

文章编号: 1000-4750(2014)10-0033-07

双相介质中椭圆孔洞与裂纹对 SH 波的散射

杨在林, 许华南, 黑宝平

(哈尔滨工程大学航天与建筑工程学院, 黑龙江, 哈尔滨 150001)

摘 要: 采用 Green 函数法和保角映射法解答了双相介质界面附近一个椭圆孔洞和一个裂纹(在同一侧)对 SH 波的散射问题。沿水平界面将双相介质分为一个含椭圆孔和裂纹的半空间以及一个完整的弹性半空间。结合“裂纹切割”法, 利用 Green 函数法构造裂纹, 求解出孔洞与裂纹同时存在时的位移和应力表达式。一组未知力系施加在水平界面上, 使两部分契合, 基于界面连续条件推导出一系列 Fredholm 积分方程组, 从而求出未知力系。最后, 给出算例讨论了不同参数对椭圆孔周边动应力集中系数和裂纹尖端动应力强度因子的影响。

关键词: SH 波; 双相介质界面; Green 函数; 动应力集中系数; 动应力强度因子

中图分类号: O343.4; O347.3 **文献标志码:** A **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2013.04.0367

INTERACTION OF AN ELLIPTICAL CAVITY AND A CRACK NEAR BIMATERIALS INTERFACE UNDER INCIDENT SH-WAVES

YANG Zai-lin, XU Hua-nan, HEI Bao-ping

(College of Aerospace and Civil Engineering, Harbin Engineering University, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

Abstract: The SH-waves scattered by an elliptical cavity and a crack (on the same side) near bimaterials interface is studied in this paper, using the methods of Green's function and conformal mapping. The bimaterials is subdivided along the horizontal interface into an elastic half space possessing an elliptical cavity together with a crack and a full elastic half space. A crack is then created in terms of Green's function combined with "crack-division", and thus expressions of displacement and stress are derived while the cavity co-exists with the crack. Undetermined anti-plane forces are loaded on the horizontal surfaces for conjunction of two sections, which are then solved by a series of Fredholm integral equations based on continuity conditions of the interface. Finally, the influence of different parameters on dynamic stress concentration factors around the cavity and dynamic stress intensity factors at the crack tip are discussed.

Key words: SH-waves; bimaterials interface; Green function; dynamic stress concentration factors (DSCF); dynamic stress intensity factors (DSIF)

在实际工程和石油勘探中, 经常遇到界面问题, 如地下岩层、层合板、复合材料、各种含有粘接的结构等。对界面和界面附近缺陷的相互作用问题的研究, 目前已有一定数量的研究成果^[1-14], 采用了复变函数方法、Green 函数法和裂纹“切割”技术, 数值解方法、边界积分方程法中的非超奇异

牵引法、直接法等研究方法, 取得了精确的数据结果, 可以为工程实际提供理论参考。双相介质附近椭圆孔与裂纹的散射问题属“非均匀”介质研究范畴, 本文基于“契合”思想, 采用 Green 函数法、保角映射法等方法对该问题进行了研究, 最后讨论了不同参数情况下椭圆孔周边的动态响应。

收稿日期: 2013-04-19; 修改日期: 2014-04-21

基金项目: 黑龙江省自然科学基金项目(A201310); 黑龙江省博士后科研启动基金项目(LBH-Q13040)

通讯作者: 杨在林(1971-), 男, 内蒙古人, 教授, 博士, 博导, 主要从事弹性波动理论及应用方面的研究工作(E-mail: yangzailin00@163.com).

作者简介: 许华南(1985-), 男, 福建人, 博士生, 主要从事弹性波动理论及应用方面的研究工作(E-mail: hntiger_86@126.com);

黑宝平(1986-), 男, 山西人, 博士生, 主要从事弹性波动理论及应用方面的研究工作(E-mail: hbp0627@126.com).

1 问题描述

图1为双相介质界面附近含有一个椭圆孔和任意位置的裂纹的模型, 介质具有不同的材料常数 $(\rho_1, \mu_1; \rho_2, \mu_2)$ 。裂纹的长度 $l=2A$, 建立了三个坐标系 xoy , $x_1o_1y_1$, $x'o'y'$, 它们之间存在下列关系:

$$\begin{cases} x' = x & y' = y - h \\ x_1 = x \cos \beta + y \sin \beta, & y_1 = y \cos \beta - x \sin \beta \\ h_2 = (h_1 + c \sin \beta) / \cos \beta \end{cases} \quad (1)$$

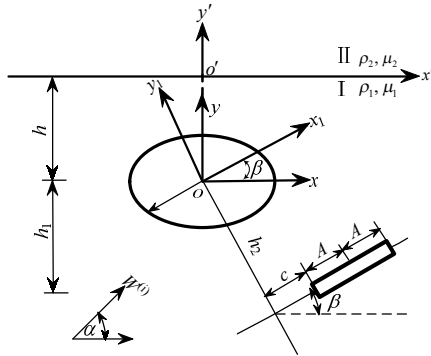


图1 双相介质界面附近含椭圆孔和裂纹(在同一侧)的全空间模型

Fig.1 Model of an elliptical cavity and a crack (on the same side) near a bimaterials interface

