

基于PID控制器的动态投资组合模型

屠新曙, 谢晓闻

(华南师范大学 经济管理学院, 广州 510006)

摘要: 在投资过程中, 投资者都是在发生亏损或预期发生亏损时才对投资头寸进行调整, 即投资者调整投资组合的目的是保证组合能获得正收益. 基于该思想, 以组合的预期收益率与通过组合要实现的收益率之差作为控制量, 通过PID控制器动态调整组合中各证券的投资权重, 以实现组合下一期的预期收益率与人们在投资之初确定的收益率相等的目标. 仿真结果表明, 按该模型配置的投资组合的预期收益率能够达到目标收益率.

关键词: 动态投资组合; PID控制器; 预期收益率

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Dynamic portfolio model based on PID controller

TU Xin-shu, XIE Xiao-wen

(School of Economics and Management, South China Normal University, Guangzhou 510006, China.

Correspondent: TU Xin-shu, E-mail: tuxinshu@163.com)

Abstract: In the process of investment, investors whether institutional investors or investors adjust a portfolio when they are in the event of loss or expected loss occurs. In other words, investors adjust the portfolio is designed to ensure the combination can obtain the income. Based on this idea, a dynamic portfolio model is established by using the PID controller. The model puts the error between the portfolio expected return rate and a given yield as a control variable, and dynamically adjusts the securities portfolio weights using the PID controller, to achieve the target which the expected portfolio return rate reaches the given yield. A simulation result shows that the portfolio expected return rate according to the dynamic portfolio model can achieve the given return which is determined at the beginning of investment.

Key words: dynamic portfolio; PID controller; expected return rate

0 引言

现代投资组合理论^[1]以资产收益率的均值和标准差分别度量投资组合的期望收益和风险, 并建立均值-方差模型. 该理论首次定量地分析了投资组合中风险与收益之间的内在关系, 使人们可以系统地描述和解决投资组合的最优化问题, 极大地促进了证券市场的发展和投资者投资管理水平的提高.

此后, 金融学研究者建立了一系列的投资组合模型. 文献[2-3]以绝对离差作为风险度量值建立了均值-绝对离差投资组合模型; 文献[4]利用极小极大法以投资组合收益的最小顺序统计量作为风险度量值建立了一个投资组合选择的线性规划模型; 文献[5]利用投资组合各项资产收益中的最大期望绝对偏差来刻画风险, 并给出了一个线性规划的投资组合模型, 同时也给出了解析的投资组合策略; 文献[6]提

出了模拟退火算法来解决绝对偏差模型; 文献[7]采用了模拟退火的方法来解决一个复杂的投资组合选择模型的问题; 文献[8]利用一个混合整数线性规划模型解决了共同基金单期投资组合策略的问题; 文献[9]在极值分布条件下研究了VaR(风险价值)的计算; 文献[10]提出了两个模糊投资组合模型, 这两个模型的目标是在给定预期收益率下最小化下方风险, 并在区间值的期望收益-风险框架下解决投资组合问题; 文献[11]扩展了均值-方差模型, 并在随机和整数限制下提出了一个精确求解最优投资组合权重的方法.

在这些研究中, 学者们研究了如何求解投资组合的最优权重, 但由于所求得的最优权重是静态的, 而且具有事后性, 只有在已知个股下一期的收益时才能发挥作用, 从而在一定程度上无法满足投资者对资产进行保值增值的需要.

收稿日期: 2012-08-09; 修回日期: 2013-07-10.

基金项目: 广东省哲学社会科学项目(GD12CGL08).

作者简介: 屠新曙(1968—), 男, 教授, 博士, 从事金融工程、系统工程等研究; 谢晓闻(1983—), 男, 硕士, 从事金融工程的研究.

2000年以后,一些学者开始从不同的角度研究动态投资组合问题.文献[12]利用嵌入的方法将多阶段均值-方差投资组合选择问题变成一个能用动态规划处理的问题,并得到了有效策略及有效前沿的解析表达式;文献[13]利用嵌入方法和不定二次最优控制的理论解决了连续时间均值-方差问题;文献[14]提出用拉格朗日和轮廓收敛域切割法解决了具有离散约束特征的投资组合选择问题;文献[15]在随机市场中用指数效用函数研究了动态投资组合选择问题,并建立了相关模型.但这些模型大都建立在随机过程模型基础之上,在现实中并不完全符合随机过程假设,因而与现实依然存在一定的差距,无法有效地指导投资者的投资活动.

