

文章编号: 1001-0920(2012)06-0875-06

具有局部已知转移概率的连续时间 Markov 跳跃线性系统 稳定性分析和镇定的新方法

沈淑梅¹, 沈谋全², 王明顺²

(1. 中国航空工业集团公司 洛阳电光设备研究所, 河南 洛阳
471023; 2. 东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110819)

摘要: 考虑转移概率为部分已知情形下的连续时间 Markov 跳跃系统的稳定性和镇定问题. 通过充分利用转移概率的边界信息, 将现有文献中局部已知转移概率的定义进行了推广. 通过充分使用连续时间 Markov 跳跃线性系统转移概率矩阵行和为零的性质, 得到了新的基于线性矩阵不等式的稳定性分析和状态反馈镇定条件. 当转移概率为完全已知时, 所给出的条件便退化为现有文献的结果. 最后, 仿真算例表明了所给出方法的有效性.

关键词: Markov 跳跃线性系统; 部分已知转移概率; 参数依赖 Lyapunov 函数; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273

文献标识码: A

A new approach of stability analysis and stabilization for continuous-time Markov jump linear system with partly known transition probabilities

SHEN Shu-mei¹, SHEN Mou-quan², WANG Ming-shun²

(1. Luoyang Electro-optical Equipment Research Institute, Aviation Industry Corporation of China, Luoyang 471023, China; 2. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Correspondent: SHEN Mou-quan, E-mail: mouquanshen@gmail.com)

Abstract: This paper considers the stability analysis and stabilization of continuous-time Markov jump linear systems(MJLSs) with partly known transition probabilities. According to the bounds of transition probabilities, the partly known transition probabilities considered cover the cases of known, unknown with known bounds and completely unknown. New sufficient conditions which can be applied to stability analysis and stabilization for the considered system are obtained in terms of LMIs. In the case that the transition probabilities are known, the results proposed are reduced to the existing ones. Finally, a numerical example verifies the effectiveness of the proposed method.

Key words: Markov jump linear systems; partly known transition probabilities; parameter dependent Lyapunov function; linear matrix inequalities

1 引言

Markov 跳跃系统常用来描述系统在运行过程中受到故障、环境噪声的干扰和操作点的变化导致系统运行在多个模态的现象^[1-3]. 由于 Markov 跳跃系统具有广泛的工程应用背景, 人们对 Markov 系统进行了大量的研究, 并取得了丰硕的成果^[4-18]. 注意到在这些文献中, 大部分成果都基于转移概率完全已知的假设. 对于实际控制系统而言, 转移概率通常与物理系统实际运行状况有一定的联系. 由于物理系统在运

行过程中往往存在不确定因素以及测量条件的制约, 导致转移概率无法准确测量, 使得测量到的转移概率存在以下 3 种情况: 1) 已知; 2) 未知但其变化的范围能够得到; 3) 任何信息都没有. 虽然文献 [4] 和 [5] 考虑了不确定转移概率, 即转移概率存在多胞型不确定性, 但仍然是转移概率为完全已知的范围内. 尽管文献 [6] 讨论了局部未知的问题, 但是该局部已知仅考虑了转移概率或者完全知道, 或者完全不知道的情形. 此外, 该文献在对未知转移概率的处理上使用的

收稿日期: 2010-12-29; 修回日期: 2011-05-04.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60974043); 111 工程项目(B08015); 国家自然科学基金青年基金项目(60904010); 国家创新研究群体研究基金项目(60821063).

作者简介: 沈淑梅(1973-), 女, 工程师, 从事总线接口与控制的研究; 沈谋全(1980-), 男, 博士, 从事 Markov 跳跃系统、网络控制系统的研究.

方法过于保守.

针对以上问题, 依据转移概率的边界信息, 本文将文献 [6] 的局部已知转移概率推广到更一般的情形, 即转移概率可以是已知、未知但变化的范围已知和完全未知. 通过充分利用连续时间 Markov 跳跃线性系统转移概率行和为零的性质, 给出了一个新的系统稳定性分析和反馈控制器镇定的充分条件, 该条件可以使用 Matlab 的 LMI 工具箱进行求解. 仿真算例表明了本文方法的有效性.