2 控制方程

作保角映射 $z = w(\eta) = R(\eta + m/\eta)$ ($\eta = Re^{i\theta}$, $R = (a+b)/2$, $m = (a-b)/(a+b)$, a 和 b 分别为椭圆孔的半长轴和半短轴长), 将 Z 平面上的椭圆边界的外域, 保角映射为 η 平面上边界为一个单位圆的外域。则在 η 平面内, SH波激发的位移 W 满足:

$$\frac{1}{w'(\eta)\overline{w'(\eta)}} \frac{\partial^2 W}{\partial \eta \partial \bar{\eta}} + \frac{k^2}{4} W = 0 \quad (2)$$

其中: $k = \omega/c_s$, ω 是圆频率, $c_s = \sqrt{\mu/\rho}$ 代表介质的剪切波速, ρ 和 μ 分别表示介质的质量密度和剪切模量。

相应的应力表达式为

$$\begin{cases} \tau_{rz} = \frac{\mu}{R|w'(\eta)|} \left(\eta \frac{\partial G}{\partial \eta} + \bar{\eta} \frac{\partial G}{\partial \bar{\eta}} \right) \\ \tau_{\theta z} = \frac{i\mu}{R|w'(\eta)|} \left(\eta \frac{\partial G}{\partial \eta} - \bar{\eta} \frac{\partial G}{\partial \bar{\eta}} \right) \end{cases} \quad (3)$$

3 椭圆孔周围的散射波

椭圆孔周围介质I内的散射波 $W_i^{(s)}$ 要满足控制方程式(2), 还需满足无穷远处的 Sommerfeld 辐射

条件, 在保角映射下, 可以写成:

$$W_1^{(s)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n \left\{ H_n^{(1)}[k_1 |w(\eta)|] \left[\frac{w(\eta)}{|w(\eta)|} \right]^n + H_n^{(1)}[k_1 |w(\eta) - 2ih|] \left[\frac{w(\eta) - 2ih}{|w(\eta) - 2ih|} \right]^{-n} \right\} \quad (4)$$

其中 A_n 代表未知系数, 是由椭圆孔的边界条件来确定的。把式(4)代入式(3)可得到相应的应力表达式。

4 Green 函数

4.1 Green 函数 G_1

本文的第一个 Green 函数为含椭圆孔的弹性半空间 I 的水平表面任意一点承受时间谐和出平面线源荷载作用时的位移场基本解, 用 G_1 表示。

边界条件为:

$$\begin{cases} \tau_{rz} = 0, & \eta = e^{i\theta} \\ \tau_{\theta z} = \delta(z - z_0), & \text{在 } \theta=0, \pi \text{ 上} \end{cases} \quad (5)$$

对于出平面线源荷载 $\delta(z - z_0)$ 在完整弹性半空间 I 中所产生的波场 $G_{1,1}^{(i)}$, 可将其示为入射波, 它是已知的, 即半空间问题的基本解。

$$G_{1,1}^{(i)} = \frac{i}{2\mu} H_0^{(1)}(k_1 |w(\eta) - w(\eta_0)|) \quad (6)$$

式中: $H_0^{(1)}(\cdot)$ 为零阶第一类 Hankel 函数; η_0 为线源荷载作用点 Z_0 在映射平面上的像。

对于由椭圆孔所激发的散射波 $G_1^{(s)}$ 具有式(4)的形式。总的波场可以写成:

$$G_1 = G_{1,1}^{(i)} + G_1^{(s)} \quad (7)$$

代入式(3), 求出相应的应力表达式, 再代入边界条件式(5)的第一项, 有:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n \varepsilon_n = \varepsilon \quad (8)$$

其中:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= iH_1^{(1)}(k_1 |w(\eta) - w(\eta_0)|) \cdot \left[\frac{\bar{w}(\eta) - \bar{w}(\eta_0) \eta w'(\eta)}{w(\eta) - w(\eta_0) |R| w'(\eta)} \right] + \frac{w(\eta) - w(\eta_0)}{w(\eta) - w(\eta_0) |R| w'(\eta)} \frac{\bar{\eta} \bar{w}'(\eta)}{|R| w'(\eta)} \\ \varepsilon_n &= 2\mu \left\{ \left[H_{n-1}^{(1)}(k_1 |w(\eta)|) \left[\frac{w(\eta)}{|w(\eta)|} \right]^{n-1} \right] - \right. \\ &\quad \left. H_{n+1}^{(1)}(k_1 |w(\eta) - 2ih|) \cdot \left[\frac{w(\eta) - 2ih}{|w(\eta) - 2ih|} \right]^{-(n+1)} \right\} \frac{\eta w'(\eta)}{|R| w'(\eta)} \end{aligned}$$

$$\left[H_{n+1}^{(1)}(k_1|w(\eta)) \left[\frac{w(\eta)}{|w(\eta)|} \right]^{n+1} - H_{n-1}^{(1)}(k_1|w(\eta) - 2ih) \cdot \right.$$

$$\left. \left[\frac{w(\eta) - 2ih}{|w(\eta) - 2ih|} \right]^{-(n-1)} \left[\frac{\bar{\eta} \bar{w}'(\eta)}{R|w'(\eta)|} \right] \right\}$$

