文章编号: 1001-0920(2014)11-2081-04

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2013.1002

基于一致性的小型四旋翼机群自主编队分布式运动规划

邢关生1,2、杜春燕3、宗 群3、陈海永1、孙鹤旭1

(1. 河北工业大学 控制科学与工程学院,天津 300130; 2. 系统控制与信息处理教育部重点实验室,上海 200240; 3. 天津大学 电气与自动化工程学院,天津 300072)

摘 要:设计一种小型四旋翼无人机群起飞后自主形成正多边形编队的分布式运动规划方法.在四旋翼无人机的串级控制系统框架下,分布式编队控制器以简化 agent 模型为基础,同时采用平均一致性算法和有领导一致性算法,共同产生各无人机位置与偏航角的期望轨迹.讨论了达成最终协调目标队形的拓扑条件,并给出一种基于有向 Hamilton 环的通信拓扑设计方案.最后通过数值仿真验证了所提出算法的有效性.

关键词: 无人机群; 编队生成; 一致性算法; 四旋翼无人机; 分布式运动规划

中图分类号: TP242.6 文献标志码: A

Consensus-based distributed motion planning for autonomous formation of miniature quadrotor groups

XING Guan-sheng^{1,2}, DU Chun-yan³, ZONG Qun³, CHEN Hai-yong¹, SUN He-xu¹

(1. School of Control Science and Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, China; 2. Key Laboratory of System Control and Information Processing, Ministry of Education, Shanghai 200240, China; 3. School of Electrical and Automation Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China. Correspondent: XING Guansheng, E-mail: xinggs@gmail.com)

Abstract: A distributed motion planning method is designed for a group of miniature quadrotors to attain a formation in regular polygons autonomously after takeoff. In the framework of cascade control systems of quadrotors, based on simplified agent models, formation controllers distributed over communication graph use two average consensus and leader-based consensus algorithms to collaboratively generate the desired position and yaw angle trajectory of quadrotors. The topology conditions of reaching goal formation are discussed and a design scheme of communication topology is designed on the basis of the directed Hamilton circle. Finally, the result of a simulated experiment shows the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: unmanned aerial vehicle group; formation generation; consensus algorithm; quadrotors; distributed motion planning

0 引 言

由多个尺寸在0.1~0.5m的微型无人机或人可携带的小尺寸无人机组成的群体系统,在军事监控、安全保卫等领域应用广泛,队形控制问题是其中的关键共性难题.小型四旋翼无人机作为一种较新的飞行机器人,其队形控制问题的研究工作较少.文献[1]研究了微小型四旋翼无人机大规模群体的无领导编队保持任务;文献[2]研究了三维空间中小型四旋翼无人机的紧密队形保持问题;文献[3]采用领导者/跟随

者框架,在飞行器镇定控制器的基础上融入了一致性算法,解决了编队轨迹跟踪控制问题.

本文主要研究目前研究较少的小型四旋翼无人 机群的初始队形产生问题,目标是令各无人机从地面 起飞后同时到达指定高度悬停、形成期望队形并保持 朝向相同.受文献[4]中的车辆编队控制方法的启发, 提出了由不同类型一致性算法混合构成分布式编队 控制器的基本思路.所得编队控制器位于无人机运动 规划层,为底层自驾仪提供期望位姿轨迹,不同于很

收稿日期: 2013-07-20; 修回日期: 2013-11-12.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61203275);河北省自然科学基金项目(F2013202101);天津市自然科学基金项目 (12JCZDJC30300);系统控制与信息处理教育部重点实验室开放基金项目(SCIP201204).

作者简介: 邢关生(1980-), 男, 讲师, 博士, 从事机器人网络协调控制、分布式估计的研究; 杜春燕(1980-), 女, 博士, 讲师, 从事非线性控制、旋翼无人机控制的研究.

多工作中直接面对底层执行器设计编队控制律(例如文献[3]). 优势在于使得单机自主飞行和多机协同工作的软件系统更易切换,便于单机的入队和离队. 在编队控制器设计中,使用简化的对象模型作为产生期望轨迹的动态系统. 在仅有一个无人机知道群体的期望飞行高度和最终朝向的情况下,通过平均一致性算法规划无人机水平方向的运动,自主协商水平方向的中心点;由有领导一致性算法规划垂直方向、偏航姿态的轨迹. 另外,考虑到一致性算法能否达成一致以及最终平衡态的值均与通信拓扑有关,从而基于有向Hamilton环提出了一种同时保证两种一致性算法均可达到期望目标的无人机群通信拓扑设计方案.

