

基于变形分析的边坡潜在滑面的确定

郑宏^{1,2} 刘德富¹ 罗先启¹

(¹三峡大学 宜昌 443002) (²中国科学院武汉岩土力学研究所 武汉 430071)

摘要 基于弹塑性有限元分析的计算结果,提出了二维情况下边坡潜在滑移线应满足的一个常微分方程组初值问题,给出了该初值问题的预测-校正算法以及确保其收敛的充分必要条件,讨论了潜在滑移线的自动搜寻技术。最后,分别与极限分析法和极限平衡法的计算结果进行了对比,验证了方法的有效性。

关键词 边坡稳定性,有限元法,潜在滑移线

分类号 P 642.22

文献标识码 A

文章编号 1000-6915(2004)05-0709-08

DETERMINATION OF POTENTIAL SLIDE LINE OF SLOPES BASED ON DEFORMATION ANALYSIS

Zheng Hong^{1,2}, Liu Defu¹, Luo Xianqi¹

(¹China Three Gorges University, Yichang 443002 China)

(²Institute of Rock and Soil Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071 China)

Abstract Based on the computational results from elasto-plasticity finite element analysis, an initial value problem related to a system of ordinary differential equations(ODEs) is formulated to define the potential slide lines(PSL) for two dimensional cases. A prediction-correction algorithm for the ODEs and a necessary and sufficient condition that assures the convergence of the algorithm are presented. The skills for searching PSL with presented method are discussed, and the procedures of this method have been validated against traditional limit analysis methods and limit equilibrium method.

Key words slope stability, finite element method, potential slide lines (PSL)

1 引言

与经典的极限平衡法相比,基于变形分析的有限元法具有许多独特的优势。首先,可以得到极限状态下的失效形式,这在很多场合是非常重要的,例如,如果采用削坡方式来改善滑坡的稳定性,就需要充分了解滑带的滑动部分和阻滑部分,滑动部分是对应于滑带中有较大剪切变形的那部分,开挖体只有位于滑带的滑动部分之上,才能起到积极作用,否则,会适得其反^[1]。其次,可以了解边坡随

强度的恶化而呈现出的渐进失稳过程^[2],这样,就可将有限的加固措施置于最紧要的部位。第三,可考虑不同的施工工序对边坡最终安全度的影响^[3]。第四,可以考虑影响边坡稳定的某些更复杂的因素,如,模拟降雨过程,采用更贴合实际的本构模型,等等。

尽管在有限元分析中可以考虑更复杂的本构模型^[4],但目前工程分析中最普遍的还是理想弹塑性模型,因为理想弹塑性分析的结果与工程师们熟悉的极限平衡法分析的结果最具可比性。文[5]也证明了,如果对理想弹塑性结构施以简单加载,则极

2003年5月7日收到初稿,2003年7月31日收到修改稿。

作者 郑宏 简介:男,40岁,博士,现任三峡大学特聘教授、中国科学院武汉岩土力学研究所研究员,主要从事岩土力学数值方法的教学和科研工作。E-mail: hzheng@ctgu.edu.cn.

限载荷与相同强度参数的刚塑性体的极限载荷相等。

工程设计通常要求有限元法分析也能象极限平衡法那样为边坡提供一个安全系数和潜在滑面^[6]。但不幸的是，利用强度折减方法仅能提供近似的安全系数，而且迄今为止，尚没有一个确定的数学模型去定义潜在滑面的空间位置。

目前在工程计算中，一般是根据临界平衡态的塑性区或变形图来大致估计潜在滑面的，或者是根据分析者的经验，通过手工指定一系列线段和圆弧的组合作为可能的滑移路径，并从中搜寻出安全系数最小的滑移路径作为潜在滑面。

