间, 则  $L^2[0, 1] = H_1 \oplus H_2$ . 设  $P_1$  是空间  $L^2[0, 1]$  到  $H_1$  上的投影算子, 那么  $I - P_1$  为空间  $L^2[0, 1]$  到  $H_2$  上的投影算子.

在  $H_1$  空间上式 (30), (31) 可转化为

$$\frac{\partial^2 z_f}{\partial \mu^2} = 0, \quad (32)$$

$$z_f(r, 0) = P_1 \phi_0, \left. \frac{\partial z_f}{\partial \mu} \right|_{\mu=0} = P_1 \phi_1. \quad (33)$$

显然该偏微分方程可解, 其解为

$$z_f^{(1)} = a_1 + a_2 r + a_3 \mu + a_4 \mu r, \quad (34)$$

其中  $\phi_0$  和  $\phi_1$  为系统的初始条件. 常数  $a_1, a_2, a_3$  和  $a_4$  由  $P_1 \phi_0$  和  $P_1 \phi_1$  唯一确定.

在空间  $H_2$  上, 式 (30), (31) 可转化为

$$\frac{\partial^2 z_f}{\partial \mu^2} + z_f^{(4)} = 0, \quad (35)$$

$$z_{f0} = z'_{f0} = z''_{fE} = z'''_{fE} = 0, \quad (36)$$

$$z_f(r, 0) = (I - P_1) \phi_0, \left. \frac{\partial z_f}{\partial \mu} \right|_{\mu=0} = (I - P_1) \phi_1. \quad (37)$$

若方程 (35) 的解为  $z_f^{(2)}$ , 则投影前系统的解为

$$z_f = z_f^{(1)} + z_f^{(2)}. \quad (38)$$

该解中  $z_f^{(1)}$  形式已知, 要研究原系统解的情况只需研究  $z_f^{(2)}$ . 现在  $H_2$  空间上定义内积和算子  $A$  为

$$\langle u, v \rangle = \int_0^1 u(r) \overline{v(r)} dr, u, v \in H_2; \quad (39)$$

$$D(A) = \{\phi | \phi \in H_2\} \cup \{\phi | \phi(0) = \phi'(0) = \phi''(1) = \phi'''(1) = 0\}; \quad (40)$$

$$A\phi = \phi^{(4)}(r), \phi \in D(A). \quad (41)$$

**引理 1** 算子  $A$  是空间  $H_2$  上的自伴正定算子, 其逆算子  $A^{-1}$  存在, 且为有界线性算子.

**证明** 对任意  $\phi \in D(A)$ , 利用分部积分和算子  $A$  的边界条件可得

$$\langle A\phi, \phi \rangle = \int_0^1 |\phi''(r)|^2 dr \geq 0,$$

因此  $A$  是空间  $H_2$  上的正定算子, 并且有

$$N(A) = \{\phi \in D(A) | A\phi = 0\} = \{0\}.$$

对任意  $\lambda > 0$ , 有

$$\|(\lambda I + A)\phi\| \geq \lambda \|\phi\|,$$

显然  $A$  为闭算子. 因此,  $\overline{D(A^{-1})} = H_2$ , 即算子  $A^{-1}$  可延拓到  $H_2$  上成为有界线性算子.  $\square$

引入 Hilbert 空间  $H = H_2 \times H_2$ , 定义内积和范数为

$$\langle u, v \rangle_{H_2} = \langle u_1, v_1 \rangle + \langle u_2, v_2 \rangle, \|u\| = \sqrt{\langle u, u \rangle},$$

在空间  $H_2$  上的投影系统可进一步整理化简为

$$\frac{dy}{d\mu} = \tilde{A}y, y(0) = \begin{bmatrix} A^{\frac{1}{2}}(I - P_1)\phi_0 \\ (I - P_1)\phi_1 \end{bmatrix}. \quad (42)$$

其中

$$u = (u_1, u_2)^T, v = (v_1, v_2)^T, y_i = (y_{i1}, y_{i2})^T,$$

$$y_1 = A^{\frac{1}{2}} z_f, y_2 = \frac{dz_f}{d\mu}, \tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & A^{\frac{1}{2}} \\ -A^{\frac{1}{2}} & 0 \end{bmatrix}.$$

**引理 2** 当  $\text{Re} \lambda \geq 0, \lambda \neq 0$  时, 算子  $(\lambda^2 + A)^{-1}$  和  $(\lambda^{-1} + \lambda A^{-1})^{-1}$  存在且为  $H_2$  上的有界线性算子.

