

## 应召搜潜中典型情况下潜艇分布概率的计算

单志超\*, 鞠建波, 曲晓慧, 温 玮

(海军航空工程学院 电子信息工程系, 山东 烟台 264001)

(\* 通信作者电子邮箱 hgszchao@163.com)

**摘要:**针对应召搜潜过程中潜艇分布概率的计算问题,推导了潜艇的初始位置服从正态分布、潜艇航向在二维平面内服从均匀分布、潜艇航速已知或服从已知分布的潜艇分布概率的计算方法,给出了潜艇航速服从均匀分布和瑞利分布等典型情况下,潜艇分布概率的计算公式,并通过蒙特卡罗方法验证了所推导公式的正确性,同时给出了部分时刻潜艇位置联合概率密度和边缘概率密度的计算结果。通过该计算结果可以清楚地看出应召搜潜中潜艇的分布概率随搜潜时间的变化情况,这对于在搜潜过程中制定正确的搜潜策略具有一定的指导意义。

**关键词:**应召搜潜;分布概率;均匀分布;瑞利分布;联合概率密度;边缘概率密度

**中图分类号:** E911 **文献标志码:** A

### Calculation of submarine distribution probability in call searching submarine for several typical cases

SHAN Zhichao\*, JU Jianbo, QU Xiaohui, WEN Wei

(Department of Electronic and Information Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai Shandong 264001, China)

**Abstract:** Concerning the problem that has no formula to calculate the submarine distribution probability in call searching submarine, the paper gave out a formula to calculate the submarine distribution probability following the time changing for several typical cases. These typical cases included the initial position of the submarine obeying the normal distribution, the submarine heading obeying the uniform distribution in two-dimension plane, and the submarine velocity known or obeying the uniform distribution or obeying the Rayleigh distribution. Then the conclusion was proven right by Monte Carlo simulation. Also the joint probability density curves and the marginal probability density curves about the submarine distribution probability for several specific moments were given. The change of the submarine distribution probability in call searching submarine could be seen clearly through those curves, which is valuable to make the right search strategy in call searching submarine.

**Key words:** call searching submarine; distribution probability; uniform distribution; Rayleigh distribution; joint probability density; marginal probability density

## 0 引言

应召搜潜是航空反潜的一种重要搜潜方式,是航空反潜兵力应其他反潜兵力的召唤快速飞至可疑目标区域进行搜潜的一种极具特色的搜潜形式<sup>[1-3]</sup>。通常应召搜潜具备两项特征:一是已知潜艇的初始位置信息;二是已知潜艇的某些运动状态信息。这些信息共同决定了在搜潜的过程中潜艇的概率分布情况,而潜艇的概率分布情况将对搜潜的结果产生直接影响。如果能充分利用这些信息,估计出潜艇当前时刻的概率分布情况,进而制定正确的搜潜策略,无疑可以提高搜潜的概率。

文献[2-8]对一些典型情况下应召搜潜的效能进行了研究,但搜潜效能的计算是通过蒙特卡罗方法仿真进行,未能给出搜潜过程中潜艇位置的分布情况。

本文将潜艇的初始位置服从以某点为中心的正态分布,潜艇航向在二维平面内服从均匀分布,潜艇航速已知或服从均匀分布、瑞利分布等情况下对潜艇的分布概率进行计算。为便于分析,假设潜艇在航行过程中航向、航速、航行深度保持不变。

## 1 潜艇分布概率的计算模型

为了建立潜艇分布概率的计算模型,需要设置潜艇的初始位置分布和航向等基本参数,另外在潜艇航速已知的情况下,潜艇分布的计算较为简单,因此本章首先推导出潜艇航速已知情况下潜艇分布概率的计算模型,进而推广到潜艇航速服从已知分布情况下的计算模型。

