

混合弹流润滑下人字齿轮系统动态啮合效率研究

王 峰, 方宗德, 王侃伟

(西北工业大学 机电学院, 西安 710072)

摘 要: 为准确有效计算人字齿轮啮合效率, 更好分析人字齿轮系统传动特性, 建立滚动轴承支撑、同时考虑啮合刚度激励、啮合冲击激励及齿面啮合摩擦激励的人字齿轮传动系统 12 自由度动力学模型。分析啮合齿面润滑机理, 通过齿面接触分析及轮齿承载接触分析程序, 计算啮合齿面滑动摩擦系数及摩擦损失功率; 在此基础上获得人字齿轮动态啮合载荷下齿面动态啮合效率。以人字齿轮传动系统参数为实例进行验证, 分别计算齿面啮合静态效率、齿面啮合动态效率及参照 AGMA 标准的啮合效率。结果表明, 齿面啮合效率以啮合齿频为周期, 动态啮合效率低于静态啮合效率, 符合因各动态激励因素存在导致系统能耗增大趋势, 计算结果均值与 AGMA 标准值基本一致。表明该计算方法合理有效。

关键词: 人字齿轮; 混合弹流; 齿面摩擦; 动态响应; 啮合效率

中图分类号: TH132; O322

文献标志码: A

DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2014.16.027

Dynamics meshing efficiency of herringbone gears under mixed elastohydrodynamic lubrication condition

WANG Feng, FANG Zong-de, WANG Kan-wei

(School of Mechatronics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: In order to accurately establish the dynamic model of helical gears, and to know more about vibration characteristics of the helical gear system, a meshing stiffness calculation method was put forward based on tooth contact load analysis and in consideration of the torsional deformation of shaft. The dynamic models of helical gears established by the decomposition of meshing stiffness in major domestic literatures were analyzed and their violation of theoretical mechanics was pointed out. Based on the decomposition of force and vibration displacement, a vibration model of helical gears was established considering the meshing stiffness excitation and corner meshing impact excitation. Taking a helical gear transmission system as an example, the results consistently indicate that the method of tooth contact load analysis can easily and accurately calculate the teeth meshing stiffness. The results based on the decomposition of force and vibration displacement are in good agreement with the theoretical ones.

Key words: double helical gear; elastohydrodynamic lubrication; tooth surface friction; dynamic response; meshing efficiency

人字齿轮系统作为大型、重载机械系统重要传动部件^[1], 其传动效率直接影响系统传动品质, 而造成齿轮传动系统功率损失因素多种多样, 主要由轮齿间啮合损失功率、轴系零件之间摩擦损失及轮齿搅油损失等^[2]。轮齿啮合功率损失为主要部分; 因此建立含滚动摩擦、滑动摩擦的齿面啮合损失功率计算方法对分析控制齿面摩擦损失具有现实意义。文献[3]经分析弹流润滑状态下轮齿啮合特性, 提出标准直齿传动的

滑动功损及滚动功损计算方法, 揭示齿轮几何设计参数与滑动功损间之关系, 可为设计提供参考; 文献[4]通过推导混合弹流润滑下齿轮平均滑动摩擦系数, 结合弧齿锥齿轮几何接触特性与承载接触特性, 计算其瞬时接触椭圆长轴各点滑动摩擦功率损失, 积分获得弧齿锥齿轮传动系统齿面综合啮合效率; 文献[5]提出通过对人字齿轮齿面所有瞬时接触点滑动摩擦功率损失进行拟合并积分的人字齿轮滑动摩擦功率损失计算方法, 获得单对啮合轮齿从进入啮合到退出啮合的滑动摩擦功损; 文献[6]对比表面光洁度达 0.05 μm 的精制齿面与常规齿面的摩擦损失, 通过试验验证精制齿面可有效降低齿面摩擦损失。以上文献对齿面摩擦损失分析计算均将啮合齿面承受载荷作为恒定量考虑,

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51175423, 51375384)