文[7]利用贯通的广义塑性剪应变的等色图来定义滑动面。对于人工边坡，文[8]建议采用位移增量等值线来确定潜在滑面。文[2]通过使用非关联流动法则，将剪胀角 γ 取为 0，发现在变形后的网格中会出现一条明显的畸变带，他们将这条畸变带就定义为潜在滑面。取 γ 为 0 意味着完全忽略了岩土材料的剪胀特性，而仅突出其剪切变形。果然，在使用他们的程序时发现，取非零的 γ 后这条畸变带并不明显；而且，即使将 γ 取为 0，所使用的网格也必须相当规则，否则，也难以出现畸变带。根据应力计算结果，文[9]利用动态规划法，文[10]利用人工智能型优化方法的蚂蚁算法，讨论了基于瑞典法安全系数(抗滑力比滑动力)概念的潜在滑面的搜寻问题。

最近，文[4]提出的基于能量准则的岩体稳定性分析方法是一个在概念上有别于经典极限平衡法的分析方法。该方法是通过干扰能量等值线图来确定潜在滑面的。为了得到单元的干扰能量，需考虑系统的几何非线性，计算中会涉及到几何刚度矩阵的求逆和特征值问题的求解，其运算量和存贮量甚至高于应力分析本身。虽然一般情况下，所求得的安全系数及其潜在滑面都不同于经典的极限平衡法，但这仍然是一个有前景的研究方法。

文[3, 5, 11 ~ 17]从不同角度探讨了将有限元法用于边坡稳定性分析的一些技巧和问题，如文[12]发现如果采用在 π 平面上与 Mohr-Coulomb 屈服面有相同面积的 Drucker-Prager 准则，则可求得与经典极限平衡法相接近的安全系数。

本文基于弹塑性有限元分析，给出了二维情况下边坡的潜在滑面所满足的常微分方程初值问题和数值求解该初值问题的预测-校正算法，从而使这类

问题有了牢固的数学力学基础。

2 滑移线的初值问题

为了不失一般性，可假设所研究的边坡处于极限平衡状态，岩土材料满足 Mohr-Coulomb 强度准则。因为若该边坡未处于极限平衡状态，总可以通过强度折减，进行弹塑性计算，使其达到极限平衡状态。顺便指出，文[18]证明了对于任何满足 Mohr-Coulomb 强度准则的弹塑性材料，必有称之为 $f - n$ 不等式的关系成立： $\sin f \leq 1 - 2n$ ，式中， f 为内摩擦角， n 为泊松比。在进行强度折减的过程中，通常要根据这一不等式调整 ν ，否则，极限状态下的塑性区可能偏大，而安全系数可能偏小。另外，为了使边坡处于真正的极限平衡状态，可以采用文[19]所推荐的位移控制法。

为简便起见，仅研究压剪型破坏。因材料满足 Mohr-Coulomb 准则，所以，边坡内任一点 M 在 2 个方向 T_1 和 T_2 上的抗滑能力最弱，其中， T_1 与第 1 主应力 s_1 (拉正压负) 的方向所成的角为

$$a_1 = m = \frac{\delta}{4} - \frac{f}{2} \tag{1}$$

式中： f 为极限状态下的内摩擦角。 T_2 与第 1 主应力 s_1 的方向所成的角为

$$a_2 = -m \tag{2}$$

因此，若点 M 在以弧长 s 为参数的某一滑移线 S ：

$$\begin{cases} x = x(s) \\ y = y(s) \end{cases} \tag{3}$$

上，则 S 在点 M 的切线应沿着 T_1 或者 T_2 的方向，即 S 应为下列 2 个常微分方程组之一的 1 条积分曲线

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{ds} &= p_i(x, y) \\ \frac{dy}{ds} &= q_i(x, y) \quad (i=1, 2) \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

$$\left. \begin{aligned} p_i(x, y) &= \cos(\mathbf{b} + \mathbf{a}_i) \\ q_i(x, y) &= \sin(\mathbf{b} + \mathbf{a}_i) \quad (i=1, 2) \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

式中： \mathbf{b} 为第 1 主应力 s_1 的方向角。方程(4)定义了 2 簇积分曲线：对应于 $i=1$ 的曲线属于 C_1 簇，对应于 $i=2$ 的曲线属于 C_2 簇。因为任一滑移线 S 在通过某一特定介质时与第 1 主应力 s_1 的方向所成的角度为常数，所以，也将这种方法称为等倾线法。