2 问题描述

考虑如下连续时间 Markov 跳跃线性系统:

$$\dot{x}(t) = A(r(t))x(t) + B(r(t))u(t). \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n$ 和 $u(t) \in R^m$ 分别为系统的状态和控制输入, $A(r(t))$ 和 $B(r(t))$ 为相应维数的已知常数矩阵. 对于连续时间 Markov 系统, $r(t)$ 为在有限集 $\mathcal{I} = \{1, 2, \dots, N\}$ 中取值的连续时间 Markov 过程, 并具有如下性质:

$$\Pr\{r(t+dt) = j | r(t) = i\} = \begin{cases} \pi_{ij}dt + o(dt), & i \neq j; \\ 1 + \pi_{ii}dt + o(dt), & i = j. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $dt > 0$, $\lim_{dt \rightarrow 0} \frac{o(dt)}{dt} = 0$. π_{ij} 为从模态 i 到模态 j 的转移概率且具有如下性质:

$$\begin{cases} \pi_{ij} \geq 0, \forall i \neq j \in \mathcal{I}; \\ \sum_{j=1, i \neq j}^N \pi_{ij} = -\pi_{ii}, i = 1, 2, \dots, N. \end{cases}$$

现有文献在研究连续 Markov 跳变系统时, 大都基于转移概率为完全已知的假设. 由于实际物理系统因环境及测量条件的局限性, 导致转移概率的测量存在不确定性, 即转移概率可能会出现已知、未知但其边界已知和完全未知的情形. 本文研究部分已知转移概率的情况. 为了更清楚地描述上面所考虑的转移概率, 给出如下的转移概率矩阵来说明问题:

$$\begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} & \pi_{14} \\ ? & ? & \pi_{23} & \pi_{24} \\ \alpha & \pi_{32} & ? & \pi_{34} \\ \pi_{41} & ? & \beta & ? \end{bmatrix}. \quad (3)$$

其中: ? 表示完全未知, α 和 β 表示测得的转移概率在某个区间内变化, π_{ij} 表示转移概率能够精确测量. 针对上述转移概率, 将其表示为如下两个集合:

$$\mathcal{I}_k^i \triangleq \{j | \underline{\pi}_{ij} \leq \pi_{ij} \leq \bar{\pi}_{ij}\}, \mathcal{I}_{uk}^i \triangleq \{j : j \notin \mathcal{I}_k^i\}. \quad (4)$$

其中 $\underline{\pi}_{ij}$ 和 $\bar{\pi}_{ij}$ 分别为 π_{ij} 的上下边界.

注 1 对于一个已知元素, 通常可认为其上下边界相等. 因此, 集合 \mathcal{I}_k^i 包含了转移概率为完全已知的情形.

情形.

为便于讨论, 本文用 \mathcal{L}_k^i 和 \mathcal{L}_{uk}^i 分别表示每行转移概率除对角元以外的已知和未知元素下标的集合, 即

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_k^i &\triangleq \{m | m \in \mathcal{I}_k^i \text{ and } m \neq i\}, \\ \mathcal{L}_{uk}^i &\triangleq \{m | m \in \mathcal{I}_{uk}^i \text{ and } m \neq i\}. \end{aligned}$$

首先, Markov 系统均方稳定的定义如下:

定义 1^[7] 对于 Markov 系统 (1), 当其满足 $u(k) = 0$ 和任意初始条件 $x_0 \in R^n$ 时, 所有 $r(k) \in \mathcal{I}$, 如果下式成立:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E\{\|x(t)\|^2 | x_0\} = 0, \quad (5)$$

则该系统是均方 (MSS) 稳定的.

本文的主要任务是, 首先针对具有局部已知转移概率 (4) 的系统 (1), 研究其稳定性问题; 然后设计状态反馈控制器 $u(t) = K(r(t))x(t)$ 使如下闭环系统稳定:

$$\dot{x}(t) = (A(r(t)) + B(r(t))K(r(t)))x(t). \quad (6)$$

下面的引理描述了系统 (1) 在转移概率完全已知的情况下均方稳定所需满足的不等式条件.

引理 1^[8] 在假设 $u(t) = 0$ 的前提下, 如果系统 (1) 是均方稳定的, 当且仅当下面的不等式成立:

$$A_i^T P_i + P_i A_i + \sum_{j=1}^N \pi_{ij} P_j < 0, \quad (7)$$

其中 $P_i > 0$ ($i \in \mathcal{I}$) 且具有合适的维数.