收稿日期: 2013-08-01 修改稿收到日期: 2013-09-10

第一作者 王峰 男, 博士生, 1986 年生

通信作者 方宗德 男, 教授, 博士生导师, 1948 年生

邮箱: fauto@nwpu.edu.cn

而实际齿轮传动过程中,因存在各种激励因素,齿面啮合载荷呈动态变化,对齿面动载荷下啮合效率计算未见报道。

本文建立滚动轴承支撑,同时考虑啮合刚度激励、齿面摩擦激励、啮合冲击激励的人字齿轮传动系统 12 自由度动力学模型,计算获得齿面动态啮合载荷;通过分析混合弹流润滑状态下齿面综合摩擦系数,结合动态载荷下人字齿轮齿面接触分析及齿面承载接触分析程序,综合考虑参与啮合齿对数与啮合齿面接触椭圆离散点,获得人字齿轮齿面摩擦损失功率及齿面啮合效率,并将其与静态载荷下啮合效率比较。

1 滚动轴承支撑人字齿轮动态啮合力

若不考虑制造安装误差等因素,人字齿轮传动系统可作为直齿轮考虑,所建分析模型与直齿轮副啮合耦合型振动分析模型结论相同;而实际的人字齿轮传动远较该模型复杂,因人字齿轮两斜齿轮不可能达到理想的完全啮合,故一对人字齿轮传动中必有一个齿轮允许轴向浮动,以通过小轮轴向窜动使左右斜齿轮副达到均载^[7]。本文综合考虑误差激励、刚度激励、啮合冲击激励、齿面混合弹流润滑摩擦激励,建立滚动轴承支撑人字齿轮 12 自由度啮合型弯-扭-轴耦合振动模型见图 1。系统广义位移列阵表示为

$\{\delta\} = \{y_{p1}, z_{p1}, \theta_{p1}, y_{g1}, z_{g1}, \theta_{g1}, \dots, y_{p2}, z_{p2}, \theta_{p2}, y_{g2}, z_{g2}, \theta_{g2}\}^T$
 式中: $y_{ij}, z_{ij}, \theta_{ij} (i=p, g; j=1, 2)$ 为主、从动人字齿轮中心点 O_{p1}, O_{p2} 及 O_{g1}, O_{g2} 在 y, z 向平动位移与转角位移。

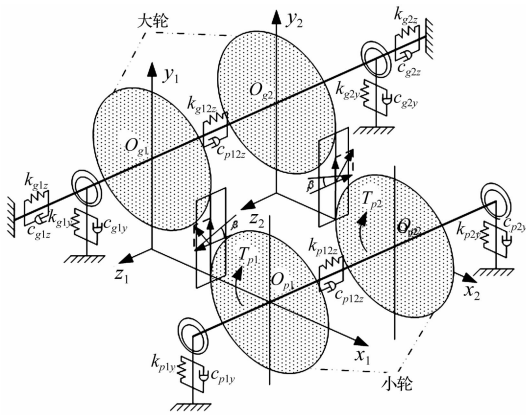


图 1 人字齿轮 12 自由度啮合型弯-扭-轴耦合振动模型

Fig. 1 Twelve degrees of freedom coupling vibration model of herringbone gear

据牛顿力学定律,由图 1 得系统动力学方程为

$$\left. \begin{aligned} m_{p1} \ddot{y}_{p1} + c_{p1y} \dot{y}_{p1} + k_{p1y} y_{p1} &= -F_{y1} \\ m_{p1} \ddot{z}_{p1} + c_{p1z} (\dot{z}_{p1} - \dot{z}_{p2}) + k_{p1z} (z_{p1} - z_{p2}) &= -F_{z1} \\ I_{p1} \ddot{\theta}_{p1} &= -F_{y1} R_p + F_{n1} \chi_{p1} + T_{p1} - F_{s1} R_p \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{aligned} m_{g1} \ddot{y}_{g1} + c_{g1y} \dot{y}_{g1} + k_{g1y} y_{g1} &= F_{y1} \\ m_{g1} \ddot{z}_{g1} + c_{g1z} \dot{z}_{g1} + k_{g1z} z_{g1} + c_{g1z} (\dot{z}_{g1} - \dot{z}_{g2}) + k_{g1z} (z_{g1} - z_{g2}) &= F_{z1} \\ I_{g1} \ddot{\theta}_{g1} &= F_{y1} R_g - F_{n1} \chi_{g1} - T_{g1} + F_{s1} R_g \end{aligned} \right\} (2)$$