### 1.1 潜艇航向及初始位置概率密度的设置

设潜艇的航向  $\varphi$  在  $[0, 2\pi]$  内服从均匀分布,即:

$$f_{\varphi}(\varphi) = \frac{1}{2\pi}; \quad \varphi \in [0, 2\pi] \quad (1)$$

设潜艇的初始位置为  $(X_0, Y_0)$ ,  $X_0, Y_0$  服从均值为 0, 方差为  $\sigma^2$  的正态分布,即:

$$\begin{cases} f_{x_0}(x_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta_0} e^{-\frac{x_0^2}{2\delta_0^2}}, & x_0 \in (-\infty, +\infty) \\ f_{y_0}(y_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta_0} e^{-\frac{y_0^2}{2\delta_0^2}}, & y_0 \in (-\infty, +\infty) \end{cases} \quad (2)$$

设潜艇在极坐标下初始位置的随机变量为  $(R_0, \Theta_0)$ , 则:

收稿日期:2013-05-27;修回日期:2013-07-25。 基金项目:国家自然科学基金资助项目(61271444)。

作者简介:单志超(1979-),男,河南孟津人,讲师,博士,主要研究方向:航空反潜信息处理、航空反潜战术;鞠建波(1961-),男,山东烟台人,教授,硕士,主要研究方向:自动故障诊断技术、航空反潜战术;曲晓慧(1975-),女,山东莱州人,讲师,博士,主要研究方向:故障诊断技术、航空反潜信息处理;温玮(1979-),男,江西石城人,讲师,博士,主要研究方向:软件建模仿真、航空反潜战术。

$$\begin{cases} f_{R_0}(r_0) = \frac{r_0}{\delta_0^2} e^{-\frac{r_0^2}{2\delta_0^2}}, & r_0 \in [0, +\infty) \\ f_{\theta_0}(\theta_0) = \frac{1}{2\pi}, & \theta_0 \in [0, 2\pi] \end{cases} \quad (3)$$

则  $(R_0, \theta_0)$  的联合概率密度函数为:

$$f_{R_0, \theta_0}(r_0) = \frac{1}{2\pi\delta_0^2} e^{-\frac{r_0^2}{2\delta_0^2}}; \quad r_0 \in [0, +\infty), \theta_0 \in [0, 2\pi] \quad (4)$$

### 1.2 航速已知的潜艇分布概率的计算模型

设潜艇的航速为  $v$ ,  $v$  为标量,  $v \geq 0$ , 仅代表潜艇运动的快慢, 将潜艇位于初始位置  $(X_0, Y_0)$  的时间设为时间零点,  $t$  为潜艇运动的时间, 设  $t$  时刻潜艇运动的距离为  $r_1$ , 则  $r_1 = vt$ .

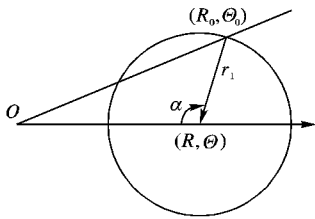


图 1 航速已知的潜艇当前位置与初始位置关系

设  $t$  时刻潜艇的位置为  $(R, \theta)$ , 概率密度函数为  $f_{R, \theta}(r, \theta, t)$ , 由圆周对称性可知  $f_{R, \theta}(r, \theta, t)$  与  $\theta$  无关, 因此可以表示为  $f_{R, \theta}(r, t)$ . 在  $t$  时刻能够到达  $(R, \theta)$  的所有位置必定位于以  $(R, \theta)$  为圆心, 以  $r_1$  为半径的圆上, 由图 1 易知, 随机变量  $R$  与  $R_0$  的关系为:

$$R_0^2 = R^2 + r_1^2 - 2Rr_1 \cos \alpha \quad (5)$$

又由于潜艇航向  $\Phi$  在  $[0, 2\pi]$  内服从均匀分布, 则位于  $(R_0, \theta_0)$  位置的潜艇到达  $(R, \theta)$  的概率密度为潜艇位于初始位置  $(R_0, \theta_0)$  的概率密度的  $1/2\pi$ . 因此, 通过在图 1 所示的圆周上依变量  $\alpha$  进行积分, 即可得到  $t$  时刻潜艇位置  $(R, \theta)$  的联合概率密度函数, 即:

$$f_{R, \theta}(r, t) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} f_{R_0, \theta_0}(r_0) d\alpha = \frac{1}{4\pi^2 \delta_0^2} e^{-\frac{r^2 + (vt)^2}{2\delta_0^2}} \int_0^{2\pi} e^{-\frac{rv \cos \alpha}{\delta_0^2}} d\alpha \quad (6)$$