注 2 由于本文考虑的转移概率是局部已知, 不能直接使用引理 1 进行稳定性分析和镇定研究.

3 主要结论

为便于讨论, 记

$$\begin{aligned} P_k^i &= \sum_{j \in \mathcal{I}_k^i} \pi_{ij} P_j, \lambda_k^i = -\pi_{ii} - \sum_{j \in \mathcal{I}_k^i} \pi_{ij}, \\ \bar{P}_k^i &= \sum_{j \in \mathcal{I}_k^i} \bar{\pi}_{ij} P_j, \bar{\lambda}_k^i = -\bar{\pi}_{ii} - \sum_{j \in \mathcal{I}_k^i} \bar{\pi}_{ij}, \\ \bar{\lambda}_{uk}^i &= \sum_{j \in \mathcal{L}_{uk}^i} \bar{\pi}_{ij}. \end{aligned}$$

3.1 稳定性分析

下面的定理将给出本文的第 1 个主要结果, 即系统 (1) 在转移概率为部分已知情形下的稳定性条件.

定理 1 考虑 Markov 系统 (1) 具有部分已知的转移概率 (4), 如果存在矩阵 $P_i > 0$ ($i \in \mathcal{I}$) 使得下面的不等式成立:

$$\text{He}(P_i A_i) + \bar{\pi}_{ii} P_i + \bar{P}_k^i + \left(\sum_{j \in \mathcal{L}_{uk}^i} \bar{\lambda}_{uk}^i P_j \right) < 0, \quad (8)$$

$$i \in \mathcal{I}_k^i;$$

$$\begin{cases} \text{He}(P_i A_i) + \bar{\lambda}_{uk}^i P_i + \bar{\mathcal{P}}_k^i < 0, & i \in \mathcal{I}_{uk}^i. \\ P_j \leq P_i, j \in \mathcal{I}_{uk}^i, \end{cases} \quad (9)$$

则该系统均方稳定.

证明 由引理 1 可知, 系统 (1) 均方稳定的充要条件是

$$A_i^T P_i + P_i A_i + \sum_{j=1}^N \pi_{ij} P_j < 0. \quad (10)$$

由于 $\mathcal{I}^i = \mathcal{I}_k^i + \mathcal{I}_{uk}^i$, 当转移概率部分已知时, 对上式作如下变化:

$$\begin{aligned} & \text{He}(P_i A_i) + \sum_{j=1}^N \pi_{ij} P_j = \\ & \text{He}(P_i A_i) + \pi_{ii} P_i + \sum_{j \in \mathcal{I}_k^i} \pi_{ij} P_j + \sum_{j \in \mathcal{I}_{uk}^i} \pi_{ij} P_j. \end{aligned} \quad (11)$$

由于 $\pi_{ii} \leq 0$, 同时 π_{ii} 又可能存在 $\pi_{ii} \in \mathcal{I}_k^i$ 和 $\pi_{ii} \in \mathcal{I}_{uk}^i$, 式 (11) 可从下面的两种情形进行分析.

1) $\pi_{ii} \in \mathcal{I}_k^i$, 即 π_{ii} 已知.

在这种情形下, 为了充分利用转移概率为已知的信息, 采用下面的不等式将未知转移概率与 Lyapunov 矩阵进行分离:

$$\sum_{s=1}^N \pi_s P_s \leq \sum_{s=1}^N \pi_s \sum_{s=1}^N P_s. \quad (12)$$

将式 (12) 应用于 (11), 则有

$$\begin{aligned} & \text{He}(P_i A_i) + \pi_{ii} P_i + \mathcal{P}_k^i + \sum_{j \in \mathcal{I}_{uk}^i} \pi_{ij} P_j \leq \\ & \text{He}(P_i A_i) + \pi_{ii} P_i + \mathcal{P}_k^i + \left(\sum_{j \in \mathcal{I}_{uk}^i} \pi_{ij} \right) \left(\sum_{j \in \mathcal{I}_{uk}^i} P_j \right). \end{aligned} \quad (13)$$

另一方面, 根据连续 Markov 跳跃系统转移概率的性质 $\sum_{j=1}^N \pi_{ij} = 0$, 下面的等式成立:

$$\sum_{j \in \mathcal{I}_{uk}^i} \pi_{ij} = -\pi_{ii} - \sum_{j \in \mathcal{I}_k^i} \pi_{ij}. \quad (14)$$

