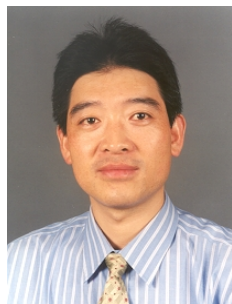


结构可靠性仿真方法研究¹⁾

王哲君^{*,2)} 强洪夫^{*,3)} 常新龙^{*} 穆洪彬[†]

^{*}(第二炮兵工程大学动力工程系, 西安 710025)

[†](第二炮兵固体火箭发动机检测维修站, 北京 102206)



强洪夫, 1965 年出生, 现任第二炮兵工程大学动力工程系系主任, 教授、博士生导师, 国家安全重大基础研究 973-61338 项目首席科学家, 国家安全重大基础研究 973-613142 项目专家组专家, 中国宇航学会第六届固体火箭推进专业委员会副主任委员, 中国航空学会动力专业分会火箭发动机专业委员会委员, 中国岩石力学与工程学会工程安全与防护分会第一届理事会常务理事, 陕西省力学学会第八届理事会理事, 《固体火箭技术》第六届编委会委员, 2009 年获陕西省优秀留学回国人员荣誉称号. 主要研究方向为火箭发动机失效机理、贮存寿命评定理论和方法及其健康诊断技术, 材料多尺度条件下(纳观, 微观和细观)的宏观力学性能数值模拟技术和材料的强度与破坏理论, 无网格粒子理论和仿真技术在超大变形条件下的工程应用等. 主持国家自然科学基金、973 计划课题等共计 20 多个科研项目, 获国防科技进步奖、军队科技进步奖等, 在学术期刊上发表论文 100 余篇, 被 SCI, EI 检索 70 多篇.

摘要 可靠性仿真是对复杂结构系统进行可靠性分析计算最为有效的方法, 引起了研究者越来越广泛的关注. 综合目前结构可靠性仿真方法研究现状, 介绍了蒙特卡罗 (Monte-Carlo, MC) 法、极限状态方程重构法、随机有限元法 (stochastic finite element method, SFEM) 进行结构可靠性仿真计算的特点及发展现状, 归纳了固体火箭发动机 (solid rocket motor, SRM) 结构可靠性的特点及当前进行仿真的方法; 并在此基础上分析了目前结构可靠性仿真方法及对 SRM 结构可靠性进行仿真分析计算时存在的不足及需要进一步研究的内容.

关键词 结构可靠性仿真, 蒙特卡洛, 极限状态方程重构, 随机有限元, 固体火箭发动机

中图分类号: TB114.3 文献标识码: A doi: 10.6052/1000-0879-13-117

THE STRUCTURAL RELIABILITY SIMULATION¹⁾

WANG Zhejun^{*,2)} QIANG Hongfu^{*,3)} CHANG Xinlong^{*} MU Hongbin[†]

^{*}(Power Engineering Department, Xi'an Hi-tech Institute, Xi'an 710025, China)

[†](96630 Unit of the Second Artillery, Beijing 102206, China)

Abstract The reliability simulation is a very effective method for reliability analysis of complicated structural systems. The characteristics of the Monte-Carlo (MC) method, the method to estimate the limit state function and the stochastic finite element method (SFEM) are discussed in this paper, with emphasis on the simulation of the solid rocket motor (SRM).

2013-03-27 收到第 1 稿, 2013-10-17 收到修改稿.

1) 国家重点基础研究发展计划资助项目 (61338).

2) 王哲君, 男, 博士生, 主要从事飞行器材料与结构的强度理论与技术、固体火箭发动机结构完整性分析与技术的研究,

E-mail: qiulongzaitian@126.com

3) E-mail: Qiang@263.com

Key words the simulation of structural reliability, Monte Carlo, fitting limit-state function, stochastic finite element method, solid rocket motor

引言

随着结构系统的日趋复杂,常规的解析方法已不能很好地求解结构的可靠性问题,尤其是结构具有明显非线性特征.用仿真方法解决复杂结构的可靠性问题,已成为一个有效的手段和重要的发展趋势.因此关于结构可靠性仿真方法的研究对结构的设计、改进具有重要意义.

随着可靠性理论的不断发展和仿真方法的不断改进,针对结构的可靠性,研究者提出了众多仿真方法^[1-3].但目前对结构可靠性仿真方法的系统研究还不多见,针对结构可靠性仿真方法在固体火箭发动机(solid rocket motor, SRM)结构可靠性分析计算上的应用,还缺乏有效的分析和总结.

本文在系统介绍国内外对结构可靠性仿真方法研究的基础上,对当前各种仿真方法存在的优缺点及结构可靠性仿真方法在SRM结构可靠性分析计算上的应用等进行有效的归纳和分析,指出需要进一步研究的内容.

1 蒙特卡洛法

蒙特卡洛(Monte-Carlo, MC)法亦称为概率模拟法,有时也称为随机抽样技术或统计试验方法.它是一种通过随机变量的统计试验、随机模拟来求解数学物理、工程技术问题近似解的数值方法.也是最直观、精确、对高度非线性问题最有效的结构可靠性分析方法^[4].

1.1 基本MC法

(1)MC法的理论基础是大数定律.即求解某事件发生的概率时,可通过大量抽样试验的方法,得到该事件出现的频率,将其作为问题的解.

(2)基本思想:按设计变量的概率密度函数进行大量抽样,用落入失效域的样本点数与总投点数之比作为失效概率的无偏估计值.

(3)实施步骤:首先根据结构受力、破坏机理,建立极限状态方程;其次对影响可靠度的随机变量进行大量随机样本抽样;然后把这些抽样值一组组地带入极限状态方程,确定失效与否;最后通过统计的方法,依据该方法的基本思想得到失效概率的无偏估计值.

1.2 改进MC法

由1.1节可知,基本MC法,通常采用大量投点来提高精度,减小方差.在失效概率非常小的时候,随机变量落入失效域的几率很小,抽样效率很低,计算量很大.为此需要对基本MC法进行改进,以提高工作效率,尽可能地减少必需的样本量.通常用减少样本方差、提高样本质量两种方法达到此目的^[5].研究者以此为基础发展了重要抽样(important sampling, IS)法、描述性抽样(descriptive sampling, DS)法、拉丁超立方抽样(Latin hypercube sampling, LHS)法及截断性抽样法、对偶抽样法、分层抽样法、条件期望值法、公共随机数法等多种抽样方法.其中,IS, DS, LHS法是应用较多并具有典型代表性的改进方法,尤其以IS法成为当前研究的重点.

1.2.1 IS法

(1) 基本思想

通过修改抽样过程,用IS密度函数代替原抽样密度函数,改变抽样的“重心”,增加功能函数的失效次数,使抽取的样本点有较多的机会落入失效域内^[6].

(2) 影响因素

① 抽样中心^[7]. 抽样中心的选择对有效抽样所占的比例及有效抽样中对失效概率贡献大的子样所占的比例均会产生重要的影响.一般情况下,抽样中心应选在极限状态曲面附近对结构失效概率贡献最大的区域,目的是提高投点的“命中率和命中效果”.验算点处是对结构失效概率贡献最大的区域,这样抽样中心可选为验算点,也可以利用非线性优化方法,通过求联合概率密度函数的最大值确定,也有通过随机投点来寻找对失效概率贡献最大的区域,进而确定抽样中心;

② 抽样域. 增加有效抽样比例的方法很多,最常用的方法就是选择合适的抽样域.由于抽样域包含于失效域.因此抽样域越接近失效域,则有效抽样比例也就越大.若重要区域选的不合理,精度则难以保证;

③ IS密度函数的确定方法. IS密度函数的选择是IS仿真成功的关键.因此,其选择要兼顾增加有效抽样比例和增加有效抽样中对失效概率值贡献大

的抽样出现的几率. 如果 IS 函数选择恰当的话, 理论上可以使方差缩减甚至消失, 从而显著提高抽样效率. 当 IS 函数选择为标准正态函数时, 就可以使落入失效域的点数与总点数之比为 1/2. 当前, 确定重要函数的方法主要有两大类 [8]: 一是设重要密度函数与原来的概率密度函数相同, 但要把其移到由一次二阶矩法求出的设计点上. 该类方法的局限在于, 若能够找到设计点, 那么就不难用一次二阶矩法算出结果 (尽管该方法会有一定的误差), 因此在一般情况下不必再用 IS 法算一遍. 另外, 假如找不到设计点的话, 那么该方法也就无法使用; 二是根据若干组抽样数据, 经过用 IS 法多次计算并调整各相应参数后, 得到合适的重要函数. 该类方法的局限在于事先需要生成若干组样本, 还需经过多次的修正或迭代, 因此该方法比较复杂. 基于抽样函数的不同确定方法而建立的 IS 方法包括直接法、修正法、自适应方法、球面法等.

(3) IS 方法的发展

为对不同的结构进行可靠性仿真, 基于 IS 的基本思想, 研究者发展了众多新的抽样方法. 如扩展 IS 法、基于期望的 IS 法、自适应 IS 法、截断 IS 法、渐近 IS 法、更新 IS 法、方向 IS 法、序列 IS 法等 [8-12].