考虑  $\cos \alpha$  的对称性, 则航速已知的潜艇的位置  $(R, \theta)$  的联合概率密度函数可进一步表示成:

$$f_{R, \theta}(r, t) = \frac{1}{2\pi^2 \delta_0^2} e^{-\frac{r^2 + (vt)^2}{2\delta_0^2}} \int_0^\pi e^{-\frac{rv \cos \alpha}{\delta_0^2}} d\alpha; \quad r \in [0, +\infty), t \in [0, +\infty), \theta \in [0, 2\pi] \quad (7)$$

易知  $\theta$  在  $[0, 2\pi]$  内服从均匀分布, 则可以得到航速已知的潜艇的位置  $(R, \theta)$  的边缘概率密度函数:

$$\begin{cases} f_R(r, t) = \frac{r}{\pi\delta_0^2} e^{-\frac{r^2 + (vt)^2}{2\delta_0^2}} \int_0^\pi e^{-\frac{rv \cos \alpha}{\delta_0^2}} d\alpha, \\ f_\theta(\theta) = \frac{1}{2\pi}, \quad \theta \in [0, 2\pi] \end{cases} \quad (8)$$

### 1.3 航速服从已知分布的潜艇分布概率的计算模型

设潜艇航速  $V$  服从概率密度为  $f_V(v)$  的分布, 由潜艇运动引起的距离变化  $R_1$  服从概率密度为  $f_{R_1}(r_1)$  的分布, 由于  $R_1 = Vt$ , 则<sup>[9]</sup>:

$$f_{R_1}(r_1) = \frac{1}{t} f_V(v) \quad (9)$$

由式(6)知, 航速为  $v = r_1/t$  的潜艇,  $t$  时刻潜艇位置  $(R,$

$\theta)$  的概率密度函数为:

$$f_{R, \theta}(r, t) |_{r_1=vt} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_{R_0, \theta_0}(\sqrt{r^2 + r_1^2 - 2rr_1 \cos \alpha}) d\alpha \quad (10)$$

因此, 由式(9)和式(10)可知, 速度未知的潜艇的位置  $(R, \theta)$  的联合概率密度函数为:

$$f_{R, \theta}(r, t) = \int f_{R_1}(r_1) f_{R, \theta}(r, t) |_{r_1=vt} dr_1; \quad r_1 = vt, r \in [0, +\infty), t \in [0, +\infty), \theta \in [0, 2\pi] \quad (11)$$

同样, 易知  $\theta$  在  $[0, 2\pi]$  内服从均匀分布, 则可以得到  $(R, \theta)$  的边缘概率密度函数:

$$\begin{cases} f_R(r, t) = 2\pi r \int f_{R_1}(r_1) f_{R, \theta}(r, t) |_{r_1=vt} dr_1, \\ f_\theta(\theta) = \frac{1}{2\pi}, \quad \theta \in [0, 2\pi] \end{cases} \quad (12)$$

式(11)和式(12)即为潜艇航速服从已知分布的潜艇位置  $(R, \theta)$  的联合概率密度函数和边缘概率密度函数的计算模型。

## 2 潜艇概率分布的计算公式

由于均匀分布和瑞利分布是在潜艇航速未知的情况下使用最多的假设分布, 因此下面将针对这两种情况分别给出潜艇分布概率的计算公式。

### 2.1 航速服从均匀分布的潜艇分布概率的计算公式

设潜艇航速  $V$  服从  $[v_a, v_b]$  上的均匀分布, 即:

$$f_V(v) = \frac{1}{v_b - v_a}; \quad v \in [v_a, v_b], v_a < v_b \quad (13)$$

则:

$$f_{R_1}(r_1) = \frac{1}{r_b - r_a}; \quad r_1 \in [r_a, r_b], r_a = v_a t, r_b = v_b t \quad (14)$$