在现实的投资过程中,投资者(无论是机构投资者还是散户)都是在发生亏损或预期发生亏损时才对投资头寸进行调整,也就是说,投资者调整投资组合的目的是保证组合能获得正收益.基于这个思想,本文建立了一个动态投资组合模型,该模型是以组合的预期收益率与通过组合要实现的收益率之差作为控制量,通过PID控制器来动态调整组合中各证券的投资权重,以实现组合下一期的预期收益率与人们在投资之初设定的收益率相等的目标.

1 PID 控制器

PID控制器是一个广泛应用于工业控制系统中的通用控制反馈机制,同时也是最常用的反馈控制器,它主要由比例单元、积分单元、微分单元3部分组成,分别被定义为P、I和D.其中:P主要建立在现在的差值之上,I主要建立在过去的差值之上,D主要建立在未来的差值之上.

PID控制器根据系统的偏差,利用偏差的比例、积分、微分3个环节的线性组合形成一个控制器 $u(t)$,并利用该控制器 $u(t)$ 来控制被控对象,使之达到稳定状态.PID控制系统的原理框图如图1所示.

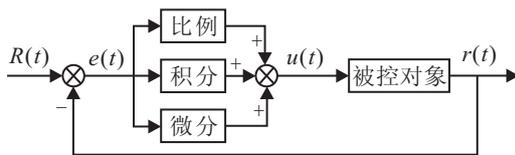


图1 PID控制系统原理框图

在图1中: $R(t)$ 为被控对象在 t 时刻的目标值; $r(t)$ 为被控对象在 t 时刻的实际值; $u(t)$ 为PID控制器输出值; $e(t)$ 为被控对象在 t 时刻的实际值与目标值之间的系统偏差,其表达式为

$$e(t) = R(t) - r(t). \quad (1)$$

其中:系统偏差 $e(t)$ 通过比例环节P,积分环节I和微分环节D的线性组合构成PID控制器,从而对被控对

象进行控制,其控制变量为

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_{t_0}^t e(x) dx + T_d \frac{de(t)}{dt} \right]. \quad (2)$$

其中: K_p , T_i , T_d 分别为比例环节系数、积分环节系数和微分环节系数.

比例环节能实时成比例地反映控制系统的偏差 $e(t)$,偏差一旦产生,控制器立即对其产生控制作用,以减少偏差.

积分环节的作用主要是消除静差,提高系统的稳定性,其强弱取决于积分时间,积分时间越大,积分作用越弱,反之亦然.

微分环节能准确反映偏差信号的变化趋势(变化速率),并能在偏差信号变得太大之前,在系统中引入一个有效的早期修正信号,从而加快系统的动作速度,从而减小调节时间.

将式(2)两边同时进行拉氏变换,则PID控制器的传递函数为

$$G(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = K_p + K_i/s + K_d s. \quad (3)$$

其中: $G(s)$ 为PID控制器的传递函数; $U(s)$ 为控制器输出的拉氏变换; $E(s)$ 为系统偏差 $e(t)$ 的拉氏变换.

PID控制器具有结构简单、稳定性好、适应性强、鲁棒性突出、调整方便,且对模型依赖少等特点.当不完全了解一个系统和被控对象,或不能通过有效的测量手段来获得系统参数时,PID控制就会凸显其效果.

2 动态投资组合模型的建立

人们构建投资组合的目的有两个:一是分散投资风险,二是获取稳定收益.在投资实践中,要实现这两个目标,必须适时地动态调整组合中各证券的头寸,也就是说要构建一个能根据证券实际状况进行组合比例调整的动态投资组合模型,以此来达到保证组合收益率不低于目标收益率的目的.

利用PID控制器原理可以构建这样的动态投资组合模型,其原理如下.