不同的 IS 方法, 在相同模拟次数下, 精度是不同的, 计算的复杂程度和适用的条件、范围也各不相同, 因此难于评判哪一种方法更好. 一般, 一种模拟方法的模拟精度愈高, 相应的前期准备工作也愈多, 同时计算也愈复杂.

1.2.2 DS 法

(1) 基本思想: 文献 [13] 经过研究发现: 用 DS 法获取的样本能最好地拟合原分布, 因而它能够得到较精确的估计值. 该方法实质是利用更少的时间抽取更多的服从要求概率分布的样本点. 其先产生一个能够描述要求分布的样本集合, 然后变化样本集合的取值顺序, 从而达到在较少的抽样时间获得更多的服从要求分布的样本的目的. DS 是基于确定性集值和随机的顺序, 而一般的随机抽样方法则是基于随机的集值和随机的顺序.

(2) 方差与变异系数: 通过研究发现 [14], DS 法与基本 MC 法在失效概率估计值的计算上采用相同的公式, 且所求的失效概率估计值的变异系数与样本总数有关. 如要使变异系数减少 10 倍, 样本的数目必须增大 100 倍, 这与基本 MC 法结论一致.

DS 法的主要优点在于它可以在较少的时间内获取更多的服从要求分布的样本, 它或多或少地降低了样本取值的不确定性, 从而使估计值能够在较短的计算时间内收敛于真值. 其抽样时间取决于进行样本顺序调换的次数, 在抽取同样大小样本的情况下, 调换顺序的次数越多, 则落入失效域的样本点就越多, 所抽取时间也就越少. 由于该方法的基本原理是基于对同样的一组样本中的不同变量进行顺序调换, 重新组合而成为新的一组甚至多组样本. 吕震宙等 [15] 的研究表明, DS 法只适用于多个随机变量的情况, 并且变量越多, 这种时间减少越多.

1.2.3 LHS 法

(1) 基本思想: 若模拟循环 N 次, 则首先将每个随机变量的取值范围分为 N 个互不重叠的子区间, 然后从一个随机变量的每个子区间内分别进行独立的等概率抽样, 随机选取一个代表值, 这些代表值便组成这个随机变量的样本. 该方法保证了抽样过程中抽取了所有可能值, 而且每个代表只抽取一次 [16].

(2) 方差: 研究表明, LHS 法并不能降低失效概率估计值的方差. 为提高精度, 文献 [16] 指出该方法必须与能降低方差的其他抽样方法结合使用.

LHS 法相比直接抽样法, 具有抽样“记忆”功能, 可以避免后者数据点集中而导致的仿真循环重复问题. 同时, 它强制保证抽样过程中抽样点离散分布于整个抽样空间. 因此, 一般情况下相同问题要得到相同精度的结果, 该方法比直接抽样法要减少近 40% 的计算循环次数 [17]. 但该方法尚需改进分层办法和各区间抽样数的分配方案, 以及进一步研究 LHS 法中组对问题, 以减少各随机变量抽样点所属区间序号统计相关性对计算精度的影响.

1.2.4 复合方法

以 IS 法为代表的改进方法, 主要是通过提高模拟精度来提高抽样效率, 该类方法还包括对偶抽样法、相关抽样法、分层抽样法等; 而以 DS 法和 LHS 法为代表的改进方法, 主要是通过减少抽样时间来提高抽样的效率. 因此, 为最大限度地利用各种改进法的优势, 可将其进行结合, 达到在较少时间内提高失效估计值计算精度的目的. 如 DS-IS 法、分层抽样-IS 法、分层抽样-LHS 法以及 DS 法与分层抽样法、条件期望值法、对偶变量法等相结合的复合法等 [18-20].

通过分析和研究发现, MC 法作为结构可靠性

仿真的基本方法,具有非常明显的优点:

- (1) MC 法及其程序结构简单,较容易实现;
- (2) 只要抽样次数足够多,计算所得的结构可靠度的精度就可满足要求;
- (3) 收敛的概率和收敛的速度与基本随机向量的维数、极限状态函数的复杂程度和仿真计算过程无关,无需将状态函数线性化和随机变量当量正态化;
- (4) 数值模拟的误差也可容易地确定,从而确定模拟的次数和精度.

MC 法 是 进 行 结 构 可 靠 性 仿 真 的 最 基 本 方 法,其他仿真计算方法都是以该法为基础,都是针对该方法在计算中出现的问题而提出的.如何对失效概率较小的结构进行可靠性仿真计算是其面临的主要问题,也是对其进行改进的主要方向.因此,为在结构可靠性仿真计算中发挥该方法更大的作用,基于控制变数法、等分散抽样法以及支持向量法等新抽样方法仍在不断涌现和发展.由于 MC 法自身的特点,目前针对特别复杂结构的可靠性分析,一般将基本 MC 法作为检验各种改进方法和新方法有效性的重要手段.

2 极限状态方程重构法

结构可靠度计算方法多是以极限状态方程具有明确的解析表达式为基础的,但对于某些复杂结构系统,由于结构本身的复杂性,基本随机变量的输入与输出量之间的关系可能是高度非线性的,有时甚至不存在明确的解析表达式.虽然 MC 法也能对该类具有隐性极限状态方程的结构进行可靠性分析计算,但直接计算工作量太大,不被工程界所接受^[21].为此,研究者提出了针对极限状态方程重构的方法,根据构造方法的不同,可分为传统的响应面法(response surface method, RSM)^[22]、人工智能法^[23-24]和新兴的克里金(Kriging)法^[25].

2.1 RSM

2.1.1 基本思想

RSM 是选用一个适当的、可以明确表达的函数来近似代替不能明确表达的函数.对于结构可靠度分析来说,就是通过尽可能少的一系列确定性试验及有限元数值计算来拟合一个响应面来替代未知的真实状态曲面.

2.1.2 主要内容

RSM 在进行结构可靠性分析时,主要包括响应

面(response surface, RS)表达式的选择、参数设计、系数估计.

(1) RSM 表达式的选择

由 RSM 的基本思想可知,该方法的第一步就是选择合适的 RS 表达式,即寻求响应和自变量集合之间函数关系的一个合适的逼近式. RSM 表达式的选取一般应满足两方面的要求^[26]:一方面,表达式尽可能逼近真实 RS;另一方面,形式尽可能简单,包含尽可能少的待定系数,以避免可靠度分析过于复杂,减少结构分析的工作量.在可靠性工程中,目前最流行的做法是将真实 RS 用下述多项式进行近似描述^[27]

$$Z' = g'(x_1, x_2, \dots, x_n) = a_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^n c_i x_i^2 + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^j d_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

式中, x_1, x_2, \dots, x_n 为所研究结构可靠性问题中的任意分布随机变量, a_0, b_i, c_i, d_{ij} 为待定系数.

在实际结构的可靠性分析计算中,可根据具体情况变化式(1)的具体形式.常见的有一次、二次及包含交叉项 3 种,尤以二次多项式使用最为广泛.

(2) 参数设计

待定系数的求解是 RSM 应用的关键.为得到 RS 表达式中的待定系数,需选择足够的展开点来计算极限状态函数的值,进而求解待定系数得到 RS 函数的近似表达式.参数设计的任务就是在参数空间中选择合理的采样点,通过采样点的输入输出数据构造 RS,使其在感兴趣的有限区域内能够有效地逼近真实响应.目前常采用的两种参数设计方法是二水平的因子设计和中心复合因子设计,在可靠性工程中则以采用中心复合因子设计为多^[28].

有关函数逼近问题的近期研究结果表明^[29]:以有限维的多项式函数作为基函数,以任意精度逼近任意非线性映射是不可能的.即如果采用多项式进行 RS 的近似描述,则只能指望在以某点为中心的有限区域内,以有限精度逼近.同时,当大型结构随机变量数很多的时候,计算量较大.实际上不需要在整个空间上使拟合出的 RS 和原 RS 相吻合,只需要在验算点附近一致,因为这一区域对总的失效概率贡献最大.因此展开点应选在验算点附近.

在计算时并不知道验算点的位置,如果在计算中展开点取值范围很宽,验算点较容易落在该范围内,但是所得到的多项式对实际的 RS 的拟合度就较差;反之,若取值范围过窄,验算点有可能不落在

该范围内, 从而使所得到的多项式不能与实际的 RS 在该点处相拟合. 在实际计算中, 若已知各基本变量的分布形式及分布参数, 首先以均值点为中心, 展开点的选择范围取为: $u_i \rightarrow u_i \pm f\sigma_i$. u_i , σ_i 分别是随机变量 x_i 的均值与标准差; f 为迭代步长, 通常第一步迭代时该值可取 2~3, 以后迭代时可取为 1^[30].

(3) 系数估计

系数估计的任务是如何利用有限采样点数据求解式 (1) 中的有系数. 目前在可靠性工程中常用的系数估计方法有两种.