1 问题描述

无人机群由 N 个同样的小型四旋翼无人机组成. 坐标系和无人机 i 的位姿变量定义如图 1 所示. 设全局坐标系为 $\mathcal{I} = \{e_x, e_y, e_z\}$,固定在无人机 i 重心 Q_i 上的本体坐标系为 $\mathcal{B}^i = \{b_x^i, b_y^i, b_z^i\}$, b_x^i 的方向为无人机 i 的前方. 令 $\xi_i = [x_i, y_i, z_i]^{\mathrm{T}}$ 为无人机重心 Q_i 在坐标系 \mathcal{I} 中的位置, $\eta_i = [\phi_i, \theta_i, \psi_i]^{\mathrm{T}}$ 为无人机 i 在坐标系 \mathcal{I} 中的姿态,其中 ϕ_i 、 θ_i 、 ψ_i 分别表示横滚角、俯仰角和偏航角.

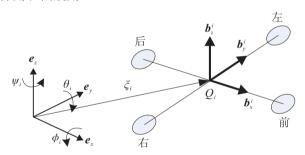


图 1 四旋翼无人机的位姿定义

从本体坐标系 \mathcal{B}^i 到全局坐标系 \mathcal{I} 的 $\mathbf{Z}\mathbf{Y}\mathbf{X}$ 旋转 矩阵为

$$R = \mathbf{R}$$

$$\begin{bmatrix} c_{\theta_i}c_{\psi_i} & s_{\phi_i}s_{\theta_i}c_{\psi_i} - c_{\phi_i}s_{\psi_i} & c_{\phi_i}s_{\theta_i}c_{\psi_i} + s_{\phi_i}s_{\psi_i} \\ c_{\theta_i}s_{\psi_i} & s_{\phi_i}s_{\theta_i}s_{\psi_i} + c_{\phi_i}c_{\psi_i} & c_{\phi_i}s_{\theta_i}s_{\psi_i} - s_{\phi_i}c_{\psi_i} \\ -s_{\theta_i} & s_{\phi_i}c_{\theta_i} & c_{\phi_i}c_{\theta_i} \end{bmatrix}$$

其中: $\mathbf{s} = \sin(\cdot)$, $\mathbf{c} = \cos(\cdot)$. 设无人机 i 的质量为 m_i , 转动惯量矩阵 $\mathbf{J}_i = \operatorname{diag}(J_i^1, J_i^2, J_i^3)$, 另设驱动无人机位姿变化的控制输入为 $\mathbf{4}$ 个螺旋桨产生的总升力 \mathbf{F}_i 和力矩 τ_i . 由刚体动力学可知无人机平动的动力学为

$$m_i \ddot{\boldsymbol{\xi}}_i = \frac{\mathcal{I}}{\mathcal{B}_i} \boldsymbol{R} \boldsymbol{F}_i - m_i g \boldsymbol{e}_z. \tag{1}$$

其中: $\mathbf{F}_i = [0,0,F_i]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{e}_z = [0,0,1]^{\mathrm{T}}$. 设无人机 i 在其本体坐标系 \mathcal{B}^i 中的旋转角速度为 $\omega_i \in \mathbf{R}^3$, 则根据 \mathcal{I} 与 \mathcal{B}^i 中的旋转运动量之间的变换关系式 $\dot{\boldsymbol{\eta}}_i = \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\eta}_i)\omega_i$ 以及刚体旋转运动动力学方程 $J_i\dot{\omega}_i + \omega_i \times J_i\omega_i = \boldsymbol{\tau}_i$, $\boldsymbol{\tau}_i = [\tau_{i1},\tau_{i2},\tau_{i3}]^{\mathrm{T}}$, 可得描述无人机 i 姿态

变化过程的动力学方程

$$M_i(\eta_i)\ddot{\eta}_i + C_i(\eta_i,\dot{\eta}_i)\dot{\eta}_i = \Psi(\eta_i)^{\mathrm{T}}\tau_i.$$
 (2)