**证明** 设  $\lambda = \alpha + j\beta, \alpha \geq 0$ , 则有

$$\left\| \left( \lambda + \frac{1}{\lambda} A \right) r \right\| \|r\| \geq \left| \left\langle \left( \lambda + \frac{1}{\lambda} A \right) r, r \right\rangle \right| \geq \left( \alpha + \frac{\alpha\omega}{\alpha^2 + \beta^2} \right) \|r\|^2.$$

其中:  $\omega$  为  $A$  的最小特征值, 根据引理 1 可知  $\omega > 0, \lambda^2 + A$  为闭线性算子. 对任意  $r \in D(A)$ , 有

$$\text{Re} \langle -(\lambda + \lambda^{-1} A) r, r \rangle \leq - \left( \alpha + \frac{\alpha\omega}{\alpha^2 + \beta^2} \right) \|r\|^2.$$

即算子  $-(\lambda + \lambda^{-1}A)$  的数值域为

$$S\left(-\left(\lambda + \frac{1}{\lambda}A\right)\right) = \left\{ -\left\langle \left(\lambda + \frac{1}{\lambda}A\right)r, r \right\rangle : \|r\| = 1, r \in D\left(\lambda + \frac{1}{\lambda}A\right) \right\} \subseteq \left\{ \lambda | \operatorname{Re} \lambda \leq -\alpha + \frac{\alpha\omega}{\alpha^2 + \beta^2} \right\},$$

这表明  $0 \in \rho(\lambda^2 + A)$ , 因此  $(\lambda^2 + A)^{-1}$  存在且有界.

类似地, 利用反证法易证明  $(\lambda^{-1} + \lambda A^{-1})^{-1}$  为有界线性算子.  $\square$

**定理 2** 当  $\operatorname{Re} \lambda \geq 0, \lambda \neq 0$  时,  $\tilde{A}$  的预解式为

$$R(\lambda, \tilde{A}) = (\lambda I - \tilde{A})^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-\frac{1}{2}}(1/\lambda + \lambda A^{-1})^{-1}A^{-\frac{1}{2}} \\ -1/\lambda(1/\lambda + \lambda A^{-1})^{-1}A^{-\frac{1}{2}} \\ \leftarrow 1/\lambda(1/\lambda + \lambda A^{-1})^{-1}A^{-\frac{1}{2}} \\ A^{-\frac{1}{2}}(1/\lambda + \lambda A^{-1})^{-1}A^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix}.$$

由引理 1 和引理 2 可直接演算出定理 2 结果.

**引理 3** 当  $\operatorname{Re} \lambda \geq 0, \lambda \neq 0$  时, 以下两个算子族是一致有界算子族:

$$F_1(\lambda) = (\lambda^{-1} + \lambda A^{-1})^{-1}, \\ F_2(\lambda) = A^{-\frac{1}{2}}(\lambda^{-1} + \lambda A^{-1})^{-1}A^{-\frac{1}{2}}.$$

**证明** 设

$$z_\lambda = (\lambda^{-1} + \lambda A^{-1})^{-1}r, r \in H_2.$$

若  $\{\|z_\lambda\|\}$  关于  $\lambda$  无界, 则存在  $\lambda_0$  使得  $\lim_{\lambda \rightarrow \lambda_0} \|z_\lambda\| = +\infty$ . 令  $y_\lambda = z_\lambda / \|z_\lambda\|, \lambda = \alpha + j\beta, \lambda_0 = \alpha_0 + j\beta_0$ , 有

$$\begin{aligned} \langle (\lambda^{-1} + \lambda A^{-1})y_\lambda, y_\lambda \rangle = \\ \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \beta^2} + \alpha \langle A^{-1}y_\lambda, y_\lambda \rangle + \\ j \left[ \beta \langle A^{-1}y_\lambda, y_\lambda \rangle - \frac{\beta}{\alpha^2 + \beta^2} \right]. \end{aligned}$$

显然, 实部  $\operatorname{Re}(\langle (\lambda^{-1} + \lambda A^{-1})y_\lambda, y_\lambda \rangle) > 0$ , 然而

$$\lim_{\lambda \rightarrow \lambda_0} (\lambda^{-1} + \lambda A^{-1})y_\lambda = \lim_{\lambda \rightarrow \lambda_0} \frac{r}{\|z_\lambda\|} = 0,$$

二者彼此矛盾. 所以  $\{\|z_\lambda\|\}$  必一致有界. 再由共鸣定理可知  $F_1(\lambda)$  一致有界. 同理可证算子族  $F_2(\lambda)$  一致有界.  $\square$

**定理 3** 算子  $\tilde{A}$  是一个  $C_0$  半群  $T(\mu)$  的无穷小生成元, 满足当  $\mu \geq 0$  时,  $\|T(\mu)\| \leq Me^{-\delta\mu}$ , 其中  $M$  和  $\delta$  为正常数.