① Faravelli^[31] 提出的以试验设计为基础, 应用 $2n$ 析因设计或中心复合设计 ($(2n+1)$ 次试验) 回归得到待定因子的最小二乘估计, 以误差分析为判别准则决定是否接受. 目前针对该方法还发展了加权最小二乘估计法等;

② 应用 Bucher 等^[32] 提出的二次插值法 ($(4n+3)$ 次试验), 以在近似验算点附近展开得到的 RS 为准则. Rajashekhar 等^[33] 在 Bucher 方法的基础上, 又提出了通过多次插值法得到更精确解的方法. Kim 等^[34] 在该方法的发展上也进行了相应的研究, 其中考虑了插值点方向选取的问题.

前 1 种方法当随机变量较多时, 试验次数过多; 第 2 种方法试验次数少, 但得到的验算点是近似的.

2.1.3 RSM 的发展

国内外的很多学者在 RSM 的发展和应用上做了大量的工作, 使 RSM 逐渐适用于工程结构可靠性的计算. 当随机变量分布不对称且变异性大等情况出现时, RSM 的精度就较差, 需对原始 RSM 进行改进. 在保持 RSM 计算效率高的情况下, 改进主要立足于以下几方面.

(1) 基于 RS 函数表达式改进 RSM

① 通过增加式 (1) 中多项式的次数来提高 RS 精度的高阶 RSM^[35];

② 考虑交叉项. Sang 等^[36] 提出了基于矩估计的 RSM, 考虑了 RS 函数的交叉项, 提高了计算精度; 常新龙等^[37] 基于 Sang 法提出了逐步增加交叉项的改进 RSM;

③ 采用加权思想. Das 等^[38] 先后提出了一种逐步回归的 RSM, 使用加权的回归分析, 在方差分析的基础上根据线性项、二次项和交叉项的实际贡献决定取舍, 或者根据实际物理意义决定取舍, 很好地继承了前面已获得的样本信息; 赵洁^[39] 提出了

改进的线性加权 RSM、非线性加权 RSM;

(2) 基于计算过程改进 RSM

丁幼亮等^[40] 通过引进渐进迭代步长序列法提出了改进 RSM; 赵洁^[39] 针对经典 RSM 受实验点插值系数影响较大的缺点, 提出了通过连续线性插值选取实验点的方法. Rajashekhar 等^[33] 采用梯度投影法选择样本点, 提出了改进的 RSM 法;

(3) 多 RSM

大量计算结果证明, 单 RSM 的精度仍受随机变量的变异性及偏斜程度限制, 对大变异大偏斜的随机变量, 其精度下降. 多 RSM 是取定因子的一定区域, 分出若干子域, 计算各个子域上的近似函数 (称子 RS). 在后来的 MC 抽样中, 在不同子域选用不同的近似函数计算响应的值^[41];

(4) 复合 RSM

一种是以 Kaymaz 等^[42] 为代表提出的组合 RSM; 另一种是将 RSM 与其他仿真方法相结合. 目前, RSM 与 MC 的结合最为普遍, 如 Zou 等^[43] 将 RSM 与 LHS 法结合.

2.1.4 RSM 的特点及不足^[44-45]

(1) RSM 只需较少次数的抽样就可以满足可靠性分析的要求, MC 法需要较多的抽样次数才可以满足精度要求;

(2) RSM 较 MC 法更适用于分析失效概率较小的结构;

(3) 由 RSM 的思想可知, RSM 只要求在验算点处获得的 RS 拟合函数与真实的极限状态函数有很好的拟合性, 并不对 RS 拟合函数的形式有要求. 利用 RSM 进行失效概率的计算一般并不是直接进行, 而是在 RS 拟合函数的基础上采用 MC 法、一次二阶距法或其他算法进行求解. 因此, RS 拟合函数的不同形式对 RSM 的精度有影响, 但是无法估计 RS 拟合函数的不同形式对失效概率计算的影响;

(4) 对已有的问题, 可以针对其特点选择 RS 近似函数, 但是对于新问题的求解缺乏指导意义. 而且当极限状态方程非线性程度较高时, 二次多项式形式的 RSM 很难真实地反映极限状态方程的非线性程度, 这样就会造成计算精度上的误差. 若使用高阶的多项式模型, 由于待定系数多, 从而需要更多的采样点, 导致计算效率的下降;

(5) MC 法与输入变量的维数无关, 但用 RSM 进行分析时, 其分析次数与输入变量 (影响因素) 的维数有关, 对变量维数不太高的问题, 二次 RSM 的

计算效率是比较高的. 当随机变量数增多且为非线性时, 因式 (1) 的刚性, 很难构建精度较高的拟合函数, 不能逼近真实的空间 RS;

(6) 传统 RSM 对验算点处非线性程度不是很大的情况计算精度较高, 但当验算点附近非线性程度较高时, 传统 RSM 所得到的解将会有较大误差, 即传统的 RSM 无法收敛到真实验算点;

(7) 仍采用一次二阶矩法求解可靠性指标, 不能克服其固有缺陷.

综上所述, RSM 是处理极限状态方程为隐函数的形式时的一种有效方法, 但由于其模型的固有特点, 目前其理论精度问题一直得不到有效解决, 具有一定的局限性.

2.2 人工智能法

结构可靠性仿真计算中, 人工智能法主要包括神经网络 (artificial neural network, ANN) 法^[23]和遗传算法 (genetic algorithm, GA)^[24]. 这两种方法都是数值计算中的常用方法, 其主要思想和计算步骤已广为所知. 在结构可靠性仿真中主要是利用其很强的非线性逼近能力和自适应能力, 以此来代替 RSM 进行极限状态方程的近似拟合.

2.2.1 ANN 法

根据 Kolmogorov 多层神经网络映射存在定理, 使用一个三层的 ANN 可精确逼近任一连续函数^[46]. 因此, 可用 ANN 法模拟结构的极限状态方程, 并利用其具有的并行处理能力, 对多组样本进行处理, 提高计算效率. 利用该法逼近连续函数, 其关键点是映射问题, 解决该问题的关键是选取合适的训练样本. 为此, 使用随机生成且均匀分布于解空间的样本, 作为训练样本. ANN 的训练和仿真可采用 Matlab 的 ANN 工具箱中 BP (back propagation) 网络的相关函数.

2.2.2 GA

GA 是人工模拟自然生物进化, 按适者生存、优胜劣汰法则寻求问题最优解的算法. 只要找到合适的生存法则, 就可以应用 GA 在解空间中快速找到最优解. 在解决可靠度问题中, 用 GA 一方面可用于求解复杂结构的隐式极限状态方程的近似函数表达式; 另一方面可求标准正态空间原点至极限状态曲面的最短距离, 即可靠指标.

2.2.3 人工智能法的不足

研究者针对人工智能法的特点, 在求解结构可

靠性问题时, 发展了众多改进法. 但其算法本身的特点却又限制了该方法的使用. 具体表现在^[47-48]:

(1) ANN 的用法和 RSM 大致相同, 目的一般是用于代替有限元求解器. 然而, ANN 理论上始终有较多的缺陷无法圆满解决. 其对数据依赖程度较大, 学习过程的参数选择较为困难, 为了达到较好的训练效果, 需要多次尝试、比较. 还存在诸如结构选择、局部极值、过学习等问题. 即使围绕这些问题又都有一定的解决办法, 但是大多不能从根本上解决 ANN 的弊端, 无法收敛到全局最优解;

(2) 以 GA 为代表的方法, 虽然在理论上存在最优解, 但在实际计算中往往易陷于局部最优, 不能保证一定能收敛到全局最优解.

2.3 Kriging 法

作为一种半参数化的插值技术, 其目的就是通过对部分已知的信息去模拟某一点的未知信息. 传统的模拟技术大都为参数化的模拟 (如 RSM), 使用参数化的非线性模型, 首先必须选择一个适合的数学模型 (如二次多项式), 其次模型确立之后必须确定其待定系数. 而半参数化的 Kriging 模型并不需要建立一个特定的数学模型, 相对于参数化模型而言, Kriging 模型的应用就更加灵活和方便.

2.3.1 基本思想

Kriging 作为线性回归分析的一种改进的技术, 包含了线性回归部分和非参数部分, 形式如式 (2) 所示^[25]

$$y(x) = F(x) + \varepsilon(x) \quad (2)$$

式中, $F(x)$ 为变量 x 的函数的线性组合, 通常情况下, 可以取为固定的常数, 对模拟的精度没有影响. $\varepsilon(x)$ 是一个随机过程, 为非参数部分, 服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$, 但是协方差非零, 其协方差矩阵为

$$\text{Cov}[\varepsilon(x_i), \varepsilon(x_j)] = \sigma^2 R[R(x_i, x_j)] \quad (3)$$

式中, $R(x_i, x_j)$ 是 n_s 个样本点中任何两个样本点 x_i 和 x_j 的空间相关方程, 它对模拟的精确程度起决定性作用. 现在被广泛采用的相关方程是高斯相关方程^[49]

$$R_{ij} = R(\theta, x_i, x_j) = \exp \left[- \sum_{h=1}^n \theta_h (x_{ih} - x_{jh})^2 \right] \quad (4)$$

x_{ih}, x_{jh} 分别是样本点 x_i 和 x_j 的第 h 个分量, n 是已知的设计变量的数量, θ_h 是相关性参数. 在采用式 (4) 的形式时, θ_h 参数保证了相关方程在计算中

足够大的灵活性. 协方差矩阵的系数可通过极大似然估计确定.