其中

$$m{\Psi}(m{\eta}_i) = m{\Phi}^{-1}(m{\eta}_i) = egin{bmatrix} 1 & 0 & -\mathrm{s}_{ heta_i} \ 0 & \mathrm{c}_{\phi_i} & \mathrm{s}_{\phi_i} \mathrm{c}_{ heta_i} \ 0 & -\mathrm{s}_{\phi_i} & \mathrm{c}_{\phi_i} \mathrm{c}_{ heta_i} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{M}_i(\boldsymbol{\eta}_i) = \boldsymbol{\varPsi}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\eta}_i) \boldsymbol{J}_i \boldsymbol{\varPsi}(\boldsymbol{\eta}_i),$$

$$C_i(\eta_i, \dot{\eta}_i) =$$

$$-\,\boldsymbol{M}_{\!i}(\boldsymbol{\eta}_i)+\,\boldsymbol{\varPsi}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\eta}_i)sk[\,\boldsymbol{\varPsi}(\boldsymbol{\eta}_i)\boldsymbol{\eta}_i]\boldsymbol{J}_i\,\boldsymbol{\varPsi}(\boldsymbol{\eta}_i),$$

 $sk[\cdot]$ 是反对称矩阵. 推导过程可参考文献 [5]. 由式 (1) 和 (2) 共同构成无人机动力学模型, 两者依靠旋转矩阵 \mathcal{L}_R 耦合在一起.

无人机群体系统内部存在单机相互之间的信息交互,用通信图 $\mathcal{G}_c = (I, E_c, A_c)$ 表示. \mathcal{G}_c 为加权有向图,索引集 $I = \{1, 2, \cdots, N\}$ 为 \mathcal{G}_c 的顶点集,单机间的通信链接的集合 $E_c \subset I \times I$ 为 \mathcal{G}_c 的边集. $(i,j)_c \in E_c$ 表示无人机 i 可获得 j 的状态数据, $(i,j)_c \in E_c$ ⇔ $(j,i)_c \in E_c$, $A_c = (a_{ij}^c)$ 是 N 维加权邻接矩阵, a_{ij}^c 表示边 $(i,j)_c$ 上的权重. 对于 $\forall i,j \in I$,若 $(i,j)_c \in E_c$,则 $a_{ij}^c > 0$,否则 $a_{ij}^c = 0$. 令 $\mathcal{N}_i^{c+} = \{j|(i,j)_c \in E_c\}$ 和 $\mathcal{N}_i^{c-} = \{j|(j,i)_c \in E_c\}$ 分别表示 i 在 \mathcal{G}_c 上的出邻域和入邻域, $|\mathcal{N}_i^{c+}|$ 和 $|\mathcal{N}_i^{c-}|$ 分别表示 i 的出邻和入邻的数量.

定义 $\{(x,y,z)|z=0\}$ 为地面,设 $z_i(0)=0$, $\phi_i(0)=0$, $\theta_i(0)=0$, $\dot{\xi}_i(0)=0$, $\dot{\eta}_i(0)=0$, $\forall i\in I$. 令 z_r 表示期望飞行高度, ψ_r 表示期望朝向. 为描述期望队形,令 $p_i=[x_i,y_i]^T$ 表示无人机 i 在 X-Y 平面内的坐标,则无人机群在 X-Y 平面内的几何中心为 $p_c=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^N p_i$, 初始时刻的几何中心用 $p_c(0)$ 表示. 无人机编队采用虚拟领导者/跟随者的方法框架,以 $\xi_c=[p_c^T(0),z_r,\psi_r]^T$ 为虚拟领导,令 $\mathcal{F}^r=\{d_1^r,d_2^r,\cdots,d_N^r\}$ 表示期望的无人机编队构型, $d_i^r\in \mathbf{R}^2$, $i\in I$. 此处, d_i^r 代表无人机 i 在水平面内相对于虚拟领导的期望位置偏差. 令 $d_i=p_i-p_c(0)$ 表示无人机与群体几何中心间的实时偏差量.