在式(8)两边同乘 $e^{-im\theta}$ ，并在 $(-\pi, \pi)$ 上积分得：

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n \varepsilon_{mn} = \varepsilon_m \quad (9)$$

其中： $\varepsilon_{mn} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \varepsilon_n e^{-im\theta} d\theta$ ， $\varepsilon_m = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \varepsilon e^{-im\theta} d\theta$ 。

通过控制精度截取有限项，将式(9)转化为求解未知系数 A_n 的代数方程组。

4.2 Green 函数 G_2

本文的第二个 Green 函数 G_2 为含椭圆孔的弹性半空间内任意一点承受时间谐和出平面线源荷载作用时位移场的基本解。

出平面线源荷载 $\delta(Z - Z_0)$ 在完整弹性半空间 I 中所产生的波场为 $G_{1,2}^{(i)}$ ，由于水平面的存在而产生的反射波场为 $G_1^{(r)}$ ，在 η 平面内，表达为：

$$G_{1,2}^{(i)} = \frac{i}{4\mu_1} H_0^{(1)}(k_1|w(\eta) - w(\eta_0)|), \quad (10)$$

$$G_1^{(r)} = \frac{i}{4\mu_1} H_0^{(1)}(k_1|w(\eta) - \overline{w(\eta_0)} - 2ih|).$$

代入式(3)可求得相应的应力表达式。

半空间中由于弹性椭圆孔而激发的散射波 $G_1^{(s)}$ 可以用式(4)表示，总波场为：

$$G_2 = G_{1,2}^{(i)} + G_1^{(r)} + G_1^{(s)} \quad (11)$$

4.3 Green 函数 G_3

G_3 表示含椭圆孔和裂纹的弹性半空间 I 的水平表面任意一点承受时间谐和的出平面线源荷载作用时位移场的基本解，满足控制式(2)。

由 4.1 节可以写出不含裂纹时波场：

$$G_1 = G_{1,1}^i + G_1^{(s)} \quad (12)$$

含圆孔的弹性半空间表面承受出平面线源荷载时，空间内任意一点的位移和应力都可以求出，如果在该处施加与之大小相等、方向相反的应力，则此处的应力为零，即在欲出现裂纹的区域加置相应的反力，从而构造出裂纹。

裂纹长度 $l = 2A$ ，利用 4.2 节求出的 Green 函数 G_2 ，给出由于构造裂纹而施加的反平面荷载所产生的波场用 $G^{(c)}$ 表示，则 $G^{(c)}$ 的表达式为：

$$G^{(c)} = \int_l \tau_{\theta z_2} G_2 dl \quad (13)$$

则问题的总的波场，即本节的 Green 函数为：

$$G_3 = G_{1,1}^i + G_1^{(s)} - G^{(c)} \quad (14)$$

4.4 Green 函数 G_4

本文的第四个 Green 函数 G_4 为出平面线源荷载 $\delta(z' - z'_0)$ 在完整弹性半空间 II 中所产生的波场，可将其示为入射波，即半空间问题的基本解：

$$G_4 = \frac{i}{2\mu_2} H_0^{(1)}(k_2|z' - z'_0|) \quad (15)$$

5 界面附近椭圆孔与裂纹对 SH 波的散射

5.1 SH 波的入射

该问题可视为“契合”问题而加以研究。沿界面 $y = h$ 将双相介质剖分为弹性半空间 I 和 II，其中 I 为含有椭圆孔和任意位置直线裂纹的弹性半空间，II 为完整的弹性半空间。

SH 波作用下，在映射平面 η 上，入射波 $W^{(i)}$ 和 $y = h$ 处界面引起的反射波 $W^{(r)}$ 可以写为：

$$W^{(i)} = W_0 \exp \left\{ \frac{ik_1}{2} [(w(\eta) - ih)e^{-i\alpha} + \overline{(w(\eta) + ih)}e^{i\alpha}] \right\}$$

$$W^{(r)} = W_0 \exp \left\{ \frac{ik_1}{2} [(w(\eta) - ih)e^{i\alpha} + \overline{(w(\eta) + ih)}e^{-i\alpha}] \right\} \quad (16)$$

其中： W_0 为入射波的波幅； α 是入射角。

相应的应力可由式(16)代入式(3)得到。

5.2 介质 I 内的位移场

半空间中由弹性椭圆孔激发的散射波 $W_1^{(s)}$ 可以用式(4)表示，其中 A_n 都是未知系数，并且求法与 4.1 中 Green 函数的解法一样，这里不再赘述。