Kriging 在某一点进行模拟要借助于在这一点周围的已知变量的信息, 即通过对这一点一定范围内的信息加权的线性组合来估计这一点未知信息. 加权选择是通过最小化估计值误差的方差来确定. 最优 Kriging 模型的构建问题被转换成一个非线性的无约束优化问题.

2.3.2 Kriging 法特点及不足

众多研究者基于 Kriging 法对相关结构进行了可靠性分析计算, 并对其有效性进行了分析. 通过研究发现^[50-52]:

(1) Kriging 是由一个参数模型和一个非参数随机过程联合构成的, 它比单个的参数化模型更具有灵活性, 同时又克服了非参数化模型处理高维数据存在的局限性, 比单个的参数化模型具有更强的预测能力;

(2) 并不给定原问题模拟的函数形式, 以此避免多项式形式对结构可靠度计算的影响, 通过选取部分样本及其结构响应, 模拟未知状态的结构响应, 然后附以最优化的方法求解可靠性指标. 该方法突破了 RSM 中多项式形式对于可靠性计算的制约, 避免数学表达式的不同对于可靠性计算的影响;

(3) Kriging 模型的有效性并不依赖于随机误差的存在, 也就是说已知信息中是否包含噪声信息不会影响 Kriging 模拟的有效性程度;

(4) 与 RSM 相比较, 它摒弃了传统方法中可靠度计算和结构分析交替进行的过程, 取而代之的是一个先结构分析后可靠度计算的过程, 其优点就是可以最大程度地利用现有的大型工程分析软件;

(5) 该方法的最大问题就是与 RSM 等相比, 建模过程太复杂, 并增加了对协方差矩阵系数的确定, 在实际运用中受限. 同时如果无法找到 Kriging 模型的参数的最优值, Kriging 方法的精度并不比二次响应面法高.

3 随机有限元法

在实际工作中, 由于各类结构或构件的物理特性、几何参数等具有一定程度的不确定性. 这种不确定性将导致结构力学特性的不确定, 对结构的临界性能和可靠性有较大影响. 尤其在随机结构动力分析中, 结构参数的变异可能引起结构动态响应的大幅变化, 甚至超过外激励随机性对动响应的影响.

有限元法 (finite element method, FEM) 作为一种非常有效的数值方法, 已广泛用于工程领域, 在结构工程中也发挥着尤为重要的作用. 因此, 人们广泛关注确定性 FEM 推广用于随机力学问题的分析及 FEM 和结构可靠性分析的结合. 在 FEM 计算中引入不确定性因素, 这就是随机有限元法 (stochastic finite element method, SFEM) 的基本思想.

3.1 SFEM 分类

3.1.1 基于分析方法与手段分类

SFEM 可分为两类^[53]: 一类是统计的方法, 就是通过大量的随机抽样, 对结构反复进行 FEM 计算, 将得到的结果作统计分析, 得到该结构的失效概率或可靠性, 这种方法称为 MC-SFEM (Monte-Carlo-stochastic finite element method) 法^[54]. 严格来说, 该法并不是真正的 SFEM. 且对于大型结构, 这种方法工作量极大, 因此很不实用; 另一类是分析的方法, 就是以数学、力学分析作为工具, 找出结构系统 (确定的或随机的) 的响应与输入信号 (确定的或随机的) 之间的关系, 并据此得到结构内力、应力或位移的统计规律, 得到结构的失效概率或可靠性, 这一类 SFEM 比较多.

3.1.2 基于随机场的离散分类

SFEM 控制方程的建立和求解涉及随机因素的表达及其处理方法等, 因而又可将其分为基于随机场离散的 SFEM 和随机变量的 SFEM 两种.

随机场的离散是各种 SFEM 均需解决的问题, 随机场的离散形式对 SFEM 的计算和计算精度有着决定性的影响. 因此随机场的离散成为了研究的重点, 并提出了多种离散方法. 其中 Vanmarcke^[55] 较早系统地研究了随机场理论, 并在 SFEM 中引入了随机场局部平均的概念, 给出了相应的计算方法. 随机场的离散方法主要包括^[56-58]: Kiureghian 和 Ke 的中心离散方法、Li 的插值法、Takada 和 Shinozuka 以及 Deodatis 的局部积分法、Spanos 和 Ghanem 的正交展开法、级数展开法等. 近年来, Zeldin 等^[59] 从中心离散法、插值法和平均法是基于同样的原理出发, 提出一种可把 3 种传统方法组合在一起的统一方法: 转换-不变离散化方法, 并研究了这些方法的精度估计问题. 所有离散化方法的根本目的都是用一系列随机变量近似描述随机场的连续波动. 用级数展开法对随机场的离散, 实际上是数学的离散, 不用网格化. 而其他几种离散化方法中, 需将随机场离散为随机单元网格. 同时, 局部平均法由于具有

高效、对相关结构不敏感、对原始数据要求较低等特点而被众多学者采用。

3.1.3 基于随机变量展开形式分类

通过对随机变量进行各种不同形式的展开,形成了不同的 SFEM,主要有 Taylor 展开随机有限元法 (Taylor stochastic finite element method, TSFEM)、摄动随机有限元法 (perturbation stochastic finite element method, PSFEM)、Neumann 展开 MC 随机有限元法 (Neumann stochastic finite element method, NSFEM)。这几种方法都是围绕随机算子和随机矩阵的求逆问题展开的。

(1) TSFEM

该法的基本思路是将 FEM 格式中的控制量在随机变量均值点处进行 Taylor 展开 (一次或二次),经适当数学处理得出所需计算式。

TSFEM 关键在于对 FEM 方程式直接进行偏微分计算,计算出 FEM 输出量对随机变量的梯度,故该法也称直接偏微分法或梯度分析法。因此 TSFEM 具有如下特点及不足^[60]:

① 该法公式推导简单明了、易于编程实现,为我国许多研究者采用;

② 由于一阶的 TSFEM 法只需要对控制方程求一次刚度矩阵和其逆矩阵,效率比较高,但是由于忽略了二阶以上的高次项,所以该算法对随机变量的变异性有所限制,一般要求一阶 TSFEM 法的随机变量的变异系数小于 0.2 或 0.3。二阶的 TSFEM 法可以放宽对随机变量变异系数的范围,但是因为随机变量的数目较多,计算量很大,因此目前最常用的仍然是一阶的 TSFEM 法;

③ 该法不足主要体现在不论一阶 TSFEM 还是二阶 TSFEM,均无法计算响应量三阶以上的统计特性。

(2) PSFEM

PSFEM 是在确定性 FEM 的基础上,引入表征不定参数的随机变量,利用摄动方法显式处理这些不定参数,定量地描述对所求物理量的影响。

PSFEM 先假定基本随机变量在均值点处产生微小摄动,并利用 Taylor 级数把随机变量表示为确定性部分和由摄动引起的部分,然后将表达式代入到 FEM 的控制方程中,利用摄动法,令对应于微小摄动量的同次幂的系数之和为零,从而将 FEM 位移的支配方程转化为一组线性的递推方程,对其求解,得出位移的统计特性。因此该法具有以下特点

和不足^[61]:

① PSFEM 从概念上要比 TSFEM 更加明确,对于计算结构的位移响应的均值和协方差,概念明确,方法清楚,可以根据问题的精度要求取舍非线性项,且更易于考虑非线性问题。由于任何量的随机性都可以引入摄动量,因此 PSFEM 适用范围较广;

② PSFEM 中的矩阵都是确定的,其刚度矩阵的建立、装配及求逆均可直接使用 FEM 技术。其余的导数矩阵也不难计算,因此该法简单易行;

③ 一阶 PSFEM 与一阶 TSFEM 一样,只需一次形成刚度矩阵,一次对刚度矩阵求逆,因此计算效率较高,但 PSFEM 仍需以微小的摄动量为条件 (一般应小于均值的 20% 或 30%),而实际结构和外部环境参数的变异性常常大于 0.2,这也是 PSFEM 解决实际问题能力的瓶颈。二阶 PSFEM 对摄动量的要求可适当放宽,计算精度也有所提高。但许多学者都已证明二阶 PSFEM 效率极低,实用性很差;

④ 当随机场变异强度较小,且波动频率不很高时,用不大的维数,PSFEM 就能给出合理的结果。当变异强度增大时,需要更高阶的项,其计算量则迅速增加。特别对非线性结构,高阶项必须考虑,这时该法就难以使用了;