由此,可给出所关注的无人机编队生成问题的定义:各无人机在初始时刻静止于地面且无队形,给定期望的编队构型 F_r ,只有个别无人机被告知虚拟领导的部分信息 $(z_r 和 \psi_r)$,在无人机i仅知 d_i^r 而不知 $p_c(0)$ 的条件下,设计一个通信图 G_c 和分布在 G_c 上的控制器,i根据 $j \in \mathcal{N}_i^{c+}$ 的信息驱动自身位姿变化,使得 $\forall i \in I, \|d_i - d_i^r\| \to 0, |z_i - z_r| \to 0, |\psi_i - \psi_r| \to 0,$ $\dot{\xi}_i \to 0, \dot{\eta}_i \to 0$.本文的目标队形是正多边形,即每个无人机位于圆环的N等分点上,则

 $\mathbf{d}_{i}^{r} = \left[-d^{r} \cos \frac{2\pi(i-1)}{N}, -d^{r} \sin \frac{2\pi(i-1)}{N} \right], \quad (3)$ 其中 d^{r} 是正多边形外接圆的半径.

2 四旋翼无人机编队控制系统设计

编队控制采用多闭环串级控制系统结构,如图 2 所示. 外环为用于编队控制的轨迹规划算法,运行于无人机本地,根据任务目标和实时同伴状态,输出各自的期望位置与姿态,由内部的位置控制器和姿态控制器实现具体控制任务. 此处重点关注最外层的分布式编队控制算法,内部的位姿控制参见文献[5].

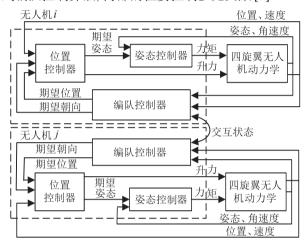


图 2 编队控制系统结构图

考虑到四旋翼无人机为欠驱动系统,因而选择一种可行的方案,仅令无人机跟踪位置和偏航角,不必跟踪任意位姿.针对无人机的编队生成任务,编队控制器内部将无人机模型抽象为两组一阶积分器,分别为

$$\dot{\boldsymbol{p}}_i = \boldsymbol{u}_{i1}, \ i \in I; \tag{4}$$

$$\dot{\boldsymbol{q}}_i = \boldsymbol{u}_{i2}, \ i \in I. \tag{5}$$

其中 $q_i = [z_i, \psi_i]^T$. 将这两组模型用于产生无人机 i 的期望轨迹, u_{i1} 和 u_{i2} 为虚拟控制输入量. 根据编队 生成任务的定义, 群体几何中心在 X-Y 平面上的投影 p_c 是事先未知的, 与群体期望高度和朝向有关的 q_c 是事先已知的, 因而对子系统 (4) 和 (5) 分别采用 平均一致性算法和有领导一致性算法设计 u_{i1} 和 u_{i2} 的算式.

对于子系统 (4), 设 $\mathbf{r}_i = \mathbf{p}_i - \mathbf{d}_i^r$, 则式 (4) 变为 $\dot{\mathbf{r}}_i$ $= \mathbf{u}_{i1}$, 设计一致性算法 $\mathbf{u}_{i1} = \sum_{j=1}^N a_{ij}^c(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)$, 得到

$$\dot{\boldsymbol{r}}_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}^c (\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i). \tag{6}$$

由于 a_{ij}^c 依赖于无人机群的通信图 \mathcal{G}_c 的边, 可见 \mathcal{G}_c 的结构可影响 a_{ij}^c 的动态变化. 由文献 [6] 可知: 如果 \mathcal{G}_c 强连通, 当且仅当 \mathcal{G}_c 平衡 (即 $|\mathcal{N}_i^{c+}| = |\mathcal{N}_i^{c-}|$, $\forall i$

 $\in I$)时, 系统(6)可全局渐近达成平均一致, 即对于 $\forall i \in I$. 有

$$m{r}_i
ightarrow rac{1}{N} \sum_{i=1}^N m{r}_i(0) = rac{1}{N} \sum
olimits_{j=1}^N (m{p}_i(0) - m{d}_i^r).$$

由于式(3)定义的 d_i^T 具有对称性,使得

$$\mathbf{r}_i \to \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \mathbf{p}_i(0) = \mathbf{p}_c(0).$$

可见, 在目标位置事先未知的情况下, 无人机 i 在全局 坐标系 X-Y 平面上的投影位置最终收敛到与初始时 刻群体几何中心的位置 $p_c(0)$ 相差 d_i^T 的位置上, 即群体达到期望的正多边形构型.