将式 (14) 代入 (13) 可得

$$\begin{aligned} & \text{He}(P_i A_i) + \pi_{ii} P_i + \mathcal{P}_k^i + \sum_{j \in \mathcal{I}_{uk}^i} \pi_{ij} P_j \leq \\ & \text{He}(P_i A_i) + \pi_{ii} P_i + \mathcal{P}_k^i + \left(\sum_{j \in \mathcal{I}_{uk}^i} \lambda_{uk}^i P_j \right). \end{aligned} \quad (15)$$

由定理 1 给出的条件 (8), 有

$$\text{He}(P_i A_i) + \sum_{j=1}^N \pi_{ij} P_j < 0.$$

2) $\pi_{ii} \in \mathcal{I}_{uk}^i$, 即 π_{ii} 未知.

在这种情形下, 未知信息有 π_{ii} 和 $\pi_{ij} (j \in \mathcal{I}_{uk}^i)$. 为了减少未知信息, 仍然使用性质 $\sum_{j=1}^N \pi_{ij} = 0$, 详细

过程如下:

$$\begin{aligned} & \text{He}(P_i A_i) + \pi_{ii} P_i + \mathcal{P}_k^i + \sum_{j \in \mathcal{I}_{uk}^i} \pi_{ij} P_j = \\ & \text{He}(P_i A_i) + \left(-\sum_{j \in \mathcal{I}_k^i} \pi_{ij} - \sum_{j \in \mathcal{I}_{uk}^i} \pi_{ij} \right) P_i + \mathcal{P}_k^i + \mathcal{P}_{uk}^i = \\ & \text{He}(P_i A_i) + \sum_{j \in \mathcal{I}_k^i} \pi_{ij} (P_j - P_i) + \sum_{j \in \mathcal{I}_{uk}^i} \pi_{ij} (P_j - P_i). \end{aligned} \quad (16)$$

由定理 1 的条件 (9) 可得

$$\text{He}(P_i A_i) + \sum_{j=1}^N \pi_{ij} P_j < 0.$$

综合以上讨论可以看出, 定理 1 给出的条件能够使系统 (1) 在本文所考虑的转移概率下均方稳定. \square

注 3 当转移概率为完全已知时, 即 $\mathcal{I}_{uk}^i = \emptyset$, 定理 1 给出的条件便退化为引理 1 给出的条件. 当转移概率为完全未知时, 根据定理 1 可知, 此时系统的稳定性转变成一个二次稳定性问题.

注 4 定理 1 中的条件可由文献 [6] 相应的条件得到, 因此, 从理论上可知定理 1 所给出的结果具有更小的保守性. 此外, 后面的数值例子也将进一步说明该方法的优越性.

为便于控制器综合, 将定理 1 的条件进一步等价转化为下面线性矩阵不等式结构.

定理 2 如果存在合适维数的矩阵 Q_i, T_i 和 V_i ($1 \leq i \leq N$) 满足下面的不等式:

$$\begin{bmatrix} \text{He}(-V_i) & * & * & * & * \\ A_i V_i + Q_i & A_k^i & * & * & * \\ V_i & 0 & -T_i & 0 & * \\ \mathcal{C}_k^i & 0 & 0 & -\mathcal{D}_k^i & 0 \\ \mathcal{C}_{uk}^i & 0 & 0 & 0 & -\mathcal{D}_{uk}^i \end{bmatrix} < 0, \quad i \in \mathcal{I}_k^i; \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}(-V_i) & * & * & * \\ A_i V_i + Q_i & A_{uk}^i & * & * \\ V_i & 0 & -T_i & 0 \\ \mathcal{C}_k^i & 0 & 0 & -\mathcal{D}_k^i \end{bmatrix} < 0, \quad Q_i \leq Q_l, \quad l \in \mathcal{L}_{uk}^i, \quad i \in \mathcal{I}_{uk}^i. \quad (18)$$