则可得到含椭圆孔的下半空间 I 中的波场：

$$W_1 = W^{(i)} + W^{(r)} + W_1^{(s)} \quad (17)$$

半空间 I 中 SH 波作用下任意一点由入射波 $W^{(i)}$ 、 $W^{(r)}$ 和散射波 $W_1^{(s)}$ 引起的应力场都已求出。本问题中裂纹构造的方法与 4.3 节中一样，则施加的反平面荷载产生的波场 $W^{(c)}$ 可以表示为：

$$W^{(c)} = \int_{(c, -h_2)}^{(2A+c, -h_2)} \tau_{\theta z, 1}^{(t)} G_2 dz_1 \quad (18)$$

此时半空间 I 的总波场可以得出：

$$W_1^{(t)} = W^{(i)} + W^{(r)} + W_1^{(s)} - W^{(c)} \quad (19)$$

5.3 定解积分方程

在介质 I 的“剖分”面 $y = h$ 上，总位移为 $W_1^{(t)}$ ，

由式(19)定义。由椭圆孔激发的散射波和构造裂纹产生的波在界面上的应力为零, 故总应力:

$$\tau_{\theta_1, I}^{(i)} = 0, \quad \theta_1 = 0, \pi \quad (20)$$

介质 II 的“剖分”面上, 总位移和总应力为:

$$\tau_{\theta_1, II}^{(i)} = 0(\theta_1 = 0, \pi), \quad W_{II}^{(i)} = 0 \quad (21)$$

为保证“剖分”界面应力平衡与位移连续条件, 在介质 I、介质 II 的“剖分”界面上施加外力系 $F_1(r_0, \theta_0)$ 、 $F_2(r_0, \theta_0)$, 如图 2 所示。

“剖分”界面上的总位移和总应力分别为:

$$W_I = W^{(i)} + W^{(r)} + W_1^{(s)} - W^{(c)} + \int_0^\infty F_1(r_0, \pi) G_3(r_1, \theta_1; r_0, \pi) dr_0 + \int_0^\infty F_1(r_0, 0) G_3(r_1, \theta_1; r_0, 0) dr_0 \quad (22)$$

$$W_{II} = \int_0^\infty F_2(r_0, \pi) G_4(r_1, \theta_1; r_0, \pi) dr_0 + \int_0^\infty F_2(r_0, 0) G_4(r_1, \theta_1; r_0, 0) dr_0 \quad (23)$$

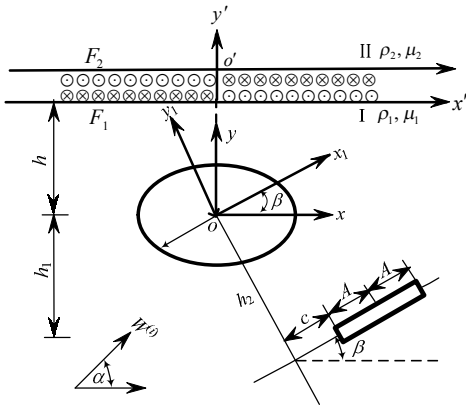


图 2 “剖分”界面装配模型

Fig.2 The conjunction model of 'subdivision' surface

$$\tau_{\theta_z}^{(I)} = F_1(r_0, \theta_0), \quad \tau_{\theta_z}^{(II)} = F_2(r_0, \theta_0) \quad (24)$$

其中: G_3 、 G_4 分别由式(14)、式(15)定义。

由界面上应力平衡条件 $\tau_{\theta_1, I}^{(I)} = \tau_{\theta_1, I}^{(II)}$, 有:

$$F_1(r_0, \theta_0) = F_2(r_0, \theta_0) \quad (25)$$

由界面上位移连续条件, 有:

$$\int_0^\infty F_1(r_0, \pi) [G_3(r_1, \pi; r_0, \pi) + G_4(r_1, \pi; r_0, \pi)] dr_0 + \int_0^\infty F_1(r_0, 0) [G_3(r_1, \pi; r_0, 0) + G_4(r_1, \pi; r_0, 0)] dr_0 = -[W^{(i)} + W^{(r)} + W_1^{(s)} - W^{(c)}]_{\theta=\pi} \quad (26)$$

$$\int_0^\infty F_1(r_0, \pi) [G_3(r_1, 0; r_0, \pi) + G_4(r_1, 0; r_0, \pi)] dr_0 + \int_0^\infty F_1(r_0, 0) [G_3(r_1, 0; r_0, 0) + G_4(r_1, 0; r_0, 0)] dr_0 = -[W^{(i)} + W^{(r)} + W_1^{(s)} - W^{(c)}]_{\theta=0} \quad (27)$$

式(26)和式(27)定解积分方程组属于半无限域上含弱奇异性的第一类 Fredholm 方程组, 其奇异性表现为当 Green 函数的像点与源点重合时, 被积核函数呈对数奇异性。本文结合散射波的衰减特性, 采用弱奇异性积分方程组直接离散法, 把以上积分方程组转化为线性代数方程组, 求解出在一系列离散点上附加外力系 F_1 和 F_2 的值。