对于子系统 (5), 设计有领导一致性算法. 定义 q_0 = $[z_c, \psi_c]^{\rm T}$ 为虚拟领导, 将 q_0 与所有 q_i 集成为一个增广系统

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}}_i = 0, \ i = 0; \\ \dot{\mathbf{q}}_i = \mathbf{u}_{i2}, \ i = 1, 2, \cdots, N. \end{cases}$$
(7)

此增广系统的通信图 $\tilde{\mathcal{G}}_c = (\tilde{I}_c, \tilde{E}_c, \tilde{A}_c)$ 可在 \mathcal{G}_c 基础上扩展得到,其中 $\tilde{I}_c = \{0\} \bigcup I$, $\tilde{E}_c = E \bigcup \{(i,j)|j=0, i \in I\}$, $\tilde{A}_c = (\tilde{a}_{ij}^c) \not\in (N+1) \times (N+1)$ 维加权邻接矩阵, 定义为

$$ilde{m{A}}_c = \left[egin{array}{cc} 0 & m{0}_N^{
m T} \ m{a} & m{A}_c \end{array}
ight],$$

 $a = [\tilde{a}_{10}, \tilde{a}_{20}, \cdots, \tilde{a}_{N0}]^{\mathrm{T}}.$ 若 $(i,0)_c \in \tilde{E}_c$, 则 $\tilde{a}_{i0} > 0$, 否则 $\tilde{a}_{i0} = 0$. 针对系统 (7) 设计一致性算法 $u_{i2} = \sum_{j=0, \ j\neq i}^{N} \tilde{a}_{ij}^c (q_j - q_i), i \in \tilde{I}$, 得到闭环系统

$$\begin{cases}
\dot{\boldsymbol{q}}_{i} = 0, \ i = 0; \\
\dot{\boldsymbol{q}}_{i} = \sum_{j=0, j \neq i}^{N} \tilde{a}_{ij}^{c}(\boldsymbol{q}_{j} - \boldsymbol{q}_{i}), \ i \in I.
\end{cases}$$
(8)

由文献 [7] 可知: 当且仅当 $\tilde{\mathcal{G}}_c$ 存在有向生成树时,系统(8)可全局渐近达成一致. 有向生成树是指在图 $\tilde{\mathcal{G}}_c$ 存在一个全局可达节点,所有其余节点到全局可达节点均存在一条有向路径. 若虚拟领导 \mathbf{q}_0 为唯一全局可达节点,且 $\dot{\mathbf{q}}_0=0$ 表示其不参考其他个体状态,则对于 $\forall i \in I, \mathbf{q}_i \to \mathbf{q}_0$. 由此可见,各无人机规划的纵向和朝向轨迹可达成一致,保证了具有同一高度和偏航角.

由上述分析可见, 在给定一致性算法的情况下, G_c 和 \tilde{G}_c 的连通性可决定子系统 (6) 和子系统 (8) 的终态. 考虑到 G_c 与 \tilde{G}_c 之间的关系, 采用有向 Hamilton 环作为 G_c , 在 Hamilton 环上选择任一节点, 在该节点与虚拟领导之间定义一条有向边, 得到扩展的通信图 \tilde{G}_c , 如图 3 所示, 则可同时保证系统 (6) 达成平均一致、有领导一致所需的拓扑条件. 此处的 G_c 和 \tilde{G}_c 是时不变的.

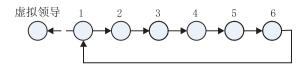


图 3 基于有向 Hamilton 环的通信图设计

3 仿真实验

3.1 仿真参数设置

在 Matlab 中模拟 6 个四旋翼无人机, 工作空间内未设置障碍物. 无人机动态模型中的参数均相同(省略下角标i), 具体配置为: $m=1.2\,\mathrm{kg},\ J^1=J^2=0.015\,\mathrm{kg/m^2},\ J^3=0.026\,\mathrm{kg/m^2}.$ 在无人机串级控制系统中, 内环使用 PID 控制调节位置和姿态, 参数设置参见文献 [5]. 无人机之间的通信图设定如图 3 所示. 期望队形的参数设置为: $d_r=2\,\mathrm{m},\ z_r=8\,\mathrm{m},\ \psi_r=0\,\mathrm{rad},\ 仿真时间为 40\,\mathrm{s},\ 仿真步长为 0.001\,\mathrm{s}.$