$$\left. \begin{aligned} m_{p2} \ddot{y}_{p2} + c_{p2y} \dot{y}_{p2} + k_{p2y} y_{p2} &= -F_{y2} \\ m_{p2} \ddot{z}_{p2} - c_{p1z} (\dot{z}_{p1} - \dot{z}_{p2}) - k_{p1z} (z_{p1} - z_{p2}) &= -F_{z2} \\ I_{p2} \ddot{\theta}_{p2} &= -F_{y2} R_p + F_{n2} \chi_{p2} + T_{p2} - F_{s2} R_p \end{aligned} \right\} (3)$$

$$\left. \begin{aligned} m_{g2} \ddot{y}_{g2} + c_{g2y} \dot{y}_{g2} + k_{g2y} y_{g2} &= F_{y2} \\ m_{g2} \ddot{z}_{g2} + c_{g2z} \dot{z}_{g2} + k_{g2z} z_{g2} - c_{g1z} (\dot{z}_{g1} - \dot{z}_{g2}) - k_{g1z} (z_{g1} - z_{g2}) &= F_{z2} \\ I_{g2} \ddot{\theta}_{g2} &= F_{y2} R_g - F_{n2} \chi_{g2} - T_{g2} + F_{s2} R_g \end{aligned} \right\} (4)$$

式中: $m_{p1}, m_{p2}, m_{g1}, m_{g2}, I_{p1}, I_{p2}, I_{g1}, I_{g2}$ 分别为人字齿轮左右小、大齿轮质量及转动惯量; R_p, R_g 为小、大轮基圆半径; $c_{p1y}, k_{p1y}, c_{p2y}, k_{p2y}, c_{g1y}, k_{g1y}, c_{g2y}, k_{g2y}$ 为单个滚动轴承径向等效支撑阻尼及刚度; $c_{g1z}, k_{g1z}, c_{g2z}, k_{g2z}$ 为大齿轮轴向支撑阻尼及刚度; $c_{p1z}, k_{p1z}, c_{p2z}, k_{p2z}$ 为左右两齿中间退刀槽部分轴向等效支撑阻尼及刚度; $\chi_{p1}(t), \chi_{g1}(t), \chi_{p2}(t), \chi_{g2}(t)$ 分别为人字齿轮左右啮合斜齿轮副大小轮摩擦力矩系数,具体计算原理另文撰写,此处仅给出简要计算式,即

$$\left. \begin{aligned} \chi_{ij}(t) &= \sum_{c=1}^{c_0} \lambda_{ij,c}(t) \mu_{ij,c}(t) X_{ij,c}(t) \\ (i=p, g, j=1, 2) \end{aligned} \right\} (5)$$

式中: c 为接触轮齿对数; $\lambda_{ij,c}(t)$ 为接触齿对载荷分配系数; $\mu_{ij,c}(t)$ 为接触齿面摩擦系数; $X_{ij,c}(t)$ 为接触齿面等效力臂。

$$F_{si}(t) = v_{si}(t) \sqrt{\frac{I_1 I_2}{(I_1 r_{b2}^2 + I_2 r_{b1}^2) q_{si}(t)}}, (i=1, 2) (6)$$

式中: $F_{s1}(t), F_{s2}(t)$ 为人字齿轮左右啮合斜齿轮副啮入冲击力激励; $v_{si}(t)$ 为单侧斜齿啮入冲击速度; $q_{si}(t)$ 为单侧斜齿轮副柔度; I_1, I_2 分别为大小轮转动惯量; r_{b1}, r_{b2} 分别为大小轮基圆半径。

由式(1)~式(4)求解得左右齿面动态啮合力为

$$\left. \begin{aligned} F_{n1} &= c_{m1} [\cos\beta_1 (\dot{y}_{p1} - \dot{y}_{g1} + R_p \dot{\theta}_{p1} - R_g \dot{\theta}_{g1}) + \sin\beta_1 (\dot{z}_{p1} - \dot{z}_{g1} + \dot{\varepsilon}_z)] + \\ &k_{m1} [\cos\beta_1 (y_{p1} - y_{g1} + R_p \theta_{p1} - R_g \theta_{g1}) + \sin\beta_1 (z_{p1} - z_{g1} + \varepsilon_z)] \\ F_{n2} &= c_{m2} [\cos\beta_2 (\dot{y}_{p2} - \dot{y}_{g2} + R_p \dot{\theta}_{p2} - R_g \dot{\theta}_{g2}) + \sin\beta_2 (\dot{z}_{p2} - \dot{z}_{g2} + \dot{\varepsilon}_z)] + \\ &k_{m2} [\cos\beta_2 (y_{p2} - y_{g2} + R_p \theta_{p2} - R_g \theta_{g2}) + \sin\beta_2 (z_{p2} - z_{g2} + \varepsilon_z)] \end{aligned} \right\} (7)$$