6 动应力集中系数(DSCF)

当椭圆孔界面上给出应力自由的条件时, 通常动应力集中系数 $\tau_{\theta_z}^*$ 可写成:

$$\tau_{\theta_z}^* = |\tau_{\theta_z}^{(i)} / \tau_0| \quad (28)$$

其中: $\tau_{\theta_z}^{(i)}$ 为孔洞周边上的应力; $\tau_0 = \mu_1 k_1 W_0$ 为入射应力的最大幅值。

7 动应力强度因子(DSIF)

计算中, 通常定义裂纹尖端的动应力强度因子 k_3 为:

$$k_3 = |\tau_{rz}|_{\bar{r}=\bar{r}_0} / \tau_0 Q \quad (29)$$

其中: $\tau_{rz}|_{\bar{r}=\bar{r}_0}$ 取裂纹附近区域内微小距离处的名义应力; Q 为特征参数, 具有长度的平方根量纲; τ_0 为沿 α 方向入射的谐和波 $W^{(i)}$ 在入射方向产生的应力最大幅值, 即 $\tau_0 = W_0 \mu_1 k_1$ 。

8 算例分析与讨论

本文采用 Green 函数和保角映射等方法求解了 SH 波入射下双相介质椭圆孔洞和裂纹分布位于同一介质时的散射问题, 经过验证, 项数 $n=15$ 时, 椭圆孔自由边界的应力精度可达 10^{-6} , 并且将本文的问题退化为双相介质附近圆形孔洞的情形时, 可以取得与文献[3]近似一致的结果。

作为算例, 本文基于以上理论推导给出了界面附近含椭圆孔和裂纹的双相介质中椭圆孔周边动应力集中系数的计算结果, 讨论了不同参数对椭圆孔外周边动应力集中系数(DSCF)和裂纹尖端的动应力强度因子(DSIF)的影响规律, 其表达式分别为式(28)和式(29)。算例中, $W_0 = 1.0$, $\mu_2 = 1.0$ 。

1) 图 3 可看出, 随着波数 k_1 的逐渐增加, $\tau_{\theta_z}^*$ 的分布呈现出越来越明显的振荡特征。入射角度 α 的变化对动应力集中系数的分布有很大的影响。比较图 3(a)和图 3(b), 当 SH 波斜入射时, 低频情况下($k_1 = 0.1$) $\tau_{\theta_z}^*$ 略有增加, 而高频情况下($k_1 = 2.0$)

椭圆孔周边的 $\tau_{\theta z}^*$ 则变小;当SH波垂直入射时,椭圆孔周边的 $\tau_{\theta z}^*$ 呈对称分布,对于 $k_1=0.5$ 的情况, $\tau_{\theta z}^*$ 的大小要比其他情况大的多,最大值达3.52,当 $k_1=0.1、2.0$ 时, $\tau_{\theta z}^*$ 达到极小值,如图3(c)所示。