3.2 仿真结果与分析

无人机群编队生成的仿真飞行数据曲线如图 4 所示. 由图 4 可以看出, 各无人机从地面起飞后, 在飞行过程中经过一段时间的周期式运动, 最终收敛到稳定状态, 在水平面上形成正六边形编队, 验证了基于无领导一致性算法的运动轨迹规划的有效性, 说明各无人机在事先未知群体几何中心的前提下利用局部通信获知群体中心信息. 图 5 绘制的是各无人机飞行高度和偏航角曲线, 为突出显示数据变化过程,

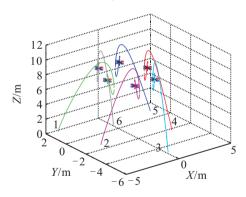


图 4 无人机群编队生成的仿真飞行数据曲线

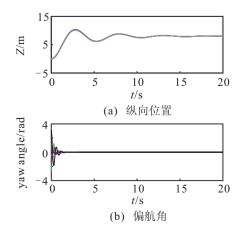


图 5 各无人机纵向位置和偏航角的变化曲线

显示了前 $20 \, \mathrm{s}$ 的数据. 由图 $5 \, \mathrm{可}$ 见, 在有领导一致性算法引导下, 最终所有无人机的飞行高度为 $8 \, \mathrm{m}$ 、偏航角保持在 $0 \, \mathrm{rad}$,这与设定的 $z_r = 8 \, \mathrm{m}$ 、 $\psi_r = 0 \, \mathrm{rad}$ 一致. 各无人机初始高度相同, 因而在有领导一致性算法作用下, 同步效果较好. 各无人机之所以有较长时间的往返运动, 是由于在串级控制框架下设计的编队控制的内环 PID 控制器对编队控制算法计算所得期望位姿的跟踪效果不完美而造成的.

4 结 论

面向小型四旋翼无人机群起飞后的编队生成任务,本文设计了一种自主形成正多边形编队的分布式控制方法. 在给出较精确的四旋翼无人机动力学模型的基础上,设计了小型四旋翼无人机的串级编队控制系统框架. 重点针对外环的分布式编队控制器的设计问题,以简化 agent 模型为基础,同时采用了平均一致性算法和有领导一致性算法,共同产生各无人机位置与偏航角的期望轨迹. 讨论了达成最终协调目标队形的拓扑条件,并通过 Matlab 数值仿真结果验证了协调控制算法的有效性. 需要注意的是,当前工作是为了验证编队轨迹规划中一致性算法应用的有效性,因而尚未考虑碰撞问题,这将成为未来的工作重点之一.

参考文献(References)

- [1] Michael N, Kumar V. Control of ensembles of aerial robots[J]. Proc of the IEEE, 2011, 99(9): 1587-1602.
- [2] Turpin M, Michael N, Kumar V, et al. Trajectory design and control for aggressive formation flight with quadrotors[J]. Autonomous Robots, 2012, 33(1/2): 143-156.
- [3] Guerrero J A, Castillo P, Salazar S, et al. Mini rotorcraft flight formation control using bounded inputs[J]. J of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications, 2012, 65(1/2/3/4): 175-186.
- [4] Ren W. Consensus strategies for cooperative control of vehicle formations[J]. IET Control Theory and Applications, 2007, 1(2): 505-512.
- [5] Kendoul F, Yu Z Y, Nonami K. Guidance and nonlinear control system for autonomous flight of minirotorcraft unmanned aerial vehicles[J]. J of Field Robotics, 2010, 27(3): 311-334.
- [6] Olfati-Saber R, Fax J A, Murray R M. Consensus and cooperation in networked multi-robot systems[J]. Proc of the IEEE, 2007, 95(1): 215-233.
- [7] Ren W, Beard R W, Atkins E. Information consensus in multivehicle cooperative control: Collective group behavior through local interaction[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2007, 27(2): 71-82.

(责任编辑: 孙艺红)