将式(14)分别代入式(11)和式(12)即可得到航速服从均匀分布的潜艇位置  $(R, \theta)$  的联合概率密度函数和边缘概率密度函数的计算公式。

航速服从均匀分布的潜艇位置  $(R, \theta)$  的联合概率密度函数:

$$f_{R, \theta}(r, t) = \frac{1}{2\pi^2 \delta_0^2 (v_b - v_a)} \int_{v_a}^{v_b} \int_0^\pi e^{-\frac{r^2 + (vt)^2}{2\delta_0^2}} d\alpha dv; \quad r_0 = \sqrt{r^2 + (vt)^2 - 2rvt \cos \alpha}, r \in [0, +\infty), t \in [0, +\infty), \theta \in [0, 2\pi] \quad (15)$$

航速服从均匀分布的潜艇位置  $(R, \theta)$  的边缘概率密度函数:

$$\begin{cases} f_R(r, t) = \frac{r}{\pi\delta_0^2 (v_b - v_a)} \int_{v_a}^{v_b} \int_0^\pi e^{-\frac{r^2 + (vt)^2}{2\delta_0^2}} d\alpha dv, \\ f_\theta(\theta) = \frac{1}{2\pi}, \quad \theta \in [0, 2\pi] \end{cases} \quad (16)$$

### 2.2 航速服从瑞利分布的潜艇分布概率的计算公式

#### 2.2.1 航速瑞利分布下潜艇分布概率的计算公式一

设潜艇航速  $V$  服从参数为  $\delta_v$  的瑞利分布, 即:

$$f_V(v) = \frac{v}{\delta_v^2} e^{-\frac{v^2}{2\delta_v^2}}; \quad v \geq 0 \quad (17)$$

则:

$$f_{R_1}(r_1) = \frac{r_1}{\delta_v^2 t^2} e^{-\frac{r_1^2}{2\delta_v^2 t^2}}; r_1 \geq 0, r_1 = vt, t \in [0, +\infty)$$

(18)

将式(18)分别代入式(11)和式(12)即可得到航速服从瑞利分布的潜艇位置 $(R, \theta)$ 的联合概率密度函数和边缘概率密度函数的计算公式。

航速服从瑞利分布的潜艇位置 $(R, \theta)$ 的联合概率密度函数:

$$f_{R, \theta}(r, t) = \frac{1}{2\pi^2 \delta_0^2 \delta_v^2} \int_0^{+\infty} v e^{-\frac{v^2}{2\delta_v^2} \int_0^\pi e^{-\frac{r_0^2}{2\delta_0^2}} d\alpha} dv;$$

$$r_0 = \sqrt{r^2 + (vt)^2 - 2rvt \cos \alpha}, r \in [0, +\infty),$$

$$t \in [0, +\infty), \theta \in [0, 2\pi]$$

(19)

航速服从瑞利分布的潜艇位置 $(R, \theta)$ 的边缘概率密度函数:

$$\begin{cases} f_R(r, t) = \frac{r}{\pi \delta_0^2 \delta_v^2} \int_0^{+\infty} v e^{-\frac{v^2}{2\delta_v^2} \int_0^\pi e^{-\frac{r_0^2}{2\delta_0^2}} d\alpha} dv, \\ r_0 = \sqrt{r^2 + (vt)^2 - 2rvt \cos \alpha} \\ r \in [0, +\infty), t \in [0, +\infty) \\ f_\theta(\theta) = \frac{1}{2\pi}, \theta \in [0, 2\pi] \end{cases}$$

(20)

2.2.2 航速瑞利分布下潜艇分布概率的计算公式二

由于瑞利分布是一种特殊的分布,因此可以通过以下计算获得一种简洁的形式。

设由潜艇的运动所造成的潜艇位置的改变为 $(R_1, \phi_1)$ ,由于潜艇的航向 $\phi$ 在 $[0, 2\pi]$ 内服从均匀分布,由式(18)可得 $(R_1, \phi_1)$ 的边缘概率密度函数为:

$$\begin{cases} f_{R_1}(r_1) = \frac{r_1}{\delta_v^2 t^2} e^{-\frac{r_1^2}{2\delta_v^2 t^2}}, r_1 \geq 0 \\ f_{\phi_1}(\phi_1) = \frac{1}{2\pi}, \phi_1 \in [0, 2\pi] \end{cases}$$

(21)