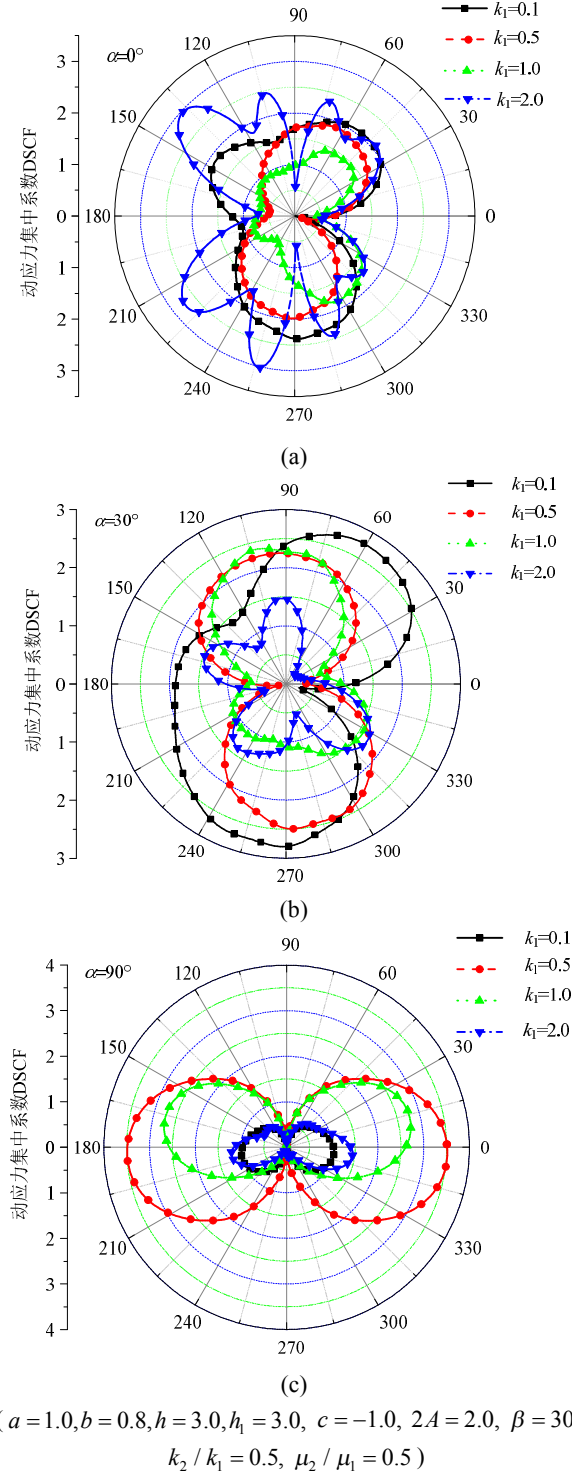


图3 SH波不同角度入射时椭圆孔周围的DSCF随 k_1 的变化
Fig.3 Distribution of DSCF around the elliptical cavity with k_1 under incident SH waves with different angles

2) 图4描绘了椭圆孔周边动应力集中系数 $\tau_{\theta z}^*$ 随介质波数比 k_2/k_1 和剪切模量比 μ_2/μ_1 的变化曲线。图4(a)揭示了 k_2/k_1 的变化对椭圆孔周边动应力集中系数 $\tau_{\theta z}^*$ 的影响不是很大, k_2/k_1 的值越大, $\tau_{\theta z}^*$ 也越大, $\theta=11^\circ$ 处出现最大值,分别为2.55、2.74、2.95和3.24。 μ_2/μ_1 的变化对 $\tau_{\theta z}^*$ 的分布有一定的影响, μ_2/μ_1 值越大, $\tau_{\theta z}^*$ 值也越大,参见图4(b)。

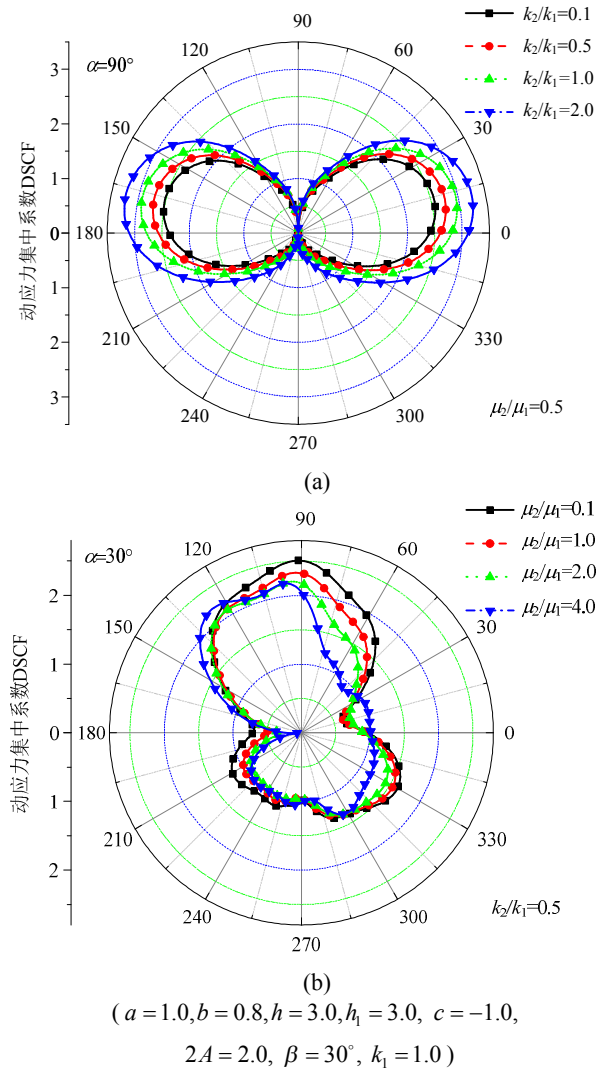
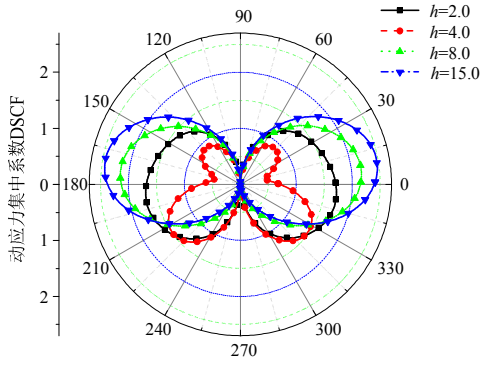


图4 椭圆孔周围的DSCF随 k_2/k_1 和 μ_2/μ_1 的变化
Fig.4 Distribution of DSCF around the elliptical cavity with k_2/k_1 and μ_2/μ_1 under incident SH waves