则系统 (1) 均方稳定. 其中

$$\begin{aligned} & A_k^i = \bar{\pi}_{ii} Q_i + T_i - 2Q_i, \\ & A_{uk}^i = -\lambda_{uk}^i Q_i + T_i - 2Q_i, \\ & \mathcal{C}_k^i = \underbrace{[\sqrt{\pi_{ij_1}} V_i^T \quad \sqrt{\pi_{ij_2}} V_i^T \quad \cdots \quad \sqrt{\pi_{ij_{\sigma_{1i}}}} V_i^T]^T}_{\sigma_{1i}}, \\ & \mathcal{D}_k^i = \text{diag} \{ \underbrace{Q_{j_1} \quad Q_{j_2} \quad \cdots \quad Q_{j_{\sigma_{1i}}}}_{\sigma_{1i}} \}, \end{aligned}$$

$$C_{uk}^i = [\underbrace{\sqrt{\delta_i}V_i^T \cdots \sqrt{\delta_i}V_i^T}_{\sigma_{2i}}]^T,$$

$$D_{uk}^i = \text{diag}\{\underbrace{Q_{l_1} \ Q_{l_2} \ \cdots \ Q_{l_{\sigma_{2i}}}}_{\sigma_{2i}}\}.$$

这里 $j_a \in \mathcal{L}_k^i$ ($1 \leq a \leq \sigma_{1i}$), $l_b \in \mathcal{L}_{uk}^i$ ($1 \leq b \leq \sigma_{2i}$), σ_{1i} 和 σ_{2i} 分别为 \mathcal{L}_k^i 和 \mathcal{L}_{uk}^i 中的元素.

证明 为了证明该定理, 可以将其转化为证明定理 1 中的条件 (8) 和 (9) 分别与定理 2 中的条件 (17) 和 (18) 等价.

首先证明 (8) \Rightarrow (17). 作如下变换:

$$-W_i^T = A_i^T P_i + \bar{\pi}_{ii} P_i - P_i, \quad (19)$$

即可得到

$$\text{He}(P_i A_i) = \text{He}(-W_i) + P_i - (P_i A_i + W_i)^T \times (\bar{\pi}_{ii} P_i - P_i)(P_i A_i + W_i). \quad (20)$$

将式 (20) 代入 (8), 结合 Schur 补技术, 则有

$$\begin{bmatrix} W_i & (P_i A_i + W_i)^T \\ (P_i A_i + W_i) & \bar{\pi}_{ii} P_i - P_i \end{bmatrix} < 0, \quad (21)$$

其中

$$W_i = \text{He}(-W_i) + \sum_{j \in \mathcal{L}_k^i} \bar{\pi}_{ij} P_j + P_i + \bar{\delta}_i \sum_{j \in \mathcal{L}_{uk}^i} P_j.$$

另一方面, 由式 (8) 可得 $\text{He}(P_i A_i) + \bar{\pi}_{ii} P_i < 0$, 从而可得 W_i 是非奇异阵.

$$\text{对式 (20) 同时左乘右乘} \begin{bmatrix} V_i & 0 \\ 0 & Q_i \end{bmatrix}^T \quad (V_i W_i = I),$$

可得

$$\begin{bmatrix} \mathcal{J}_i & (A_i V_i + Q_i)^T \\ (A_i V_i + Q_i) & \bar{\pi}_{ii} Q_i - Q_i \end{bmatrix} < 0, \quad (22)$$

其中

$$\mathcal{J}_i = \text{He}(-V_i) + V_i^T \left(\sum_{j \in \mathcal{L}_k^i} \bar{\pi}_{ij} P_j + \delta_i \sum_{j \in \mathcal{L}_{uk}^i} P_j + P_i \right) V_i.$$

对式 (22) 使用 Schur 补技术, 可得

$$\begin{bmatrix} \text{He}(-V_i) & * & * & * & * \\ A_i V_i + Q_i & \bar{\pi}_{ii} Q_i - Q_i & * & * & * \\ V_i & 0 & -Q_i & * & * \\ C_k^i & 0 & 0 & -D_k^i & * \\ C_{uk}^i & 0 & 0 & 0 & -\mathcal{N}_{uk}^i \end{bmatrix} < 0. \quad (23)$$

通过上式便可得到式 (17).