⑤ 按分析目的,SFEM 可分为两类,一类以计算结构反应过程的不定性 (主要是各阶矩) 为目的,另一类以计算结构可靠度为目的。计算内容不同导致 SFEM 的基本方程也不同^[40]。PSFEM 属于前者的范畴,由其思想可知,该方法只需一次形成刚度矩阵,一次刚度矩阵求逆,便可求得变形的矩阵,尤其是对于低阶矩的计算较为方便。但该法难以计算可靠度,因为实际结构的承载力极限状态中的失效概率是一个小概率事件,而结构的可靠度计算主要受反应量尾部概率分布函数的影响,如果采用 PSFEM 直接由随机反应的阶矩计算可靠度误差较大。同时该法只能考虑变异系数小于 0.2 的随机量,给不出可靠度结果。

(3) NSFEM

NSFEM 是将刚度矩阵分解为确定性部分与由波动引起的部分之和,然后对刚度矩阵的逆引入 Neumann 展式,并代入 FEM 控制方程,给定迭代精度或收敛误差后,便可以求出包含了位移均值及离差在内的解向量序列。

Neumann 展式的引入实质上是为了解决矩阵求逆的效率问题。如果对每一次随机抽样,只需一次形成刚度矩阵,进行前代、回代及矩阵的乘法和加法

(减法) 运算, 而无需进行刚度矩阵的分解, 则势必可以大大减少工作量. 因此该法具有以下特点^[62]:

① NSFEM 由于采用了 MC 随机模拟技术, 因此不受随机变量波动范围的限制. 针对变异系数大于 0.2 的情况, 该法能得到较为满意的结果, 而一阶的 TSFEM 和 PSFEM 在该问题上, 均不能满足精度要求;

② 从计算效率来看, NSFEM 的计算效率虽不如一阶 TSFEM 和 PSFEM, 但与二阶 TSFEM 和 PSFEM 相比效率却大大提高. 且 NSFEM 可以方便地将 Neumann 展开式取至二阶以上的高阶项, 而在 TSFEM 和 PSFEM 中考虑二阶以上的高阶项已不可能;

③ 从结构响应获取的信息量来看, NSFEM 可以得到响应量的任意阶统计量, 而 TSFEM 和 PSFEM 只能得出一、二阶统计量;

④ 从编程方面看, NSFEM 可以很方便地调用确定性有限元计算程序, 而 TSFEM 则略显复杂, PSFEM 则要复杂得多.

正是由于 NSFEM 具有上述特点, 陈亮^[53], 武清玺^[62]认为该法是处理不确定问题的较好方法. 刘宁等^[60]认为, 如随机变量变异系数较小, 可直接采用一阶 TSFEM, PSFEM, 如果变异系数较大, 若有可能, 须以 NSFEM 作为校核.

3.2 SFEM 发展

结构可靠度理论的研究成果为 SFEM 打下良好基础, 该法在复杂结构的可靠性优化中具有独特的优势. SFEM 能同时考虑结构的物理参数、几何形状和载荷的随机性, 已成为结构研究领域的热点之一, 与可靠度计算方法的结合具有广阔的应用前景. 国内外已对此法进行了发展, 针对 SFEM 分析中, 随机结构经离散化后所得基本随机变量数一般很大, 往往会造成计算量过大的问题, Der 等^[56]提出需对随机变量进行合理缩减, 灵敏度分析法成为最常见的方法. 强洪夫等^[63]发展了积分 SFEM, George^[64], Sniady 等^[65]在 SFEM 的发展上也进行了相应的研究.

但是迄今为止, SFEM 在理论方面的研究还不够系统和完整, 在应用方面还远不如确定性的 FEM 那样普遍. 同时, 这一方法存在奇异问题和全局离散的局限, 其计算效率低^[66]. 而且, 对于结构计算, 要运用真正的 SFEM, 其编程工作十分复杂, 工作量很大, 实际广泛应用受到限制. 但是随着 SFEM 与

可靠度计算相结合的研究的进一步发展, 它将显示出强大的生命力和广阔的发展前途.

4 结构可靠性仿真方法的发展

结构可靠性越来越受到工程的重视, 结构乃至结构系统的复杂程度也在不断的增加, 这都要求可靠性仿真这一有效方法进一步发展, 适应不同研究对象对可靠性计算的要求. 结构可靠性仿真方法的发展主要体现在以下几方面:

(1) 仿真方法的发展首先表现在它不仅仅是一种方法单独的发展, 而是呈现出不同方法之间交错的应用, 相互取长补短, 相互融合, 在应用中同时使用两种方法甚至更多种来处理仿真过程的不同步骤, 发展混合仿真方法. MC 与其他各种方法的结合是当前各种混合法中最基本也是最常见的一种重要形式^[67-69];

(2) 随着人们对可靠性认识的深入, 可靠性理论得到了新的发展. 如模糊可靠性理论、非概率可靠性理论等的出现与发展^[70-71]. 这些新的可靠性理论的出现与发展不仅丰富了理论同时也必将带动可靠性仿真方法的进一步发展, 在其新方法中得到体现和应用;

(3) 随着计算机的发展, 仿真技术和手段也必将提高. 许多仿真方法的局限性将会得到一定缩减. 以前存在的计算量大的问题, 随着高性能计算机的不断发展, 在一定程度上能得到缓解.

5 SRM 结构可靠性仿真

5.1 SRM 结构可靠性仿真基本概念

(1) SRM 可靠性是指在给定工作条件下, 能使发动机性能保持在允许范围内, 不发生导致发动机失效的能力, 包含结构可靠性和性能可靠性^[72].

对 SRM 而言, 结构可靠性一般是指在规定时间内和条件下, 完成预定功能之后, 仍能保持结构完好的概率. SRM 的结构可靠性表现为成功或失败二种情况^[72].

(2) SRM 结构可靠性仿真, 就是将结构可靠性仿真引入到 SRM 结构可靠性的研究中. 即将影响结构可靠性的主要参数作为随机变量, 根据过去积累的试验数据确定其概率分布特性, 然后针对研究对象建立相应的仿真数学模型, 应用结构可靠性仿真的方法进行仿真计算, 最后确定其概率分布, 估计发动机结构参数的失效概率及对应的结构可靠度.

5.2 SRM 结构可靠性的特点

SRM 结构与一般结构相比,具有很大的不同,其可靠性也呈现出独特的特点^[73-74]:

(1)SRM 结构相对简单,没有或很少有运动件.同时在研制上具有的良好技术继承性、技术积累都使得其能获得相对高的可靠性.但为获取越来越高的性能,人们经常采用没有足够经验和数据积累的新技术、新工艺和新材料,这又限制了 SRM 的高可靠性;

(2)作为运载火箭、航天器和导弹武器的动力装置,该类型发动机的生产批量小,生产和试验费用都很高,一般不可能获得大量足够有代表性的数据.一般的数理统计等可靠性处理方法无法应用,需要应用小子样和变动母体统计等理论,因而对其的可靠性研究尤为重要;

(3)结构承受的主要载荷十分独特,多数情况下十分恶劣,失效形式也多种多样,加大了对其进行可靠性分析计算的难度;

(4)SRM 的贮存和工作过程与时间、温度紧密相关,具有很强的非线性和动态性.因此其可靠性问题是和贮存寿命等问题耦合在一起的.对其进行可靠性分析计算有不小的困难.

5.3 SRM 结构可靠性仿真方法

由于 SRM 结构可靠性具有上述特点,因此几乎不可能采用解析法获得较高的计算精度.而利用仿真方法不仅可以提高工作效率和计算精度,而且可以大幅降低研制成本.随着计算机技术的高速发展,国外在 SRM 失效机理和使用寿命预估技术研究领域广泛运用计算机仿真技术.美国已经通过“一体化高性能火箭推进技术(the Integration of High-Performance Rocket Propulsion Technology, IH-PRT)”计划,在对各种可能导致失效现象、失效机理研究的基础上结合仿真技术对 SRM 典型故障模式、失效过程等进行了分析和模拟仿真.

但 SRM 是由多个分系统组成的复杂的大型系统,由于影响其系统可靠性的因素十分复杂,故障发生的模式及其时机具有随机性.因此,对其可靠性进行有效仿真仍不十分容易.国内外有关 SRM 结构可靠性数字仿真方面的文献还不是很多,当前可查的研究主要集中在以下几方面.

5.3.1 仿真计算的组件

SRM 主要包括点火装置、壳体、药柱和喷管装置等组件,每一个组件都构成可靠性串联模型,都直

接影响着 SRM 的整体可靠性.但由各组件的特性可知,壳体、药柱、喷管是在工作条件下,最易失效的组件^[75].因此,当前针对发动机可靠性的仿真也主要集中在这几个部位.