设 $(R_1, \phi_1)$ 直角坐标系下的变量为 $(X_1, Y_1)$ ,则易知其直角坐标系下的边缘概率密度函数为<sup>[9]</sup>:

$$\begin{cases} f_{X_1}(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta_v t} e^{-\frac{x_1^2}{2\delta_v^2 t^2}}, x_1 \in (-\infty, +\infty) \\ f_{Y_1}(y_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta_v t} e^{-\frac{y_1^2}{2\delta_v^2 t^2}}, y_1 \in (-\infty, +\infty) \end{cases}$$

(22)

设 $t$ 时刻潜艇在直角坐标系下的位置为 $(X, Y)$ ,则:

$$\begin{cases} X = X_0 + X_1 \\ Y = Y_0 + Y_1 \end{cases}$$

(23)

由于 $X_0, X_1, Y_0, Y_1$ 相互独立,可以得到 $X$ 与 $Y$ 相互独立,由式(22)、式(23)和式(2)可以得到 $(X, Y)$ 的边缘概率密度函数为<sup>[9]</sup>:

$$\begin{cases} f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(\delta_v^2 t^2 + \delta_0^2)} e^{-\frac{x^2}{2(\delta_v^2 t^2 + \delta_0^2)}}, x \in (-\infty, +\infty) \\ f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(\delta_v^2 t^2 + \delta_0^2)} e^{-\frac{y^2}{2(\delta_v^2 t^2 + \delta_0^2)}}, y \in (-\infty, +\infty) \end{cases}$$

(24)

进一步转换成极坐标的形式:

$$\begin{cases} f_R(r) = \frac{r}{\delta_v^2 t^2 + \delta_0^2} e^{-\frac{r^2}{2(\delta_v^2 t^2 + \delta_0^2)}}, r \in [0, +\infty) \\ f_\theta(\theta) = \frac{1}{2\pi}, \theta \in [0, 2\pi] \end{cases}$$

(25)

则 $(R, \theta)$ 的联合概率密度函数为:

$$f_{R, \theta}(r) = \frac{1}{2\pi(\delta_v^2 t^2 + \delta_0^2)} e^{-\frac{r^2}{2(\delta_v^2 t^2 + \delta_0^2)}}, r \in [0, +\infty),$$

$$\theta \in [0, 2\pi]$$

(26)

3 潜艇概率分布的计算结果及分析

3.1 航速已知时潜艇分布概率的计算结果

图2为 $r_1 = 2\delta_0$ 时刻由式(7)所得到的潜艇位置 $(R, \theta)$ 联合概率密度的计算结果与采用蒙特卡罗方法计算结果的比较,其中 $\delta_0 = 1 \text{ km}$ ,蒙特卡罗仿真次数为 $10^6$ 次,由图2可以看出二者计算结果基本一致。

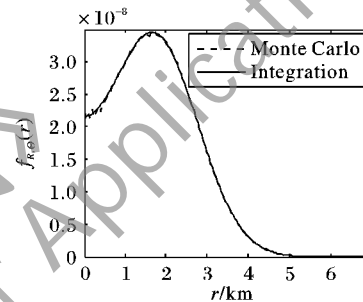


图2  $r_1 = 2\delta_0$ 时刻 $(R, \theta)$ 联合概率密度两种方法的计算结果

图3~4分别给出了 $r_1 = \delta_0, r_1 = 2\delta_0, r_1 = 3\delta_0$ 和 $r_1 = 5\delta_0$ 时刻潜艇位置 $(R, \theta)$ 的联合概率密度和 $R$ 的边缘概率密度的计算结果。