在边坡内任取一点 M_0 ，均有 2 条分别属于 C_1 簇的 S_1 线和 C_2 簇的 S_2 线经过点 M_0 ， S_1 线与 S_2 线在点 M_0 的切线角分别为 $b+m$ 和 $b-m$ 。因此，这 2 簇曲线中的任何一簇都充满着整个边坡，而位于塑性区内部的这 2 簇曲线恰恰构成极限状态下的特征线^[20]。

在常微分方程的几何理论中，将满足 $p_i(x_0, y_0) = q_i(x_0, y_0) = 0$ 的点 (x_0, y_0) 称为方程(4)的奇点，且有如下定理^[21]成立：若点 (x_0, y_0) 不是奇点，则对于点 (x_0, y_0) 的任一充分小的邻域 U ，都存在拓扑变换 T ：将 U 变为矩形 V ，将 U 内的 C_1 簇(或 C_2 簇)都变为 V 内的平行线。利用这一定理可以得出如下重要结论：若在所研究的区域内的任一点 (x, y) 都非奇点，则由方程(4)定义的属于同一簇的积分曲线必不相交。由式(5)可知在边坡内处处都有 $p_i^2(x, y) + q_i^2(x, y) = 1$ ，即边坡内不存在奇点，所以任意两条 S_1 线(或 S_2)必不相交。利用这一特性，则在沿着某一曲线求其抗滑力和滑动力时，就不必担心路径的分叉问题。

由上述讨论可知，求过一指定点 $M_0(x_0, y_0)$ 的滑移线 S ，需指定 S 在 M_0 的切线方向，也就是指定式(5)中的 i ，然后再求解下列初值问题：

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{ds} &= p_i(x, y) \\ \frac{dy}{ds} &= q_i(x, y) \\ x(s_0) &= x_0 \\ y(s_0) &= y_0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

由于积分曲线上的每一点都要求有唯一的切线，即要求 $p_i(x, y)$ 和 $q_i(x, y)$ 是连续的，而当边坡中含有结构面时， $p_i(x, y)$ 和 $q_i(x, y)$ 在跨越结构面时通常是不连续的，此时滑移线应是由分段光滑曲线组成的。但另一方面，考虑到任何分段光滑曲线都可由光滑曲线来逼近，如果不作任何修改地用式(6)来求解滑移线，得到的曲线将是真实滑移线的平均位置，这条滑移线在穿越变形较大的结构面时会发生明显的扭曲。

3 确定滑移线的数值方法

通过上一节分析即可知道滑移线属于初值问题(6)所定义的 2 条积分曲线中的 1 条，但是一般情况下，滑移线所经过的初始点 (x_0, y_0) 以及它属于 2

簇曲线中的哪 1 簇却是未知的，好在这 2 点都可以凭借工程经验，通过设置初始搜索线来加以解决。以图 1 所示的边坡为例，显然，滑移线应与初始搜索线 AB 相交。

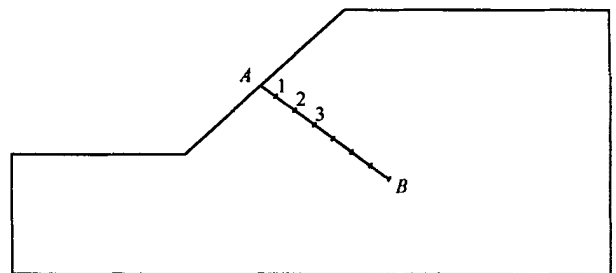


图 1 设置初始搜索线搜索潜在滑移线
Fig.1 Set initial searching line to search PSL

将 AB 剖分成若干小区间，小区间的端点设为 (x_0^j, y_0^j) ， $j=1, 2, \dots, m$ ，以每 1 个端点 (x_0^j, y_0^j) 作为方程(4)的初值，都可以得到 2 条积分曲线 S_i^j ， $i=1, 2$ 。而对于每 1 条 S_i^j ，都可以求得其稳定系数 $f_w^j(i)$ (抗滑力比滑动力)：