(1)壳体结构可靠性仿真.张庆雅等^[76]将壳体结构强度、工作应力、尺寸都看成服从正态分布的随机变量,对其进行数理统计,建立壳体的极限状态方程,然后进行可靠性仿真计算;陈顺祥等^[77]对壳体的多种随机分布进行了模拟,并分析了壳体在正态分布压强下的响应;谭三五^[78]也对壳体的可靠性进行了仿真计算;

(2)药柱结构可靠性仿真.刘兵吉^[79]对药柱材料性能的随机性进行了一系列研究;谭三五等^[80]考虑了部分参数的随机性,列出了药柱可靠性仿真程序框架图;张书俊等^[81]考虑了泊松比和松弛模量的随机性,结合药柱的破坏判据,利用仿真方法研究了工作内压作用下药柱结构的可靠度及变化趋势;

(3)喷管结构可靠性仿真.刘勇琼等^[82]假设材料性能以及载荷具有随机性,对喷管扩张段进行了结构可靠性仿真计算.

5.3.2 仿真计算方法

虽然一般结构可靠性仿真的方法都可以在 SRM 结构可靠性的仿真上运用,但由于 SRM 可靠性分析及计算的特点,当前仿真方法主要集中在以下几种.

(1)MC 及其与其他方法结合的混合法.MC 是结构可靠性仿真最基本也是最常用的方法,故美国 60 年代就已经将此法用于 SRM 结构的可靠性分析;Bozkaya 等^[83]采用 MC-RSM 对 SRM 早期设计中的可靠性进行了仿真计算,得出了提高可靠性的设计点;强洪夫等^[84]利用 MC 法对 SRM 结构系统进行了可靠性仿真,得出了发动机在工作阶段的薄弱环节;徐廷学等^[85]基于 MC-RSM 对 SRM 药柱进行了可靠性仿真计算;陈顺祥等^[86]基于 MC-SFEM 对 SRM 纤维缠绕壳体在燃气内压随机变化作用下的情况进行了仿真分析;

(2)SFEM.由于 SRM 结构参数在实际中不再是常数,因此 SFEM 在 SRM 有限元计算中得到较为广泛的运用.张海联等^[87]将哈林(Hasofer-Lind, H-L)法和黏弹性 SFEM 结合,讨论了 SRM 药柱在有效期内不同时间的瞬时可靠度仿真计算问题.陈顺祥等^[88]基于 NSFEM 对 SRM 缠绕结构的可靠性进行了仿真计算;

(3)非概率可靠性法.张海联等^[89]将非概率凸

集理论模型和黏弹性 FEM 相结合, 利用摄动法预测其响应量区间, 发展了适合药柱特点的不确定性方法; 常新龙等^[90] 基于均匀设计思想的 RSM, 并以此为基础, 采用基于区间分析的非概率可靠性模型, 对 SRM 药柱进行了分析。

5.3.3 当前研究中存在的不足

(1) 当前对于 5.3.1 节相关组件可靠性仿真存在以下问题, 需要进一步研究。

① 由于实验少, 目前对壳体、药柱等结构组件进行可靠性仿真计算时对各参数存在众多假设, 这限制了对 SRM 可靠性仿真计算的精度。虽然目前一些研究者进行了一些研究, 但是仍离对 SRM 结构进行有效精确的可靠性仿真的目标还有不小差距。需要加强基础实验研究, 获得更多的基础数据, 进行可靠性数据积累;

② 柔性大喷管是大型 SRM 普遍采用的方案, 其既是能量转换装置, 又是导弹进行姿态控制的有效工具。但利用结构可靠性技术对柔性喷管进行研究, 在国内外还比较匮乏;

③ SRM 结构在实际工作中可能出现多种失效模式, 如何对多应力作用下的可靠性进行分析计算是 SRM 可靠性分析需要解决的关键问题;

④ 目前针对 SRM 关键部件易因贮存老化而结构可靠性受影响的准确模拟计算还很难进行。

(2) 仿真方法存在的不足

① 将不确定结构分析理论引入到 SRM 的研究还只是处于起步阶段, 大部分还是依据经验公式或定性分析, 有很多问题亟待解决;

② 由于 SRM 自身特性及前文所述可靠性特点, 当前对其进行可靠性仿真, 方法主要集中于 5.3.2 节所述方法。但由于这些方法本身的不足限制了对 SRM 结构进行更加有效、精度较高的仿真计算分析。可靠性理论与仿真方法、手段的发展必将促进对 SRM 结构的可靠性仿真。

6 结 论

(1) 对当前结构可靠性仿真中应用的主要方法的基本思想、相关内容及存在不足等进行了有效归纳和分析, 有助于在实际中对不同结构进行可靠性仿真时选择合适的仿真方法, 也有利于研究者发展新的结构可靠性仿真方法;

(2) 对 SRM 结构可靠性概念、特点及仿真方法的归纳与分析有利于研究者对当前研究中存在的不足

足进行进一步的深入研究, 提高对 SRM 结构可靠性仿真分析的效率和精度, 为 SRM 的设计、制造提供指导;

(3) 结构可靠性仿真首要是建立最逼近真实结构的数学、物理模型, 模型的好坏直接影响最终的计算结果。因此, 对于结构可靠性仿真计算, 方法固然重要, 但模型更为重要, 而且是前提。

参 考 文 献

- 1 Naessa A, Leirab BJ, Batsevych O. Reliability analysis of large structural systems. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2012, 28: 164-168
- 2 Feng M, Michel G. Modified subset simulation method for reliability analysis of structural systems. *Structural Safety*, 2011, 33(4-5): 251-260
- 3 Strauss A, Hoffmann S, Wendner R, et al. Structural assessment and reliability analysis for existing engineering structures, applications for real structures. *Structure and Infrastructure Engineering*, 2009, 5(4): 277-286
- 4 Laumakis PJ, Harlow G. Structural reliability and Monte Carlo simulation. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 2002, 33(3): 377-387
- 5 Attila C. An improved Monte Carlo method in structural reliability. *Reliability Engineering and System Safety*, 1989, 24(3): 275-292
- 6 Hsieh M. Adaptive importance sampling for rare event simulation of queuing networks. [PhD Thesis]. California: Stanford University, 1997
- 7 董聪. 非线性系统可靠性分析的重要抽样法. 强度与环境, 1996, 2: 60-64 (Dong Cong. Importance sampling method for reliability analysis of nonlinear system. *Structure & Environment Engineering*, 1996, 2: 60-64 (in Chinese))
- 8 Eamon CD, Thompson M, Liu ZY. Evaluation of accuracy and efficiency of some simulation and sampling methods in structural reliability analysis. *Structural Safety*, 2005, 27(4): 356-392
- 9 周泓, 邱月. 基于期望的重要抽样方法研究. 统计与决策, 2008, 21: 4-6 (Zhou Hong, Qiu Yue. Research on importance sampling method based on the expectation. *Statistics and Decision*, 2008, 21: 4-6 (in Chinese))
- 10 陈向前, 董聪, 闫阳. 自适应重要抽样方法的改进算法. 工程力学, 2012, 29(11): 123-128 (Chen Xiangqian, Dong Cong, Yan Yang. Improved adaptive importance sampling algorithm. *Engineering Mechanics*, 2012, 29(11): 123-128 (in Chinese))
- 11 Grooteman F. An adaptive directional importance sampling method for structural reliability. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2011, 26: 134-141
- 12 Au SK, Beck JL. A new adaptive importance sampling scheme for reliability calculations. *Structural Safety*, 1999, 21(2): 139-163