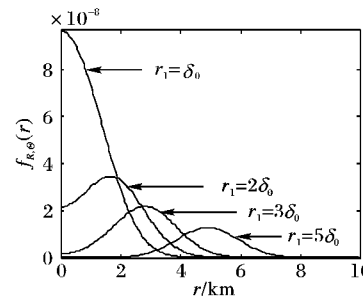


图3  $r_1$ 不同时刻潜艇位置 $(R, \theta)$ 联合概率密度的计算结果

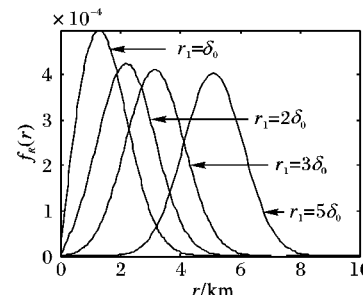


图4  $r_1$ 不同时刻潜艇位置变量 $R$ 边缘概率密度的计算结果

由图3~4可以看出,在一定的时间内初始位置附近仍是潜艇分布概率密度最大的地方,随着 $r_1$ (即时间 $t$ )的增加,潜艇位置 $(R, \theta)$ 联合概率密度的最大值将由潜艇的初始位置逐渐移至 $r_1$ 附近,潜艇位置 $R$ 边缘概率密度的最大值也将逐渐移至 $r_1$ 附近。

3.2 航速服从均匀分布的潜艇分布概率的计算结果

图5为 $r_1 = 2\delta_0$ 时刻由式(15)所得到的潜艇位置 $(R, \theta)$

联合概率密度的计算结果与采用蒙特卡罗方法计算结果的比较,其中  $r_a = r_b/2$ ,由图 5 可以看出二者计算结果基本一致。

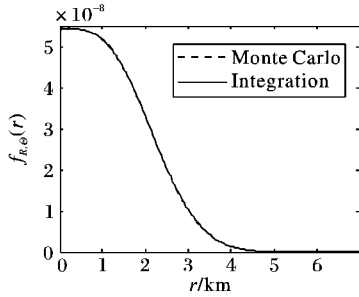


图 5  $r_b = 2\delta_0$  时刻  $(R, \Theta)$  联合概率密度两种方法的计算结果

图 6 ~ 7 分别给出了  $r_b = 2\delta_0$ 、 $r_b = 3\delta_0$ 、 $r_b = 5\delta_0$  和  $r_b = 7\delta_0$  时刻潜艇位置  $(R, \Theta)$  的联合概率密度和  $R$  的边缘概率密度的计算结果。

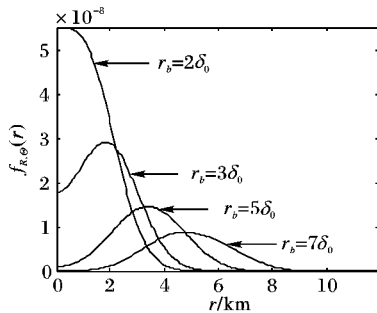


图 6  $r_b$  不同时刻潜艇位置  $(R, \Theta)$  联合概率密度的计算结果

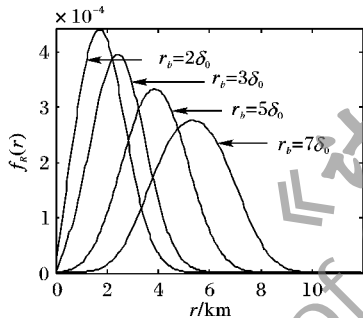


图 7  $r_b$  不同时刻潜艇位置变量  $R$  边缘概率密度的计算结果

由图 6 ~ 7 可以看出,在一定的时间范围内初始位置附近同样是潜艇分布概率密度最大的地方,随着  $r_b$  (即时间  $t$ ) 的增加,潜艇位置  $(R, \Theta)$  联合概率密度的最大值将由潜艇的初始位置逐渐移至  $[r_a, r_b]$  范围内,潜艇位置  $R$  边缘概率密度的最大值也逐渐移至  $[r_a, r_b]$  范围内。

### 3.3 航速服从瑞利分布的潜艇分布概率的计算结果

图 8 和图 9 分别给出了  $\delta_v t = 2\delta_0$ 、 $\delta_v t = 3\delta_0$ 、 $\delta_v t = 4\delta_0$  和  $\delta_v t = 5\delta_0$  时刻潜艇位置  $R$  的边缘概率密度和  $(R, \Theta)$  的联合概率密度的计算结果。