$$f_w^j(i) = \frac{\int_{S_i^j} t_s^i ds}{\int_{S_i^j} \tau^i ds} \quad (7)$$

式中： t^i 为沿 S_i^j 切向的剪应力分量； τ_s^i 为对应于法向应力 s^i 的抗剪强度，即

$$\tau_s^i = c^s + |s^i| \tan f^s \quad (8)$$

在这 $2m$ 条积分曲线中，找出具有最小稳定系数 $f_w^k(i)$ 的曲线 S_i^k ，若 $f_w^k(i)$ 接近于 1，则 S_i^k 就是要寻找的潜在滑移线，对应的安全系数就是强度折减系数 z_i 。否则，应重新设置初始搜索线。

无论采用何种数值方法，如 Euler 法、预测-校正法(PC 法)或 Runge-Kutta 法，来求解式(6)，都要涉及到求域内任一点 P 的应力分量，而通过有限元能够得到的仅是单元的 Gauss 点应力，因此，需通过某一插值技术来得到点 P 的应力分量。对这种插值技术的要求之一是插得的应力点不得位于屈服面之外，一些应力磨平技术是不满足这一要求的。作者推荐下列插值方法来求点 P 的应力 s_{ij} ：

$$s_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^{n_g} w_k s_{ij}^k}{\sum_{k=1}^{n_g} w_k} \quad (9)$$

式中： n_g 为包含点 P 的单元内的 Gauss 点数目； s_{ij}^k

为第 k 个 Gauss 点的应力； w_k 为权系数，权系数可取为

$$w_k = \begin{cases} r_k^{-2}, & (r_k \neq 0) \\ \infty, & (r_k = 0) \end{cases} \quad (10)$$

式中： r_k 为点 P 到第 k 个 Gauss 点的距离。显然，式(9)是 s_{ij}^k 的一个凸组合，由屈服面的凸性可知由式(9)得到的应力点必位于屈服面内。

若距点 P 最近的那个 Gauss 点，如第 2 个 Gauss 点，处于塑性状态，则可认为点 P 也应处于塑性状态，那么，就应该将上述插值所求得的应力 s_{ij} 调整到屈服面上。这种调整的目的在于，当潜在滑移线穿过与 Gauss 点 2 处相对应的一小块塑性区时（如图 2 所示），使得在相应的这一小段滑移线上的抗滑力等于滑动力，从而确保当整个潜在滑移线都位于塑性区内时，其稳定系数 f_w^k 等于 1。调整的方法不是唯一的，本项研究所采用的调整策略是调整后的应力 s'_{ij} 与插值求得的应力 s_{ij} 有相同的静水压力。为此令

$$s'_{ij} = s d_{ij} + l s_{ij} \quad (11)$$

式中： s 为 s_{ij} 的平均应力， $s = \frac{s_{ii}}{3}$ ； s_{ij} 为 s_{ij} 的偏应力， $s_{ij} = s_{ij} - s d_{ij}$ ； l 为待定系数。