- 13 Saliby E. Descriptive sampling: a better approach to Monte Carlo simulation. *The Journal of the Operational Research Society*, 1990, 41(12): 1133-1142
- 14 Ibrahim Y. Observations on applications of importance sampling in structural reliability analysis. *Structural Safety*, 1991, 9(4): 269-281
- 15 吕震宙, 岳珠峰. 结构可靠度计算中的描述性抽样法. *力学与实践*, 1998, 20(5): 52-54 (Lü Zhenyu, Yue Zhufeng. Descriptive sampling for structural reliability calculation. *Mechanics in Engineering*, 1998, 20(5): 52-54 (in Chinese))
- 16 Ayyub BM, Lai KL. Structural reliability assessment using Latin hypercube sampling. In: Proceedings of the 5th International Conference on Structural Safety and Reliability, San Francisco, American, 1989
- 17 陈秋红, 栗文长, 曾福强. 大型工程结构可靠性分析的计算机仿真. *系统仿真学报*, 2012, 24(6): 1326-1332 (Chen Qihong, Li Wenchang, Zeng Fuqiang. Computer simulation method of reliability analysis for large engineering structure. *Journal of System Simulation*, 2012, 24(6): 1326-1332 (in Chinese))
- 18 丁克勤, 林钧富. 几种抽样的统计模拟法在估算失效概率中的应用. *北京化工大学学报 (自然科学版)*, 1995, 22(1): 39-58 (Ding Keqin, Lin Junfu. The application of statistical simulating methods of several samplings in estimating the failure probability. *Journal of Beijing University of Chemical Technology*, 1995, 22(1): 39-58 (in Chinese))
- 19 Englund S, Rackwitz R. A benchmark study on importance sampling techniques in structural reliability. *Structural Safety*, 1993, 12(4): 255-276
- 20 戴鸿哲, 王伟. 结构可靠性分析的拟蒙特卡罗方法. *航空学报*, 2009, 30(4): 666-671 (Dai Hongzhe, Wang Wei. Quasi-Monte Carlo method for structural reliability analysis. *Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica*, 2009, 30(4): 666-671 (in Chinese))
- 21 Jian D. Structural reliability analysis for implicit performance function using radial basis function network. *International Journal of Solids and Structures*, 2006, 43(11-12): 3255-3291
- 22 Kim SH, Na SW. Response surface method using vector project sampling points. *Structure Safety*, 1997, 19(1): 3-19
- 23 Goh ATC, Kulhawy FH. Neural network approach to model the limit state surface for reliability analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, 2003, 40 (6): 1235-1244
- 24 龙兵, 安伟光, 姜兴渭. 基于遗传模拟退火算法的结构可靠性分析. *哈尔滨工程大学学报*, 2005, 26(6): 753-757 (Long Bing, An Weiguang, Jiang Xingwei. Structural reliability analysis based on genetic simulated annealing algorithm. *Journal of Harbin Engineering University*, 2005, 26(6): 753-757 (in Chinese))
- 25 Kaymaz I. Application of Kriging method to structural reliability problems. *Structural Safety*, 2005, 27(2): 133-151
- 26 Kauri AI. Response Surface Methodology and Related Topics. Singapore: World Scientific Printers, 2005
- 27 Hurtado JE, Alvarez DA. An optimization method for learning statistical classifiers in structural reliability. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2010, 25: 26-34
- 28 朱静, 郭军, 陆鑫森. 一种新的结构可靠性计算方法——响应面法. *上海交通大学学报*, 1995, 29(2): 26-31 (Zhu Jing, Guo Jun, Lu Xinsen. A new structure reliability analysis method—response surface method. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 1995, 29(2): 26-31 (in Chinese))
- 29 董聪, 刘西拉. 非线性结构系统可靠性理论及其模拟算法. *土木工程学报*, 1998, 31(1): 33-43 (Dong Cong, Liu Xila. A reliability theory and simulation algorithm of nonlinear structural system. *China Civil Engineering Journal*, 1998, 31(1): 33-43 (in Chinese))
- 30 董聪. 结构系统可靠性理论与模拟算法. *强度与环境*, 1997, 4: 51-61 (Dong Cong. A reliability theory and simulation algorithm of nonlinear structural system. *Structure & Environment Engineering*, 1997, 4: 51-61 (in Chinese))
- 31 Faravelli L. Response surface approach of reliability analysis. *Journal of Engineering Mechanics*, 1989, 115(2): 2763-2781
- 32 Bucher CG, Bourgund U. A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems. *Structural Safety*, 1990, 7(1): 57-66
- 33 Rajashekhar MR, Elligwood BR. A new look at the response surface approach of reliability analysis. *Structure Safety*, 1993, 12(3): 205-220
- 34 Kim S, Na S. Response surface method using vector projected sampling points. *Structure Safety*, 1997, 19(1): 3-19
- 35 Gavin HP, Siu CY. High-order limit state functions in the response surface method for structural reliability analysis. *Structural Safety*, 2008, 30(2): 162-179
- 36 Sang HL, Byung MK. Response surface augmented moment method for efficient reliability analysis. *Structural Safety*, 2006, 28(3): 261-272
- 37 常新龙, 陈嘉, 王若雨. 结构可靠性分析中含交叉项的改进响应面法. *设计. 研究. 分析*, 2009, 5: 21-23 (Chang Xinlong, Chen Jia, Wang Ruoyu. An improved response surface method contained cross product terms for structural reliability analysis. *Design. Research. Analysis*, 2009, 5: 21-23 (in Chinese))
- 38 Das PK, Zheng Y. Cumulative formation of response surface and its use in reliability analysis. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2000, 15: 309-315
- 39 赵洁. 机械可靠性分析的响应面法研究. [硕士学位论文]. 西安: 西北工业大学, 2006 (Zhao Jie. Research on the response surface method for reliability analysis of mechanical. [Master Thesis]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2006 (in Chinese))
- 40 丁幼亮, 李爱群, 邓扬等. 响应面法在结构可靠度分析中的应用研究. *特种结构*, 2011, 28(2): 12-16 (Ding Youliang, Li Aiqun, Deng Yang, et al. Research on the usefulness of response surface method on the structural reliability analysis. *Special Structural*, 2011, 28(2): 12-16 (in Chinese))
- 41 杨成永, 张弥, 白小亮. 用于结构可靠度分析的多响应面法. *北方交通大学学报*, 2001, 25(1): 1-4 (Yang Chengyong, Zhang Mi, Bai Xiaoliang. Multiple response surface method in

- analysis of structural reliability. *Journal of Northern Jiaotong University*, 2001, 25(1): 1-4 (in Chinese))
- 42 Kaymaz I, McMahon CA. A response surface method based on weighted regression of structural reliability analysis. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2005, 20(1): 11-17
- 43 Zou T, Mourelatos ZP, Mahadevan S, et al. An indicator response surface method for simulation-based reliability analysis. *Journal of Mechanical Design*, 2008: 130(7): 07140101-07140111
- 44 谭立娟. 结构可靠性分析及基于响应面法的工程应用研究. [硕士学位论文]. 济南: 山东大学, 2010 (Tan Lijuan. Studies of the structure reliability analysis method and the response surface-based method in engineering applications. [Master Thesis]. Jinan: Shandong University, 2010 (in Chinese))
- 45 Guan XL, Melchers RE. Effect of response surface parameter variation on structural reliability estimates. *Structural Safety*, 2001, 23(4): 429-444
- 46 Scarselli F, Tsoi AC. Universal approximation using feed forward neural networks: a survey of some existing methods and some new results. *Neural Networks*, 1998, 11(1): 15-37
- 47 Deng J, Gu DS, Li XB, et al. Structural reliability analysis for implicit performance function using artificial neural network. *Structural Safety*, 2005, 25(1): 25-48
- 48 Gomes HM, Awruch AM. Comparison of response surface and neural network with other methods for structural reliability analysis. *Structural Safety*, 2004, 26 (1): 49-67
- 49 Luo XF, Li X, Zhou J, et al. A Kriging-based hybrid optimization algorithm for slope reliability analysis. *Structural Safety*, 2012, 34(1): 401-406
- 50 Simpson TW, Korte JJ, Mauery TM, et al. Comparison of response surface and Kriging models for multidisciplinary design optimization. *AIAA paper 98-4755*, 1998
- 51 刘瞻, 张建国, 王灿灿等. 基于优化 Kriging 模型和重要抽样法的结构可靠度混合算法. *航空学报*, 2012, 34(6): 1347-1355 (Liu Zhan, Zhang Jianguo, Wang Cancan, et al. An hybrid structure reliability method combining optimized Kriging and importance sampling. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2012, 34(6): 1347-1355 (in Chinese))
- 52 张崎, 李兴斯. 基于 Kriging 模型的结构可靠性分析. *计算力学学报*, 2006, 23(2): 176-179 (Zhang Qi, Li Xingsi. Analysis of structural reliability based on Kriging model. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2006, 23(2): 176-179 (in Chinese))
- 53 陈亮. 基于有限元方法的结构可靠性设计. [硕士学位论文]. 上海: 东南大学, 2006 (Chen Liang. Structure reliability design based on finite element method. [Master Thesis]. Shanghai: Southeast University, 2006 (in Chinese))
- 54 Shinozuka M, Leuce E. A probabilistic model for spatial distribution of material properties. *Engineering Fracture Mechanics*, 1976, 8(1): 217-227
- 55 Vanmarcke E. Probabilistic modeling of soil profiles. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, 1977, 103(11): 1035- 1053
- 56 Der KA, Ke JB. The stochastic finite element method in structural reliability. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 1988, 3(2): 83-91
- 57 Deodatis G. Bounds on response variability of stochastic finite element systems. *Journal of Engineering Mechanics*, 1990, 116(3): 565-585
- 58 Ghanem R, Spanos PD. Polynomial chaos in stochastic finite elements. *Journal of Applied Mechanics*, 1990, 57(4): 197-202
- 59 Zeldin BA, Spanos PD. On random field discretization in stochastic finite elements. *Journal of Applied Mechanizes*, 1997, 65(2): 320-327
- 60 刘宁, 吕泰仁. 随机有限元及其工程应用. *力学进展*, 1995, 25(1): 114-126 (Liu Ning, Lü Rentai. Stochastic FEM and its application in engineering. *Advances in Mechanics*, 1995, 25(1): 114-126 (in Chinese))
- 61 崔海涛, 温卫东. 随机有限元法及其工程应用. *南京航空航天大学学报*, 2000, 32(1): 91-98 (Cui Haitao, Wen Weidong. Stochastic FEM and its applications in engineering. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2000, 32(1): 91-98 (in Chinese))
- 62 武清玺. 结构可靠性分析及随机有限元法. 北京: 机械工业出版社, 2005
- 63 强洪夫, 马昌兵. 利用积分随机有限元计算结构可靠度. *机械科学与技*, 2007, 26(3): 341-343 (Qiang Hongfu, Ma Changbing. Applying integral stochastic finite element method (ISFEM) to calculating structural reliability. *Mechanical Science and Technology*, 2007, 26(3): 341-343 (in Chinese))
- 64 George S. The stochastic finite element method: past, present and future. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2009, 198(9-12): 1031-1051
- 65 Sniady P, Zielichowski-Habe W. New approach in stochastic finite element method. *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*, 2004, 4: 374-375
- 66 银恺, 李滔. 一种结构可靠性的模拟数值计算方法. *机械设计与研究*, 2012, 28(1): 5-7 (Yin Kai, Li Tao. Simulating the numerical computation approach of structure reliability. *Machine Design and Research*, 2012, 28(1): 5-7 (in Chinese))
- 67 段巍, 赵峰. 结构可靠性分析的响应面方法比较研究. *中国工程机械学报*, 2009, 7(4): 392-396 (Duan Wei, Zhao Feng. Comparative study on response surface methods for structural reliability analysis. *Chinese Journal of Construction Machinery*, 2009, 7(4): 392-396 (in Chinese))
- 68 邓建, 边利, 彭怀生. 一种新的蒙特卡罗随机有限元方法. *中南大学学报 (自然科学版)*, 2006, 37(5): 997-1001 (Deng Jian, Bian Li, Peng Huaisheng. A new Monte-Carlo stochastic finite element method. *Journal Center South University (Science and Technology)*, 2006, 37(5): 997-1001 (in Chinese))
- 69 Papadrakakis M, Kotsopoulos A. Parallel solution methods for stochastic finite element analysis using Monte Carlo simulation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1999, 168(1-4): 305-320
- 70 吕震宙, 冯蕴雯. 结构可靠性问题研究的若干进展. *力学进展*, 2000, 30(1): 21-28 (Lü Zhenzhou, Feng Yunwen. Advances