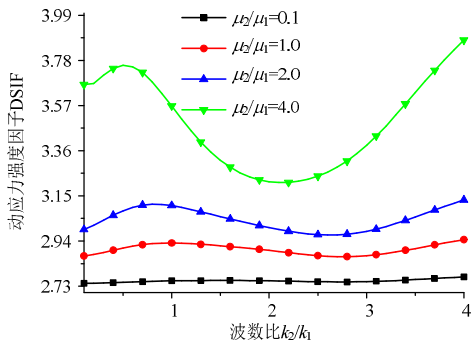
3) 图5揭示了SH波垂直入射时,椭圆孔中心到水平界面的距离 h 对 $\tau_{\theta z}^*$ 的影响规律。对于 $h=4.0$ 的情况, $\tau_{\theta z}^*$ 的值比其他情况小;其他情况下 $\tau_{\theta z}^*$ 的值则随 h 的增加而增加,最大值分别为1.73、2.17和2.45,分别提高了25.4%和12.9%。



($a=1.0, b=0.8, \alpha=90^\circ, h_1=3.0, c=-1.0, 2A=2.0, \beta=0^\circ, k=1.0, k_2/k_1=0.5, \mu_2/\mu_1=0.5$)

图5 SH波垂直入射时椭圆孔周围的DSCF随h的变化
Fig.5 Distribution of DSCF around the elliptical cavity with h under incident SH waves vertically

4) 图6描绘了介质波数的比值 k_2/k_1 对裂纹尖端 k_3 的影响规律。通过观测可得出, μ_2/μ_1 值越大, k_3 随着 k_2/k_1 值的变化越激烈, 其值也越大。

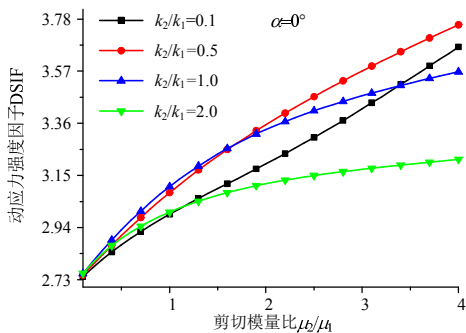


($\alpha=0^\circ, a=1.0, b=0.8, h=3.0, h_1=3.0, c=1.0, 2A=2.0, k=1.0, \beta=30^\circ, k_2/k_1=0.5$)

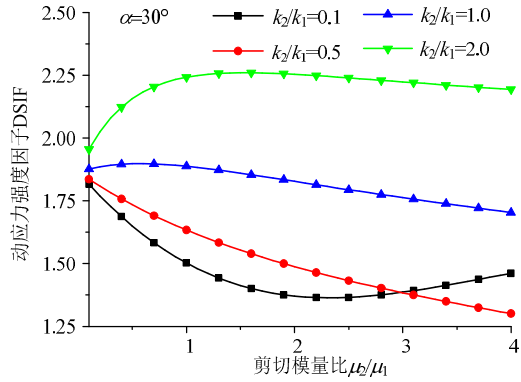
图6 DSIF随 k_2/k_1 的变化

Fig.6 Variation of DSIF at the crack tip with k_2/k_1

5) 图7为裂纹尖端 k_3 随上下介质剪切模量比 μ_2/μ_1 变化的分布曲线。由图7可看出, μ_2/μ_1 和入射角 α 的变化对 k_3 有一定的影响。当入射角 $\alpha=0^\circ$ 时, k_3 值随着 μ_2/μ_1 的增加而增大, 而当 $\alpha=30^\circ$ 时, k_3 的值则略有下降, 但降幅不大。



(a)

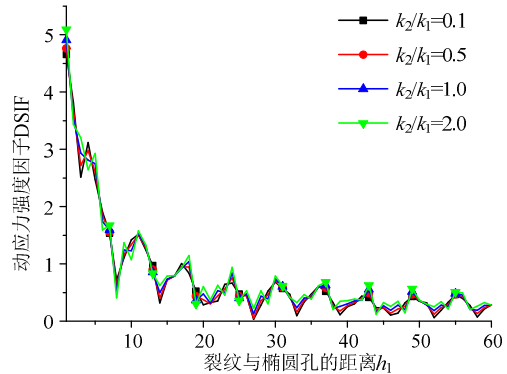


(b)

($a=1.0, b=0.8, h=3.0, h_1=3.0, c=-1.0, 2A=2.0, \beta=30^\circ, k_1=1.0, k_2/k_1=0.5$)

图7 SH波以不同角度入射时DSIF随 μ_2/μ_1 的变化
Fig.7 Variation of DSIF at the crack tip with μ_2/μ_1 under incident SH waves with different angles

6) 图8讨论了 h_1 对 k_3 的影响规律。通过观测可知, 随 h_1 的增加, k_3 均是急剧下降, 然后呈稳定的周期性变化, 而当SH波垂直入射时, k_3 则一直以比较稳定的周期性曲线进行变动。



($a=1.0, b=0.8, h=3.0, h_1=3.0, c=-1.0, 2A=2.0, \beta=30^\circ, k_1=1.0, \mu_2/\mu_1=0.5$)

图8 DSIF随 h_1 的变化

Fig.8 Variation of DSIF at the crack tip with h_1

9 结论

本文通过大量的数据, 精确地分析了不同参数对椭圆孔周边动应力集中系数和裂纹尖端动应力强度因子的影响规律, 得出了一些结论:

(1) 不同参数的变化对椭圆孔周边动应力集中系数和裂纹尖端的动应力强度因子有一定的影响。不同介质的剪切模量比 μ_2/μ_1 与裂纹与椭圆孔的距离 h_1 对 $\tau_{\theta z}^*$ 产生的影响则很小, 而 k_2/k_1 和 μ_2/μ_1 对 k_3 的变化影响会大一些。

(2) 本文得到的精确解可以为工程实际和材料性能研究提供重要的理论参考。以本文的研究为基

础, 可以推广到双相介质中多个椭圆孔和多个裂纹对 SH 波散射的研究。

参考文献:

- [1] 刘殿魁, 刘宏伟. 孔边裂纹对 SH 波散射及动应力强度因子[J]. 力学学报, 1999, 31(3): 292—299.
Liu Diankui, Liu Hongwei. Scattering of SH wave by cracks originating at a circular hole edge and dynamic stress intensity factor [J]. Acta Mechanica Sinica, 1999, 31(3): 292—299. (in Chinese)
- [2] 刘殿魁, 林宏. SH 波对双相介质界面附近圆形孔洞的散射[J]. 固体力学学报, 2003, 24(2): 197—204.
Liu Diankui, Lin Hong. Scattering of SH-waves by circular cavities near bimaterial interface [J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2003, 24(2): 197—204. (in Chinese)
- [3] 刘殿魁, 林宏. 浅埋的圆形孔洞对 SH 波散射与地震动[J]. 爆炸与冲击, 2003, 23(1): 6—12.
Liu Diankui, Lin Hong. Scattering of SH-waves by a shallow buried cylindrical cavity and the ground motion [J]. Explosion and Shock Waves, 2003, 23(1): 6—12. (in Chinese)
- [4] 刘殿魁, 陈志刚. 椭圆孔边裂纹对 SH 波的散射及其动应力强度因子[J]. 应用数学与力学, 2004, 25(9): 958—966.
Liu Diankui, Chen Zhigang. Scattering of SH-wave by cracks originating at an elliptic hole and dynamic stress intensity factor [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2004, 25(9): 958—966. (in Chinese)
- [5] Liang J W, Zhang H, Lee V W. Analytical solution for dynamic stress concentration of underground twin cavities due to incident SV waves [J]. Journal of Vibration Engineering, 2004, 17(2): 132—140.
- [6] 刘希强, 魏培君. 非均匀弹簧界面模型下柱形夹杂物对弹性波的散射[J]. 工程力学, 2008, 25(2): 83—87.
Liu Xiqiang, Wei Peijun. Elastic wave scattering of a cylinder based on inhomogeneous interface spring model [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(2): 83—87. (in Chinese)
- [7] Mykhas"niv V V, Khay O M. Interaction between Rigid-Disc Inclusion and Penny-Shaped Crack under Elastic Time-Harmonic Wave Incidence [J]. International Journal of Solids and Structures, 2009, 46(3/4): 602—616.
- [8] Müller R, Dineva P, Rangelov T, et al. Anti-plane Dynamic Hole-crack Interaction in a Functionally Graded Piezoelectric Media [J]. Archive of Applied Mechanics, 2012, 82(1): 97—110.
- [9] Chen Weiyun, Xia Tangdai, Chen Wei, Zhai Chaojiao. Propagation of plane P-waves at interface between elastic solid and unsaturated poroelastic medium [J]. Applied Mathematics and Mechanics(English Edition), 2012, 33(7): 829—844.
- [10] 张小明, 王裕清, 禹建功. 粘弹正交各向异性空心圆柱体周向 SH 波[J]. 工程力学, 2013, 30(3): 78—81, 119.
Zhang Xiaoming, Wang Yuqing, Yu Jianguo. Guided circumferential Sh wave in orthotropic viscoelastic hollow cylinders [J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(3): 78—81, 119. (in Chinese)
- [11] 齐辉, 杨杰. SH 波入射双相介质半空间浅埋任意位置圆形夹杂的动力分析[J]. 工程力学, 2012, 29(7): 320—327.
Qi Hui, Yang Jie. Dynamic analysis for shallowly buried circular inclusions of arbitrary positions impacted by SH-wave in bi-material half space [J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(7): 320—327. (in Chinese)
- [12] Yu C W, Dravinski M. Scattering of plane harmonic P, SV and Rayleigh waves by a completely embedded corrugated elastic inclusion [J]. Wave Motion, 2010, 47(3): 156—167.
- [13] Marijan Dravinski, Ramtin Sheikhhassani. Scattering of a plane harmonic SH wave by a rough multilayered inclusion of arbitrary shape [J]. Wave Motion, 2013, 50(4): 836—851.
- [14] Liu Qijian, Wang Renyi. Dynamic response of twin closely-spaced circular tunnels to harmonic plane waves in a full space [J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2012, 32: 212—220.