**证明** 因为  $A$  是自伴正定算子,  $(j\tilde{A})^* = j\tilde{A}$ , 由 Stone 定理可知,  $\tilde{A}$  是  $C_0$  半群  $T(\mu)$  的无穷小生成元, 并且  $\{\lambda | \operatorname{Re} \lambda \geq 0\} \subset \rho(\tilde{A})$ . 又因为  $0 \in \rho(\tilde{A})$ , 则计算可得

$$\tilde{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -A^{-\frac{1}{2}} \\ A^{-\frac{1}{2}} & 0 \end{bmatrix}.$$

若  $\operatorname{Re} \lambda \geq 0$  且  $\lambda \neq 0$ , 由引理 3 可知  $\tilde{A}$  的预解式  $R(\lambda, \tilde{A})$  是在右半闭平面上的解析函数, 且当  $|\lambda| \geq \lambda_0 > 0$  时, 有  $\|R(\lambda, \tilde{A})\| \leq M/|\lambda|$  成立, 其中  $1 \leq M < +\infty$ .

利用解析半群谱的性质以及  $\rho(\tilde{A})$  是开集的性质可知, 存在一个正常数  $\varepsilon$ , 使得  $\sigma(\tilde{A}) \subset \{\lambda | \operatorname{Re} \lambda \leq -\varepsilon\}$  成立. 从而由解析半群稳定性理论可知, 存在一个正常数  $\delta$ , 使得  $\|T(\mu)\| \leq Me^{-\delta\mu}$  在  $\mu \geq 0$  时成立.  $\square$

**定理 4** 快变子系统闭环发展方程 (30) 和 (31) 的解  $z_f$  是渐近稳定的, 即快变子系统 (10)~(13) 在振动反馈控制律 (27)~(29) 的作用下可使闭环子系统渐近稳定.

**证明** 由于  $z_f^{(2)}$  是系统 (35)~(37) 的解, 则化简后的一阶发展方程  $dy/d\mu = \tilde{A}y$  的解可以表示为

$$y = \begin{bmatrix} A^{\frac{1}{2}}z_f^{(2)} \\ dz_f^{(2)}/d\mu \end{bmatrix}.$$

由定理 2 可知它是渐近稳定的. 因此, 当  $\mu \rightarrow \infty$  时,  $A^{\frac{1}{2}}z_f^{(2)} \xrightarrow{\|\bullet\|} 0$ . 又因为  $A^{-\frac{1}{2}}$  为有界线性算子, 所以当  $\mu \rightarrow \infty$  时

$$z_f^{(2)} = A^{-\frac{1}{2}}(A^{\frac{1}{2}}z_f^{(2)}) \xrightarrow{\|\bullet\|} 0.$$

考虑式 (34) 和 (38), 当  $\mu \rightarrow \infty$  时, 有

$$\|z_f - (a_1 + a_2r + a_3\mu + a_4\mu r)\| \rightarrow 0$$

成立. 根据分布参数系统渐近稳定性理论可知, 快变子系统在控制律作用下闭环渐近稳定.  $\square$

### 3.3 协调控制器

利用奇异摄动理论<sup>[12]</sup>中的  $z_f = z - z_s$  和  $dz_s/d\mu = 0$ , 可得缩短时标后新的  $\tau_f$ . 故系统混合控制规律为

$$\tau = \tau_s + \tau_f. \tag{43}$$

系统在该控制律的作用下可保证渐近稳定, 且可完成轨迹跟踪和振动抑制的控制要求.

## 4 数值仿真

系统的相关参数详见文献 [11]. 系统的初始位置和期望轨迹分别为

$$\theta_{s0} = [0.7 \ 0.5 \ 0.2]^T,$$

$$\theta_{sd} = [0.5 \cos 2t \ 0.7 \sin 2t \ 0.7 \sin t]^T.$$

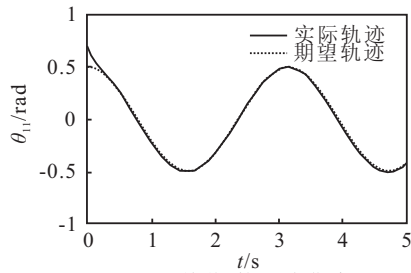
本文采用单点模糊化、乘积推理和中心平均加权解模糊所构成的模糊逻辑系统对系统不确定性进行逼近. 自适应参数赋初值如下:

$$\hat{\theta}_{F1} = \hat{\theta}_{F2} = \hat{\theta}_{F3} = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T,$$

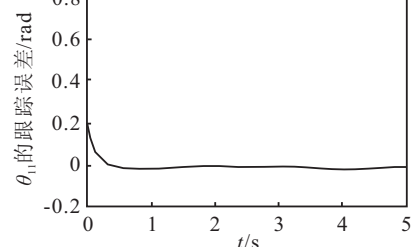
$$\hat{p}_1 = \hat{p}_2 = \hat{p}_3 = 0.$$

其他控制器参数选取为:  $\bar{K} = \operatorname{diag}(400, 400, 400)$ ,  $r_{p1} = r_{p2} = r_{p3} = 100$ ,  $r_{F1} = r_{F2} = r_{F3} = 10$ ,  $k_1 = 50$ ,  $k_2 = 0.07$ .