式中: $\beta_1 = \beta, \beta_2 = \beta$ 为人字齿轮左右斜齿轮副螺旋角;

$k_{m1}(t), k_{m2}(t)$ 分别为人字齿轮左右单侧斜齿轮副法向时变啮合刚度; c_{m1}, c_{m2} 为人字齿轮左右单侧斜齿轮副法向啮合阻尼; ε_z 为通过承载接触分析所得人字齿轮系统浮动小轮轴向窜动量。说明一点, 本文轮齿综合啮合刚度由考虑齿面及安装误差的轮齿承载接触分析计算获得, 即误差激励已含在啮合刚度中。

2 人字齿轮齿面动态啮合效率计算

2.1 啮合齿面摩擦机理

齿轮传递能量时在某些时刻轮齿应力集中在较小区域, 其上作用力较大, 若轮齿直接接触, 因摩擦、磨损作用齿轮损坏较快。润滑油则可在工作面间形成薄液体膜, 使工作面不直接接触从而减少摩擦、降低磨损。人字齿轮传动时有两种润滑状态: ① 轮齿啮合齿面借助滑动速度产生的粘性流体膜将两摩擦表面完全隔开, 油膜厚度远大于表面粗糙度, 此状态称流体动力润滑; ② 低速重载时则可靠边界润滑将啮合的齿面分开, 此状态称边界润滑, 由于油膜较薄, 轮齿金属-金属接触发生较多^[8]。

实际传动中不存在绝对光滑的轮齿齿面, 几乎所有齿轮均工作在混合弹流润滑状态, 即啮合齿面之间既有弹流润滑油膜, 也存在粗糙峰接触边界润滑的混合状态, 见图 2。

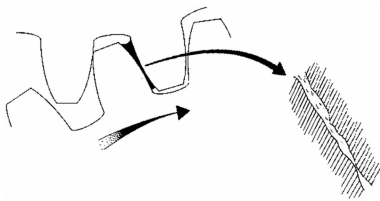


图 2 轮齿齿面接触状态

Fig. 2 The tooth surface contact state

混合弹流润滑条件下瞬时齿面综合摩擦系数可表示为

$$\mu_{ML} = f_{\alpha}\mu_{EL} + (1 - f_{\alpha})\mu_{BL} \quad (8)$$

式中: μ_{ML} 为混合润滑条件下摩擦系数; μ_{EL} 为全膜润滑条件下摩擦系数; μ_{BL} 为边界润滑条件下摩擦系数, 实验所测该系数摩擦因数在 0.07 ~ 0.15 之间; f_{α} 为在混合润滑状态下点接触载荷分布百分比^[9]。

参考 EHL 模型^[9] 求解全膜润滑状态下摩擦系数为

$$\mu_{EL} = e^{f(SR(t), P_h(t), \eta_M, S)} P_h^{b_2}(t) |SR(t)|^{b_3} v_e^{b_6}(t) \eta_M \rho^{b_8}(t) \quad (9)$$

$$f[SR(t), P_h(t), \eta_M, S] = b_1 + b_4 |SR(t)| P_h(t) \log_{10} \eta_M + b_4 e^{-|SR(t)| P_h(t) \log_{10}(\eta_M)} + b_9 e^S \quad (10)$$

式中: $SR(t)$ 为齿面速度滑滚比; $\rho(t)$ 为接触齿面啮合点等效曲率半径; $P_h(t)$ 为齿面接触点赫兹应力; η_M 为润滑

油动态粘滞度; $b_1 \sim b_9$ 为系数^[9], 取 $b_1 = -8.916465$, $b_2 = 1.03303$, $b_3 = 1.036077$, $b_4 = -0.354068$, $b_5 = 2.812084$, $b_6 = -0.100601$, $b_7 = 0.752755$, $b_8 = -0.390958$, $b_9 = 0.620305$ 。