然后证明 (17) \Rightarrow (8). 对式 (17) 左乘以下面的矩阵和右乘其转置:

$$\begin{bmatrix} A_i & I & 0 & \underbrace{0 \cdots 0}_{\sigma_{1i}} & \underbrace{0 \cdots 0}_{\sigma_{2i}} \\ I & 0 & I & \underbrace{0 \cdots 0}_{\sigma_{1i}} & \underbrace{0 \cdots 0}_{\sigma_{2i}} \\ \mathcal{X}_i & 0 & 0 & \underbrace{I \cdots I}_{\sigma_{1i}} & \underbrace{0 \cdots 0}_{\sigma_{2i}} \\ \mathcal{X}_{uk}^i & 0 & 0 & \underbrace{0 \cdots 0}_{\sigma_{1i}} & \underbrace{I \cdots I}_{\sigma_{2i}} \end{bmatrix} < 0.$$

其中

$$\mathcal{X}_k^i = [\sqrt{\bar{\pi}_{ij_1}} I \cdots \sqrt{\bar{\pi}_{ij_{\sigma_{1i}}}} I]^T,$$

$$\mathcal{X}_{uk}^i = [\sqrt{\delta_i} I \cdots \sqrt{\delta_i} I]^T.$$

可得

$$\begin{bmatrix} \Phi_{i11} & * & * & * \\ Q_i & -T_i & * & * \\ \Phi_{i41} & 0 & -D_i & * \\ \Phi_{i51} & 0 & 0 & -N_i \end{bmatrix} < 0. \quad (24)$$

其中

$$\Phi_{i11} = \text{He}(A_i Q_i) + \bar{\pi}_{ii} Q_i + T_i - 2Q_i,$$

$$\Phi_{i41} = [\sqrt{\bar{\pi}_{ij_1}} Q_i \cdots \sqrt{\bar{\pi}_{ij_{\sigma_{1i}}}} Q_i]^T,$$

$$\Phi_{i51} = [\underbrace{\sqrt{\delta_i} Q_i \cdots \sqrt{\delta_i} Q_i}_{\sigma_{2i}}]^T.$$

再对式 (24) 使用 Schur 补, 可得

$$\begin{bmatrix} \mathcal{Z}_i & Q_i \\ Q_i & -T_i \end{bmatrix} < 0, \quad (25)$$

其中

$$\mathcal{Z}_i = \Phi_{i11} + Q_i \left(\sum_{j \in \mathcal{L}_k^i} \bar{\pi}_{ij} Q_j^{-1} + \bar{\delta}_i \sum_{j \in \mathcal{L}_{uk}^i} Q_j^{-1} \right) Q_i.$$

同时对式 (25) 左乘 $[I \ I]$ 和右乘其转置, 可得

$$\text{He}(A_i Q_i) + Q_i \left(\sum_{j \in \mathcal{L}_k^i} \bar{\pi}_{ij} Q_j^{-1} + \bar{\delta}_i \sum_{l \in \mathcal{L}_{uk}^i} Q_l^{-1} \right) Q_i + \bar{\pi}_{ii} Q_i < 0.$$

综上, 式 (17) 与 (8) 之间相互等价. 同理, 式 (9) 与 (18) 之间的等价性可采取类似的方法得到, 此处省略. 因此, 只要满足定理 2 给出的条件便能保证系统 (1) 均方稳定. \square

注 5 与定理 1 相比较, 定理 2 中的系统矩阵与 Lyapunov 矩阵相互分离, 此外, 定理 2 引入了额外的辅助变量 V_i 和 T_i ($i \in \mathcal{I}$).

3.2 状态反馈镇定

下面的定理给出了使闭环系统 (6) 稳定的状态反馈镇定控制器设计条件.

定理 3 对于系统 (6), 如果存在具有合适维数

的矩阵 $V_i, Q_i > 0$ 和 T_i 满足下面的条件:

$$\begin{bmatrix} \text{He}(-V_i) & * & * & * & * \\ \mathcal{M}_i & A_k^i & * & * & * \\ V_i & 0 & -T_i & 0 & * \\ \mathcal{C}_k^i & 0 & 0 & -\mathcal{D}_k^i & 0 \\ \mathcal{C}_{uk}^i & 0 & 0 & 0 & -\mathcal{D}_{uk}^i \end{bmatrix} < 0, i \in \mathcal{I}_k^i; \tag{26}$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}(-V_i) & * & * & * \\ \mathcal{M}_i & A_{uk}^i & * & * \\ V_i & 0 & -T_i & 0 \\ \mathcal{C}_k^i & 0 & 0 & -\mathcal{D}_k^i \end{bmatrix} < 0, Q_i \leq Q_l, l \in \mathcal{L}_{uk}^i, i \in \mathcal{I}_{uk}^i. \tag{27}$$

其中: $A_k^i = \bar{\pi}_{ii}Q_i + T_i - 2Q_i, A_{uk}^i = -\lambda_k^i Q_i + T_i - 2Q_i, \mathcal{M}_i = A_i V_i + B_i Y_i + Q_i$. 则控制器

$$K_i = Y_i V_i^{-1} \tag{28}$$

使得该系统鲁棒均方稳定.