- in structural reliability studies. *Advances in Mechanics*, 2000, 30(1): 21-28 (in Chinese))
- 71 姜潮, 张哲, 韩旭. 一种基于证据理论的结构可靠性分析方法. 力学学报, 2013, 45(1): 103-115 (Jiang Chao, Zhang Zhe, Han Xu. An evidence-theory-based reliability analysis method for uncertain structures. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2013, 45(1): 103-115 (in Chinese))
- 72 戴祖明. 固体火箭发动机可靠性问题探讨. 推进技术, 1982, 3: 16-22 (Dai Zuming. Discussion on the reliability of solid rocket motor. *Journal of Propulsion Technology*, 1982, 3: 16-22 (in Chinese))
- 73 刘飞. 固体火箭发动机可靠性增长试验理论及应用研究. [博士学位论文]. 长沙: 国防科学技术大学, 2006 (Liu Fei. Research on methods and applications of reliability growth test for solid rocket motor. [PhD Thesis]. Changsha: National University of Defense Technology, 2006 (in Chinese))
- 74 孙兵晓, 常新龙, 胡成荣等. 固体火箭发动机密封结构随机有限元可靠性分析. 火箭推进, 2008, 34(5): 22-26 (Sun Bingxiao, Chang Xinlong, Hu Chengrong, et al. Reliability analysis of the SRM sealing structure based on stochastic finite element method. *Journal of Rocket Propulsion*, 2008, 34(5): 22-26 (in Chinese))
- 75 陈汝训. 固体火箭发动机设计与研究. 北京: 宇航出版社, 1991
- 76 张庆雅, 汪亮, 孙东. 遗传算法在固体发动机结构可靠性计算中的应用. 固体火箭技术, 2002, 25(2): 13-17 (Zhang Qingya, Wang Liang, Sun Dong. The application of an improved genetic algorithm in computing structural reliability of SRM. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2002, 25(2): 13-17 (in Chinese))
- 77 陈顺祥, 阳建红, 王本华. 燃烧室压强随机分布的模拟及响应. 固体火箭技术, 1998, 21(1): 20-25 (Chen Shunxiang, Yang Jianhong, Wang Benhua. Simulation and response of stochastic pressure of SRM Chamber. *Journal of Solid Rocket Technology*, 1998, 21(1): 20-25 (in Chinese))
- 78 谭三五. 基于网格理论的纤维缠绕壳体结构可靠性数字仿真. 固体火箭技术, 1996, 19(1): 12-17 (Tan Sanwu. Digital simulation for structural reliability of filament-wound case on grids theory. *Journal of Solid Rocket Technology*, 1996, 19(1): 12-17 (in Chinese))
- 79 刘兵吉. 随机载荷下药柱强度累积损伤可靠性计算. 推进技术, 1993, 3: 42-46 (Liu Bingji. The reliability calculation of accumulative damage to grain strength under random loading condition. *Journal of Propulsion Technology*, 1993, 3: 42-46 (in Chinese))
- 80 谭三五, 王秉勋. 固体火箭发动机结构可靠性数字仿真的基本问题. 推进技术, 1993, 4: 47-54 (Tan Sanwu, Wang Bingxun. Basic problems of digital simulation of solid rocket motor (SRM) structural reliability. *Journal of Propulsion Technology*, 1993, 4: 47-54 (in Chinese))
- 81 张书俊, 任钧国, 田四朋. 固体火箭发动机黏弹性药柱结构可靠性分析. 固体火箭技术, 2006, 29(3): 183-185 (Zhang Shujun, Ren Junguo, Tian Sipeng. Analysis on structure reliability of solid rocket motor viscoelastic grains. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2006, 29(3): 183-185 (in Chinese))
- 82 刘勇琼, 汪亮. 随机有限元法及喷管扩张段结构可靠性分析. 固体火箭技术, 1997, 20(1): 31-35 (Liu Yongqiong, Wang Liang. Stochastic finite element method and structural reliability analysis for the exit cone of solid rocket nozzle. *Journal of Solid Rocket Technology*, 1997, 20(1): 31-35 (in Chinese))
- 83 Bozkaya K, Akkok M, Esin A. Reliability improvement of a solid rocket motor in early design phases. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2009, 46(4): 914-922
- 84 强洪夫, 关正西, 张世英. 固体火箭发动机结构系统可靠性 Monte-Carlo 数字仿真. 固体火箭技术, 1997, 20(2): 14-20 (Qiang Hongfu, Guan Zhengxi, Zhang Shiyong. System reliability digital simulation with Monte-Carlo method for solid rocket motor structure. *Journal of Solid Rocket Technology*, 1997, 20(2): 14-20 (in Chinese))
- 85 徐廷学, 顾钧元, 余仁波等. 基于 MC-RSM 的固体发动机药柱可靠性分析. 战术导弹技术, 2012, 3: 25-28 (Xu Tingxue, Gu Junyuan, Yu Renbo, et al. Structural reliability analysis of SRM grain based on MC-RSM. *Tactical Missile Technology*, 2012, 3: 25-28 (in Chinese))
- 86 陈顺祥, 王佑君, 王本华. SRM 纤维缠绕壳体的蒙特卡罗随机有限元分析. 推进技术, 1988, 19(2): 54-57 (Chen Shunxiang, Wang Youjun, Wang Benhua. Monte-Carlo stochastic finite element analysis in the fiber winding shell of solid rocket motor. *Journal of Propulsion Technology*, 1988, 19(2): 54-57 (in Chinese))
- 87 张海联, 周建平. 基于黏弹性随机有限元的固体推进剂药柱可靠性分析. 固体火箭技术, 2003, 26(3): 21-24 (Zhang Hailian, Zhou Jianping. Reliability analysis of solid propellant grain based on viscoelastic stochastic finite element method. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2003, 26(3): 21-24 (in Chinese))
- 88 陈顺祥, 沈志辉, 朱成永. 基于 SFEM 的 SRM 纤维缠绕结构的可靠性分析. 航空材料学报, 2006, 26(4): 113-116 (Chen Shunxiang, Shen Zhihui, Zhu Chengyong. Reliability analysis for fiber winding chamber of solid rocket motor via stochastic finite element method. *Journal of Aeronautical Materials*, 2006, 26(4): 113-116 (in Chinese))
- 89 张海联, 周建平. 固体推进剂药柱结构分析的非概率凸集合理论模型. 国防科技大学学报, 2002, 24(2): 1-5 (Zhang Hailian, Zhou Jianping. Nonprobabilistic convex set theoretic models for structural analysis of solid propellant grain. *Journal of National University of Defense Technology*, 2002, 24(2): 1-5 (in Chinese))
- 90 常新龙, 方鹏亚, 简斌等. 药柱结构非概率可靠性分析的响应面法. 固体火箭技术, 2012, 35(2): 177-182 (Chang Xinlong, Fang Pengya, Jian Bin, et al. Response surface method of non-probabilistic reliability analysis of solid propellant grain. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2012, 35(2): 177-182 (in Chinese))