2.2 动态啮合效率计算

由计算获得啮合齿面任意啮合位置点齿面摩擦系数, 人字齿轮螺旋角较大, 某瞬时同时有几对轮齿参与啮合, 而每对啮合轮齿接触齿面印痕又扩展为 1 块椭圆区域。由轮齿承载接触分析所得某人字齿轮单侧齿面啮合接触迹线离散示意图(黑点为接触椭圆中心)见图 3, 共 14 条接触线, 每 5 个间隔为 1 个啮合周期即转过 1 个齿, 1 个啮合周期内每瞬时接触情况见表 1, 其中 Angle 为小轮在 1 个啮合周期内转过的角度。

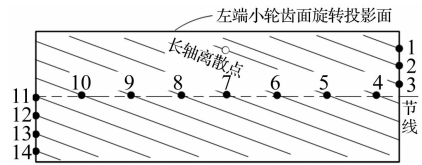


图 3 齿面啮合接触迹线印痕

Fig. 3 The contact trace of tooth meshing

表 1 轮齿啮合接触情况

Tab. 1 Tooth meshing situations

小轮转动角度	参与啮合接触线编号
0	1, 6, 11
1/5 × Angle	2, 7, 12
2/5 × Angle	3, 8, 13
3/5 × Angle	4, 9, 14
4/5 × Angle	5, 10
Angle	1, 6, 11

系统给定齿面载荷时, 通过轮齿承载接触分析获得 1 个啮合周期内所有网格点载荷分布系数、综合曲率半径、相对滑动速度、相对滚动速度^[10-11] 等信息, 通过混合弹流润滑模型求出 1 个啮合周期内所有网格点的摩擦损耗功率, 结合表 1 每瞬时轮齿接触情况计算啮合周期内各啮合位置齿面啮合损失功率为

$$P_{fk} = \sum_{i=1}^{ceil(\frac{n+1-k}{5})} \sum_{j=1}^{\tau_{k+5(i-1)}} F \lambda_{k+5(i-1), j} \mu_{k+5(i-1), j} |V_{k+5(i-1), j}| \quad (k=1, 2, 3, 4, 5) \quad (11)$$

式中: F 为啮合齿面法向力; n 为单齿面由进入啮合到退出啮合过程中齿面离散啮合线总数; k 为 1 个周期内小轮转角序号; $\tau_{k+5(i-1)}$ 为齿面第 $k+5(i-1)$ 条接触线上离散接触点个数; $\lambda_{k+5(i-1), j}$, $\mu_{k+5(i-1), j}$, $V_{k+5(i-1), j}$ 分别为齿面上第 $k+5(i-1)$ 条接触线上第 j 个离散接触点载荷分配系数、摩擦系数及相对滑动速度; $ceil$ 为函数, 取大于该数的最小整数。

以上阐述为给定齿面载荷 F 下 1 个啮合齿频周期内人字齿轮啮合齿面摩擦损失。为计算齿面动态啮合力下齿面动态摩擦损失, 本文计算思路为: 先将动态啮合力 $F_n(t)$ 从小到大分 5 等份 $F_{n_i}(i=1, 2, \dots, 5)$, 分别对 F_{n_i} 进行齿面啮合损失功率计算, 并分别拟合出在 5 种载荷下啮合功率损失曲线, 通过插值分别计算每时刻对应载荷的啮合功率损失。人字齿轮动态啮合效率计算式为

$$\eta_D(t) = 1 - \frac{P[F_{n_1}(t)] + P[F_{n_2}(t)]}{P_r} \quad (12)$$

式中: $P[F_{n_1}(t)]$, $P[F_{n_2}(t)]$ 分别为人字齿轮左右啮合齿面在动态载荷下齿面摩擦损失功率; P_r 为系统输入总功率。

3 实例验证与结果分析

为验证本文所提人字齿轮动态啮合效率计算方法, 选人字齿轮传动系统基本参数计算分析, 见表 2。

表 2 某单级人字齿轮副参数

Tab. 2 The parameters of a herringbone gear pair

参 数	小齿轮(主动轮) 大齿轮(被动轮)	
法向模数/mm	6	
端面压力角/(°)	20	
螺旋角/(°)	24.43	
退刀槽宽度/mm	58	
润滑油动态粘滞度/(Pa·s)	0.044	
精度等级	6	
负载扭矩/(N·m)	—	800
输入转速/(r·min ⁻¹)	2000	—
轮齿齿数	17	44
轮齿旋向	左右旋	右左旋
齿宽/mm	55	55