在构建投资组合的初期,按照Markowitz的均值-方差理论构建一个初始组合,即在给定的目标收益率 R_p 下选择投资组合中各证券的投资权重,使整个组合的方差风险最小,即求解如下模型:

$$\begin{cases} \min \sigma_p^2 = X^T \Sigma X, \\ X^T R = R_p, \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1. \end{cases} \quad (4)$$

其中: $R = [R_1, R_2, \dots, R_n]^T$; $R_i = E(r_i)$ 为第 i 种资产的预期回报率; $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 为投资组合权重向量; $\Sigma = [\sigma_{ij}]_{n \times n}$ 为 n 种资产间的协方差矩阵;

$R_p = E(r_p)$, σ_p^2 分别为投资组合的预期回报率和回报率的方差. 在此模型中, 由于 R_p 是事先确定的, 称其为投资组合的目标收益率. 模型 (4) 的解称为投资组合的初始权重.

由于收益具有波动性, 按初始权重配置的投资组合在下一期的预期收益不一定大于或等于人们投资时确定的目标收益. 针对这种情况, 本文先根据证券市场状况对组合中的每只证券的下一期收益率进行预测, 即计算出每只证券的下一期预期收益率. 若在这些预期收益率下按照初始权重配置的投资组合预期收益大于或等于目标收益, 则控制系统不工作. 若下一期的组合预期收益小于目标收益, 即两者之间存在一个差值 $e(t)$, 则此时将差值 $e(t)$ 通过 PID 控制器产生一个控制输出 $u(t)$, 利用控制输出 $u(t)$ 动态地调整投资组合中各证券的权重, 从而使下一期的投资组合预期收益大于或等于目标收益.

只要某一期的投资组合预期收益小于人们的目标收益, 就可利用上述动态投资组合模型先求出被控对象的传递函数, 然后控制系统就会产生一个新的控制变量 $u(t)$, $u(t)$ 会重新调整各证券在投资组合中的投资权重, 直到满足人们的需求为止.

综上所述, 动态投资组合模型原理如图 2 所示.

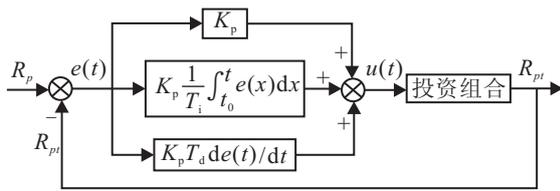


图 2 动态投资组合模型原理框图

图 2 中: R_p 为投资前事先确定的目标收益率; R_{pt} 为第 t 期投资组合的预期收益率, 其表达式为

$$R_{pt} = x_{1t}R_{1t} + x_{2t}R_{2t} + \dots + x_{nt}R_{nt}; \quad (5)$$

$e(t)$ 为第 t 期的组合预期收益率与目标收益率之间的差值, 即

$$e(t) = R_p - R_{pt}. \quad (6)$$

在动态投资组合模型中, 证券 i 在第 t 期的预期收益率 R_{it} 是利用指数平滑模型来预测的. 指数平滑模型既不需要存储很多历史数据, 又考虑了各期数据的重要性, 且使用了全部历史资料, 因而能较准确地预测出单个证券在下一期的收益率, 即

$$R_{it} = \alpha r_{it-1} + (1 - \alpha)R_{it-1}. \quad (7)$$

其中: r_{it-1} 为证券 i 在第 $t - 1$ 期的实际收益率; α 为加权系数, 介于 0 与 1 之间.

在指数平滑模型中, 除了选择合适的加权系数 α 外, 还要确定初始值 R_{i1} . 由于初始值对后期的预测影响较小, 一般用第 1 期的实际收益率作为初始值, 即

$$R_{i1} = r_{i1}. \quad (8)$$

偏差 $e(t)$ 经 PID 控制器之后, 产生一个控制输出

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_{t_0}^t e(x) dx + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_{t_0}^t (R_p - R_{px}) dx + T_d \frac{d(R_p - R_{pt})}{dt} \right]. \quad (9)$$

控制输出 $u(t)$ 用来动态调整各证券在投资组合中的权重, 从而使投资组合的预期收益率与投资之初确定的目标收益率相等, 其控制原理如下:

$$x_{it} = k_{it}u(t) + x_{it-1}. \quad (10)$$

其中: x_{it} 表示证券 i 在第 t 期的投资组合中的投资权重, 并且权重之和为 1, 即

$$x_{1t} + x_{2t} + \dots + x_{nt} = 1; \quad (11)$$

k_{it} 为调整系数, 其大小为

$$k_{it} = x_{it-1} - 1/n, \quad (12)$$

这里 n 为投资组合中所含证券的数量.