证明 将定理2中的系统矩阵用闭环系统(6)的系统矩阵代替并取 $Y_i = K_i V_i$, 则定理3得证. \square

注6 结合参数依赖 Lyapunov 函数方法, 定理3的结果可进一步推广到处理系统矩阵中存在多胞型不确定性的鲁棒镇定问题.

4 仿真算例

考虑某一电力系统, 由于电力系统在运行过程中常会因为不同时段负载的变化引起电网的波动, 这种波动可以用 Markov 过程描述. 下面以具有4个模态的连续时间 Markov 跳跃系统(1)为例来说明本文方法的有效性.

具有多胞型不确定性的系统矩阵描述为

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.4 & -2.6 \end{bmatrix}, A_{21} = \begin{bmatrix} -1.2 & 1.2 \\ 1.4 & 1.6 \end{bmatrix},$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} -2.2 & 1.2 \\ 1.4 & 1.6 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} -1.1 & 1.2 \\ 0.8 & 2.8 \end{bmatrix},$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 2.5 & 3.2 \\ 1.3 & -2.9 \end{bmatrix}, B_1 = [0.5 \ 0.2]^T,$$

$$B_{21} = [0.1 \ 0.3]^T, B_{22} = [0.1 \ 0.3]^T,$$

$$B_3 = [0.5 \ 0.3]^T, B_4 = [0.6 \ 0.4]^T.$$

具有如下局部已知的转移概率矩阵:

$$\begin{bmatrix} -1.4 & ? & ? & 0.2 \\ 0.3 & -1.8 & 0.3 & 1.2 \\ 0.2 & ? & ? & ? \\ ? & 0.3 & ? & -0.8 \end{bmatrix},$$

其中随机模态与系统参数矩阵的4种情形一一对应.

针对上述系统, 采用文献[6]中的定理3无法得到可行解. 利用本文给出的新方法(定理3), 可得到使系统(1)稳定且对应于不同模态情形时的控制器参数为

$$K_1 = [-8.8600 \ -1.5745],$$

$$K_2 = [-5.8374 \ -16.0937],$$

$$K_3 = [-1.8751 \ -14.3954],$$

$$K_4 = [-9.9255 \ -4.5693].$$

假设初始状态 $x_0 = [0.5 \ -0.8]^T$, 则相应的状态响应曲线如图1所示.

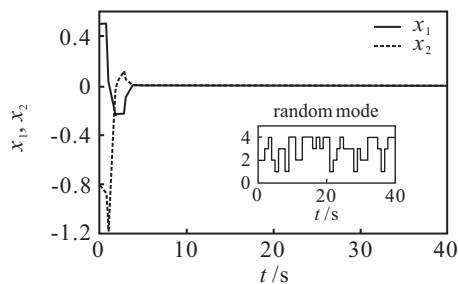


图1 系统状态响应曲线

由图1可以看出, 使用该方法设计的控制器具有很好的鲁棒性.

5 结论

本文考虑具有局部已知转移概率的连续时间 Markov 跳跃系统稳定性分析与镇定控制问题. 依据转移概率的边界信息是否可用, 将现有文献的局部已知转移概率进行了推广. 通过充分使用连续时间 Markov 跳跃线性系统转移概率矩阵行和为零的性质, 给出了一个新的稳定性分析和状态反馈镇定控制器设计条件. 该条件可使用 Matlab 线性不等式(LMI)工具箱进行求解. 最后通过仿真算例表明了本文方法的有效性.

参考文献(References)

- [1] Sworder D D, Rogers R O. An LQG solution to a control problem with solar thermal receiver[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1983, 28(10): 971-978.
- [2] Mariton M. On the influence of noise on jump linear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1987, 32(12): 1094-1097.
- [3] Seiler Pete, Sengupta Raja. An H_∞ approach to networked control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(3): 356-364.
- [4] de Souza C E. Robust stability and stabilization of uncertain discrete-time Markovian jump linear systems[J].

- IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(5): 836-841.
- [5] Ghaoui L E, Rami M A. Robust state-feedback stabilization of jump linear systems via LMIs[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 1996, 6(9): 1015-1022.
- [6] Zhang Lixian, Boukas E K. Stability and stabilization of Markovian jump linear systems with partly unknown transition probabilities[J]. Automatica, 2009, 45(2): 463-468.
- [7] Feng Xiangbo, Kenneth A Loparo, Ji Yuandong, et al. Stochastic stability properties of jump linear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1992, 37(1): 38-53.
- [8] Costa O L V, Do Val J B R, Geromel J C. Continuous time state-feedback H_2 -control of Markovian jump linear systems via convex analysis[J]. Automatica, 1999, 35(2): 259-268.
- [9] Abou-Kandil H, Freiling G, Jank G. On the solution of discretetime Markovian jump linear quadratic control problems[J]. Automatica, 1995, 31(5): 765-768.
- [10] Gao Huijun, Wang Changhong, Wang Junling. On H_∞ performance analysis for continous-time stochastic system with polytopic uncertainties[J]. Circuits Systems Signal Processing, 2005, 24(4): 415-429.
- [11] Wu Jing, Chen Tongwen, Wang Long. Delay-dependent robust stability and H_∞ control for jump linear systems with delays[J]. Systems & Control Letters, 2006, 55(11): 939-948.
- [12] Sworder D D. Feedback control of a class of linear systems with jump parameters[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1969, 14(1): 9-14.
- [13] Wang Zidong, Lam James, Liu Xiaohui. Robust filtering for discrete-time Markovian jump delay systems[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2004, 11(8): 659-662.
- [14] Cao Yong-Yan, Lam James. Robust H_∞ control of uncertain Markovian jump systems with time-delay[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(1): 77-83.
- [15] Joao B R, do Val, Jose C Geromel, et al. The H_2 -control for jump linear systems: Cluster observations of the Markov state[J]. Automatica, 2002, 38(2): 343-349.
- [16] Willsky B C, Levy A S. Stochastic stability research for complex power systems[R]. Cambridge: Massachesetts Institute of Technology, 1979.
- [17] Xu S, Chen T, Lam J. Robust H_∞ filtering for uncertain Markovian jump systems with mode-dependent time-delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(5): 900-907.
- [18] Leea Ji-Woong, Geir E Dullerud. Uniform stabilization of discrete-time switched and Markovian jump linear systems[J]. Automatica, 2006, 42(2): 205-218.

~~~~~

(上接第874页)

- [7] Ling S H, Iu H H C, Leung F H F, et al. Improved hybrid particle swarm optimized wavelet neural network for modeling the development of fluid dispensing for electronic packaging[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2008, 55(9): 3447-3460.
- [8] Kang Zhuo, Li Yan, Liu Pu, et al. An all-purpose evolutionary algorithm for solving nonlinear programming problems[J]. J of Computer Research and Development, 2002, 39(11): 1471-1477.
- [9] Langdon W B, Poli R. Evolving problems to learn about particle swarm and other search algorithms[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2007, 11(5): 561-578.
- [10] Clerc M. Stagnation analysis in particle swarm optimization or what happens when nothing happens[EB/OL]. (2006-12-23). <http://clerc.maurice.free.fr/psol/>.
- [11] dos Santos Coelho L, Herrera B M. Fuzzy identification based on a chaotic particle swarm optimization approach applied to a nonlinear yo-yo motion system[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2007, 54(6): 3234-3245.
- [12] Liang J, Qin A K, Ponnuthurai N S, et al. Comprehensive learning particle swarm optimizer for global optimization of multimodal functions[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2006, 10(3): 67-82.
- [13] Shi Y, Eberhart R. A modified particle swarm optimizer[C]. Proc of IEEE World Congress on Computational Intelligence. Piscataway: IEEE Press, 1998: 69-73.
- [14] Shi Y, Eberhart R. Empirical study of particle swarm optimization[C]. Proc of IEEE Congress Evolutionary Computation. Washington DC, 1999, (3): 1945-1950.