用本文方法分别计算恒定啮合力与考虑动态啮合力下齿面啮合效率。以啮合齿频为周期的啮合效率曲线见图 4、图 5。由图 4 得人字齿轮齿面静态啮合效率以啮合齿频为周期波动, 均值为 99.1%; 而考虑齿面动态载荷的人字齿轮动态啮合效率波动则较明显, 其平均效率为 98.8%。考虑齿面动态啮合力的齿面动态啮合效率低于静态啮合效率, 与实际传动中齿面误差、刚度波动及啮合冲击等因素使传动质量降低、增大功耗理论相符合; 而按美高齿 AGMA 标准^[12] 计算所得高速人字齿轮齿面啮合效率为 98.9%, 进一步验证本文计算结果合理有效。美高齿 AGMA 标准计算式为

$$\eta_{AG} = 1 - \frac{P_M}{P_r} = 1 - (22 - 0.8\alpha_n)0.02 \left[\frac{(z_1 + z_2)}{z_1 z_2} \right] \quad (13)$$

式中: P_M 为人字齿轮左右啮合齿面啮合损失功率; α_n 为齿面基圆压力角; z_1, z_2 分别为大小齿轮齿数。

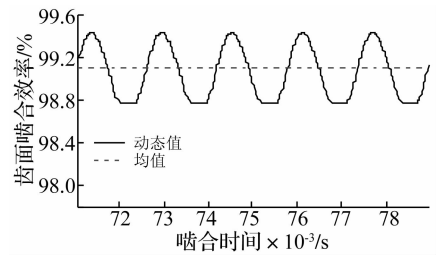


图 4 人字齿轮齿面静态啮合效率

Fig. 4 Herringbone gear tooth static meshing efficiency

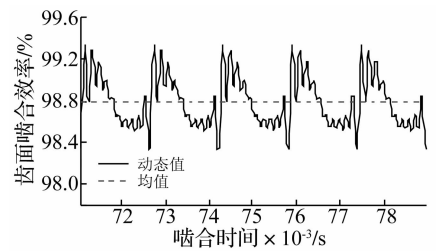


图 5 人字齿轮齿面动态啮合效率

Fig. 5 Herringbone gear tooth dynamic meshing efficiency

4 结 论

(1) 建立滚动轴承支撑、同时考虑啮合刚度激励、啮合冲击激励及齿面啮合摩擦激励的人字齿轮传动系统 12 自由度动力学模型, 求得齿面动态啮合载荷。

(2) 分析啮合齿面润滑机理, 通过轮齿啮合原理并结合齿面接触分析及轮齿承载接触分析程序, 详细计算啮合齿面滑动摩擦系数及摩擦损失功率, 进一步得出人字齿轮在动态啮合载荷下齿面动态啮合效率。

(3) 以 1 对人字齿轮传动系统参数为例进行验证, 分别计算齿面啮合静态效率、齿面啮合动态效率及参照 AGMA 标准的人字齿轮啮合效率。啮合位置不一致时, 齿面啮合效率呈现以啮合齿频为周期, 且动态啮合效率低于静态啮合效率, 符合因存在各动态激励因素导致系统能耗增大趋势, 计算结果平均值与 AGMA 标准值基本一致, 表明本文人字齿轮齿面动态啮合效率计算方法合理有效。

参 考 文 献

- [1] Diab Y, Ville F, Velex P. Investigations on power losses in high-speed gears [J]. Journal of Engineering Tribology, 2006, 220(3): 191-198.
- [2] 姚建初, 陈义保, 周济. 齿轮传动啮合效率计算方法的研究[J]. 机械工程学报, 2001, 37(11): 18-21.
YAO Jian-chu, CHEN Yi-bao, ZHOU Ji. Study on a method for calculating gearing meshing efficiency [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2001, 37(11): 18-21.
- [3] 周哲波. 弹流润滑状态下齿轮啮合效率的研究[J]. 机械设计, 2004, 21(12): 40-43.
ZHOU Zhe-bo. Study on gear meshing efficiency under condition of elasto-hydrodynamic lubrication [J]. Journal of Machine Design, 2004, 21(12): 40-43.
- [4] 谷建功, 方宗德, 苏进展. 混合弹流润滑下弧齿锥齿轮传