当每只证券下一期的预期收益 R_{it} 和调整后的投资权重 x_{it} 被确定后, 投资组合的预期收益率为

$$R_{pt} = x_{1t}R_{1t} + x_{2t}R_{2t} + \dots + x_{nt}R_{nt} = [k_{1t}u(t) + x_{1t-1}]R_{1t} + [k_{2t}u(t) + x_{2t-1}]R_{2t} + \dots + [k_{nt}u(t) + x_{nt-1}]R_{nt}. \quad (13)$$

综上所述, 动态投资组合模型如下:

$$\begin{cases} e(t) = R_p - R_{pt}; \\ u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_{t_0}^t e(x) dx + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_{t_0}^t (R_p - R_{px}) dx + T_d \frac{d(R_p - R_{pt})}{dt} \right]; \\ R_{pt} = x_{1t}R_{1t} + x_{2t}R_{2t} + \dots + x_{nt}R_{nt}; \\ x_{it} = k_{it}u(t) + x_{it-1}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \\ k_{it} = x_{it-1} - 1/n; \\ x_{1t} + x_{2t} + \dots + x_{nt} = 1; \\ R_{it} = \alpha r_{it-1} + (1 - \alpha)R_{it-1}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \\ R_{i1} = r_{i1}. \end{cases} \quad (14)$$

在动态投资组合模型 (14) 中, 投资组合的初始权重 (即第 1 期的投资权重) 是由均值-方差方法得到的.

根据证券的当期实际收益率, 动态投资组合模型 (14) 先利用指数平滑模型对下一期的证券收益率进行预测, 然后通过 PID 控制器动态调整投资组合中各证券的投资权重, 从而使投资组合下一期的预期收益能大于或等于投资之初确定的目标收益.

当然, 在证券投资过程中, 风险和收益是并存的, 要获得一定的收益必须承担一定的风险. 在动态投资组合模型中, 投资组合的风险其实就是投资组合预期收益小于目标收益的风险, 即下半风险. 换句话说, 投

投资组合的收益小于目标收益是投资者不得不面对的风险. 同时, 之所以用目标收益与组合预期收益的差值作为风险的衡量指标, 是因为对于普通的投资者而言, 他们更关心的是投资组合的损失, 而不是其方差. 由于动态投资组合模型能够保证每一期的投资组合预期收益大于或等于投资之初确定的目标收益, 因而, 从一定程度上说, 动态投资组合的目标就是将风险控制为零, 即一旦出现投资风险, 动态投资组合模型能通过PID控制器动态调整投资组合中的各证券投资权重, 以使投资组合的预期收益大于或等于目标收益.

3 动态投资组合模型仿真分析

为了检验动态投资组合模型的应用效果, 对其进行数字仿真是非常必要的.

为保证模型模拟仿真的准确性, 选取2004年1月到2009年10月的个股月收益率作为模拟仿真的样本数据, 所选股票样本分别是中石化、武钢股份和中核科技, 它们分别来自不同的行业, 因而在一定程度上能够规避非系统风险, 其初期月收益率分别为2.61%、4.82%和4.93%. 投资之初确定的目标月收益率 R_p 取4.20%, 按该月收益率计算的复利年收益率为63.84%, 符合这一阶段A股市场的实际情况, 从而具有现实意义.

PID参数的整定方法采用Ziegler-Nichols经验整定方法, 该方法由Ziegler和Nichols于1942年提出, 且适用对象为带纯延迟的一阶惯性环节. 由于动态投资组合模型的被控对象的传递函数是一个具体数值, 模拟仿真时在被控对象的传递函数后添加一个惯性环节和延迟环节. 惯性环节和延迟环节的引入对动态投资组合模型的控制效果没有任何影响, 同时, 整个动态投资组合模型是一个过程控制系统, 不同投资者可以根据实际情况和具体需要选择不同的惯性环节和延迟环节对系统进行调节.

本文选用的惯性环节和延迟环节分别为

$$G_1(s) = \frac{10}{s+2}, \quad (15)$$

$$G_2(s) = e^{-s}. \quad (16)$$

下面, 对动态投资组合模型进行模拟仿真.