对于文中所建立分布参数模型, 采用本征值展开法取其有限维近似, 本文选取 2 维, 系统在 5 s 内的仿真结果如图 1~图 4 所示.

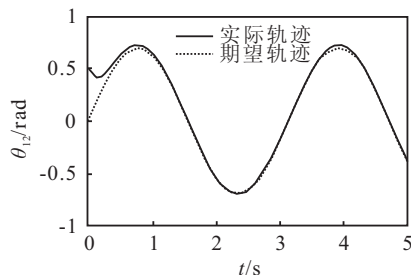


(a) 关节1的跟踪曲线

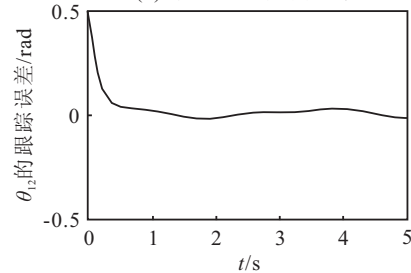


(b) 关节1的跟踪误差

图1 关节1的跟踪轨迹

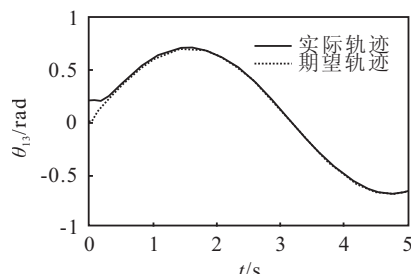


(a) 关节2的跟踪曲线



(b) 关节2的跟踪误差

图2 关节2的跟踪轨迹



(a) 关节3的跟踪曲线

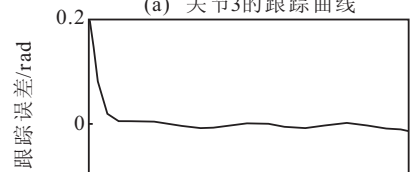


图3 关节3的跟踪轨迹

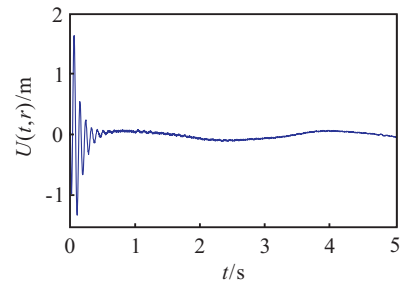


图4 振动抑制曲线

由图4可见,大约0.5s后,系统进入稳态,跟踪上预先给定的轨迹,跟踪误差保持在较小的范围内,大约1s后,系统弹性振动得到有效抑制。

## 5 结论

本文建立了刚性机械臂协调操作柔性负载多体动力学系统的分布参数模型,避免了传统集中参数模型所带来的问题.并针对奇异摄动分解后的两个子系统,分别设计了控制器.在集中参数慢变子系统中,利用模糊系统的通用逼近性定理,当系统存在不确定性的情况时,设计了自适应模糊滑模控制器.在分布参数快变子系统中,基于算子半群理论,设计了使闭环渐近稳定的振动反馈控制器.仿真研究表明,所设计的控制器不但可跟踪系统的期望轨迹,而且能有效抑制系统的弹性振动,从而取得了满意的控制效果。

## 参考文献(References)

- [1] Ji Y C, Park Y K. Optimal input design for a cooperating robot to reduce vibration when carrying flexible objects[J]. *Robotica*, 1998, 14(2): 12-24.
- [2] Tavasoli A, Eghtesad M, Jafarian H. Two-time scale control and observer design for trajectory tracking of two cooperating robot manipulators moving a flexible beam[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2009, 57(2): 212-221.
- [3] Edward J P, James K M. Dynamic modeling of flexible payloads grasped by actuated grippers using component mode synthesis[C]. *IEEE Int Conf on Robotics and Automation*. Washington, 2002: 2443-2448.
- [4] Edward J P, James K M. Static shape and vibration control of flexible payloads with applications to robotic assembly[J]. *ASME Trans on Mechatronics*, 2005, 10(6): 675-687.
- [5] Amer S Y, Jamil A, Hsia T C. Modeling and control of two manipulators handling a flexible object[J]. *J of the Franklin Institute*, 2006, 344(5): 349-361.
- [6] Sun D, Liu Y H. Position and force tracking of a two-manipulator system manipulating a flexible beam[J]. *J of Robotic Systems*, 2001, 18(4): 197-212.