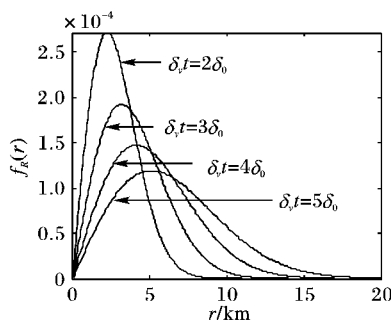


图 8  $\delta_v t$  不同时刻潜艇位置变量  $R$  边缘概率密度的计算结果

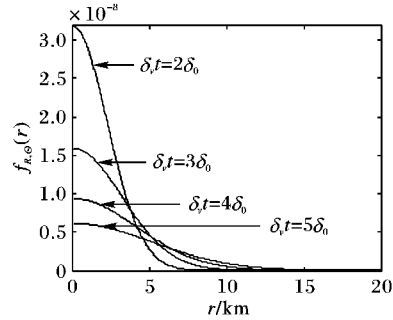


图 9  $\delta_v t$  不同时刻潜艇位置  $(R, \Theta)$  联合概率密度的计算结果

由图 8 ~ 9 可以看出潜艇分布概率密度最大的位置始终位于初始位置附近,分布的方差将随着时间的增加而增大。

实际上,分析式(22)和(23)可以看出,航速服从参数为  $\delta_v$  的瑞利分布的潜艇,  $t$  时刻  $(X, Y)$  服从方差为  $\delta_v^2 t^2 + \delta_0^2$  的正态分布,距初始位置的距离  $R$  服从参数为  $\sqrt{\delta_v^2 t^2 + \delta_0^2}$  的瑞利分布。

## 4 结语

本文通过分析计算给出了潜艇的初始位置服从正态分布、潜艇航向在二维平面内服从均匀分布、潜艇航速已知或服从已知分布的潜艇分布概率的计算方法,给出了潜艇航速服从均匀分布或瑞利分布等典型情况下潜艇分布概率的计算公式,并通过蒙特卡罗方法验证了所推导公式的正确性,同时给出了部分时刻潜艇位置的联合概率密度函数和边缘概率密度函数的计算结果。通过该计算结果可以清楚地看出应召搜潜中潜艇的分布概率随搜潜时间的变化情况,这对于在搜潜过程中制定正确的搜潜策略具有一定的指导意义。

### 参考文献:

- [1] 孙明太. 航空反潜装备[M]. 北京: 国防工业出版社, 2012: 32 - 46, 89 - 127.
- [2] 孙明太. 航空反潜战术[M]. 北京: 军事科学出版社, 2003: 56 - 58.
- [3] CHANT C. 现代潜艇和反潜武器[M]. 史强, 译. 北京: 中国市场出版社, 2010: 21 - 38.
- [4] 屈也频. 反潜飞机搜潜效能评估与决策建模[M]. 北京: 国防工业出版社, 2011: 41 - 58.
- [5] 蒋志忠, 杨日杰, 张林琳, 等. 基于先验目标分布的磁探仪应召搜潜最佳圆周搜索半径研究[J]. 兵工学报, 2011, 32(9): 1099 - 1105.
- [6] 屈也频, 廖瑛. 目标位置散布规律与搜潜效能评估模型研究[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(12): 3280 - 3283.
- [7] 蒋志忠, 杨日杰, 熊雄, 等. 磁探仪应召搜潜建模与仿真[J]. 海军航空工程学院学报, 2011, 26(1): 75 - 80.
- [8] 蒋志忠, 杨日杰, 郭新奇, 等. 磁探仪应召螺旋搜潜航路规划建模与仿真研究[J]. 电光与控制, 2010, 17(7): 18 - 21.
- [9] 章尧卿, 王光源, 林芳慧. 反潜巡逻机磁探仪检查搜潜效能研究[J]. 兵工自动化, 2012, 31(6): 4 - 6.
- [10] 吴芳, 杨日杰, 周旭, 等. 航空磁探仪应召搜潜效能研究[J]. 测试技术学报, 2008, 22(2): 114 - 117.
- [11] 丛红日, 沈培志, 孟祥超. 针对扇形应召搜索区的一种直升机协同搜潜方法及其效能仿真[J]. 电光与控制, 2011, 18(12): 9 - 13.
- [12] 盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 4版. 北京: 高等教育出版社, 2010: 69 - 98.