Step 1: 首先, 利用Matlab软件求出投资组合的协方差矩阵; 然后, 根据均值-方差投资组合模型求出该投资组合在给定的目标月预期收益率为4.20%时的投资组合最优权重, 中石化、武钢股份和中核科技3支股票的最优权重分别是31.49%、22.37%和46.14%, 即按该比例配置的投资组合风险是最小的.

Step 2: 利用指数平滑模型分别求出中石化、武钢股份和中核科技3支股票在下一期的预期月收益率, 其大小分别为2.71%、3.49%和3.99%. 在这个过

程中, 对于不同的个股, 其加权系数 α 是不同的, 具体大小由投资者根据收益率序列的具体性质决定.

Step 3: 根据3支股票在下一期的预期月收益率, 计算出投资组合在原投资比例下的预期收益率, 其大小为3.47%. 该收益率明显低于投资之初确定的目标月收益率 $R_p = 4.20\%$, 且波动幅度超过18.00%, 因此, 需要调整个股在投资组合中的权重, 以使组合的预期收益率等于目标收益率. 当然, 在此过程中, 若该收益率大于或等于目标月收益率, 则不需要调整投资组合的个股权重.

Step 4: 根据动态投资组合模型求出被控对象的传递函数如下:

$$G(s) = \frac{0.008K_p}{s+2} \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) e^{-s}. \quad (17)$$

在式(17)中, 动态投资组合模型的传递函数为带纯延迟的一阶惯性环节, 符合Ziegler-Nichols经验整定方法的适用条件, 可以用该方法对其进行整定.

Step 5: 在Matlab软件中, 利用Simulink工具箱搭建控制系统的Simulink框图. 动态投资组合模型的Simulink框图如图3所示.

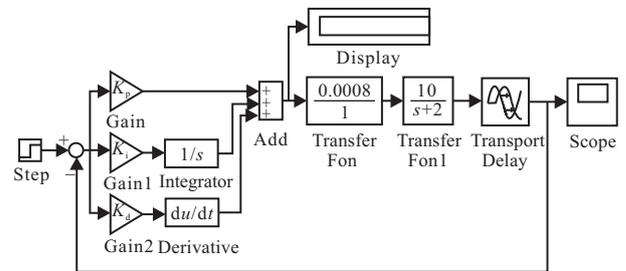


图3 PID控制系统Simulink框图

图3中, Display模块用来显示PID控制输出 $u(t)$, Scope模块则用来显示控制系统的输出波形.

Step 6: 利用Ziegler-Nichols整定法整定出PID控制器的3个参数 K_p , K_i 和 K_d , 整定后其大小分别为245.00、188.00和79.00, PID控制输出 $u(t)$ 的大小为249.90. 此时, 系统仿真如图4所示.

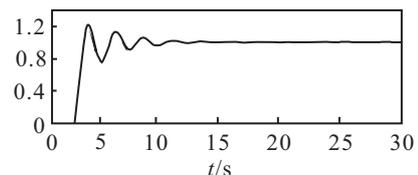


图4 参数整定的PID仿真图

由图4可知, 系统的响应曲线过渡过程时间大约是13.25s, 超调量约为21.12%, 进入稳态后, 控制比较平稳, 波动较小, 控制品质较好.

Step 7: 在投资组合的目标收益率为4.20%的情况下, 给系统输入一个单位阶跃信号, 得出PID控制器输出 $u(t)$ 为10.50, 将其代入式(9), 经调整后, 中石化、武钢股份和中核科技所占投资组合比例分别

为12.61%、92.10%和180.49%。也就是说,该系统通过卖空武钢股份来达到投资组合4.20%的目标收益率。同时通过计算可以验证,按该比例配置的投资组合预期收益率约等于目标收益率4.20%,这充分说明按该系统配置的比例能够满足投资需求。此时,系统仿真如图5所示。

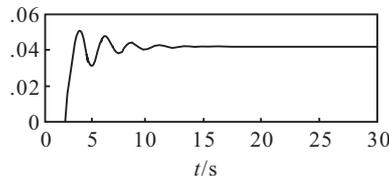


图5 动态投资组合控制系统仿真图

由图5可知,系统的响应曲线过渡过程时间大约为16.61s,超调量大约为21.43%,这些指标对于没有特殊要求的过程控制系统而言,已经能够满足人们的需求。同时从图中可以看出,系统进入稳态后,非常平稳,进而说明该系统控制效果非常好。

4 结 论

本文在均值-方差证券投资模型的基础上,利用过程控制理论的经典PID控制方法提出了一个动态投资组合模型。该模型通过PID控制器对投资组合中的证券权重进行动态调整,能使投资组合在整个投资期内的预期收益率达到投资之初确定的投资收益率。该模型体现了投资者在做决策时,先确定具体的收益目标,然后根据具体目标和实际情况动态地变换投资策略的思想,这与人们在投资实践中的操作理念是一致的。

本文将PID控制器能对被控对象进行实时准确控制的思想应用在投资组合中,为投资者构建了一个动态调整投资权重的动态投资组合模型,能有效地帮助投资者实现投资之初确定的收益率目标,为投资者的投资决策提供理论参考,因而具有较强的现实意义。特别是对于那些信息充分、拥有较多专业分析人员的机构投资者来说,它们预测个股下一期的收益率更加准确,因而应用该模型对其具有更重要的意义。

本文建立的动态投资组合模型不但原理简单、方便实用,而且基于Matlab/Simulink环境对结果进行的仿真,可视化好,框图搭建非常方便,仿真参数也容易修改,省去了编程的繁琐。但由于动态投资组合模型是一个过程控制系统,在仿真时,对应于不同的惯性环节和延迟环节,PID控制输出 $u(t)$ 会产生不同的值满足要求,但这并不影响动态投资组合模型的效果。

除此之外,与其他投资组合模型相比,本文建立的动态投资组合模型的一个独特之处是将投资风险作为控制工具来调节组合中的投资权重,从而实现投资者的投资目标,而不仅仅是将投资风险作为投资的一个衡量指标。

参考文献(References)

- [1] Markowitz H. Portfolio selection[J]. J of Finance, 1952, 7(1):77-91.
- [2] Konno H, Shirakawa H. Equilibrium relations in a capital asset market: A mean absolute deviation approach[J]. Financial Engineering and the Japanese Markets, 1994, 1(1): 21-35.
- [3] Konno H, Suzuki T, Kobayashi D. A branch and bound algorithm for solving mean-risk-skewness portfolio model[J]. Optimization Methods and Software, 1998, 10(2): 297-317.
- [4] Young M R. A mini-max portfolio selection rule with linear programming solution[J]. Management Science, 1998, 44(5): 673-683.
- [5] Cai X Q, Teo K L, Yang X Q, et al. Portfolio optimization under a mini-max rule[J]. Management Science, 2000, 46(7): 957-972.
- [6] Kees G, Koedijk, Casper G. Portfolio selection with limited downside risk[J]. J of Empirical Finance, 2000, 7(2): 247-269.
- [7] Crama Y, Schyns M. Simulated annealing for complex portfolio selection problems[J]. European J of Operational Research, 2003, 150(3): 546-571.
- [8] Luca Chiodi, Renata Mansini, Maria Grazia Speranza. Semi-absolute deviation rule for mutual funds portfolio selection[J]. Annals of Operations Research, 2003, 124(2): 245-265.
- [9] Fernandez V. Risk management under extreme events[J]. Int Review of Financial Analysis, 2005, 14(1): 113-148.
- [10] Enriqueta Vercher, JoséD, Bermúdez, et al. Fuzzy portfolio optimization under downside risk measures[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2007, 158(4): 769-782.
- [11] Bonami P, Lejeune M A. An exact solution approach for portfolio optimization problems under stochastic and integer constraints[J]. Operations Research, 2009, 57(3): 650-670.
- [12] Li D, Ng W L. Optimal dynamic portfolio selection: multi-period mean-variance formulation[J]. Mathematical Finance, 2000, 10(3): 387-406.
- [13] Zhou X Y, Li D. Continuous-time mean-variance portfolio selection: A stochastic LQ framework[J]. Applied Mathematics and Optimization, 2000, 42(1): 19-33.
- [14] Li D, Sun X, Wang J. Optimal lot solution to cardinality constrained mean-variance formulation for portfolio selection[J]. Mathematical Finance, 2006, 16(1): 83-101.
- [15] Ethem Canakoğlu, SüleymanÖzekici. Portfolio selection in stochastic markets with exponential utility functions[J]. Annals of Operations Research, 2009, 166 (1): 281-297.