将式(11)代入 Mohr-Coulomb 屈服面方程：

$$F(s'_{ij}) = F(s d_{ij} + l s_{ij}) = 0 \quad (12)$$

从而可求得参数 l 。

除非所选择的步长 s 非常小，否则，采用 Euler 法求解式(6)产生的误差将很大，而高精度方法，如

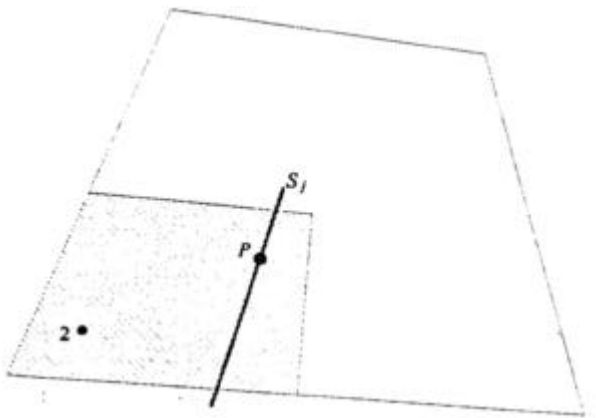


图 2 如果 Gauss 点 2 处于塑性态，将插值点 P 的应力调整到屈服面上

Fig.2 If the Gauss point 2 is in the plastic state, adjust the interpolated point P onto the yield surface

Runge-Kutta 法，因需要做太多的应力插值和调整运算，影响了搜索速度。所以，可以采用折中方案——PC 法来求解式(6)。为此，将式(6)写成向量形式：

$$\left. \begin{aligned} \frac{dr}{ds} &= f(r) \\ r(s_0) &= r_0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中： $r = (x, y)^T$ ， $f = (p_i, q_i)^T$ 。用梯形积分公式来求(13)式在区间 $[s_n, s_{n+1}]$ 上的积分，得

$$r_{n+1} = r_n + \frac{s}{2} [f(r_n) + f(r_{n+1})] \quad (14)$$

原则上，可以利用求解非线性方程组的各种方法来求(14)中获得 r_{n+1} ，但因难以获得 Jacobian 矩阵 $\frac{df}{dr}$ ，所以，采用简单迭代法：

$$\left. \begin{aligned} r_{n+1}^0 &= r_n + s f(r_n) \\ r_{n+1}^{m+1} &= r_n + \frac{s}{2} [f(r_n) + f(r_{n+1}^m)] \quad (m=0, 1, 2, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式(15)的第 1 式为预测(prediction)步，第 2 式则为校正(correction)步。

为了给出式(15)收敛的充要条件，引入应力旋转度(stress rotation degree)概念。根据对二维应力场的认识，在复杂场合(包括有裂纹存在)的情况，主应力矢量场本身尽管可能存在奇异性，但主应力在方向上的改变却比较均匀。基于上述认识，可以假设主应力 s_1 与 $+x$ 轴之间的夹角 $m(r)$ 是一个 Lipschitz 函数，即对于域内任何 2 个位矢 r' 和 r'' ，都存在常数 L ——应力旋转度，使得下列不等式成立：

$$|m(r'') - m(r')| \leq L \|r'' - r'\|_1 \quad (16)$$

式中： L 为范数，定义为 $\|r\|_1 = |x| + |y|$ ， L 的量纲为长度⁻¹。

对于某一特定的有限元网格，可以按照如下方式来确定 L ：

$$L = \max_e L^e \quad (17)$$

式中： L^e 为单元 e 的应力旋转度，可由其内 Gauss 点的应力状态来决定

$$L^e = \max_{i_{g1} \neq i_{g2}} \frac{|m^{i_{g2}} - m^{i_{g1}}|}{\|r_{i_{g2}} - r_{i_{g1}}\|_1} \quad (18)$$

下面讨论使式(15)收敛的充要条件，为此令

$$\mathbf{R}(\mathbf{r}) = \mathbf{r}_n + \frac{s}{2} [f(\mathbf{r}_n) + f(\mathbf{r})] \quad (19)$$

容易证明，当步长 s 满足下列不等式：

$$sL < 1 \quad (20)$$

时，由式(19)定义的 $\mathbf{R}(\mathbf{r})$ 是一个压缩映象。

事实上，因为

$$\begin{aligned} \|\mathbf{R}(\mathbf{r}_2) - \mathbf{R}(\mathbf{r}_1)\|_1 &= \frac{s}{2} \|f(\mathbf{r}_2) - f(\mathbf{r}_1)\|_1 = \\ &= \frac{s}{2} [|\cos(\mathbf{b}_2 + \mathbf{a}_i) - \cos(\mathbf{b}_1 + \mathbf{a}_i)| + \\ &|\sin(\mathbf{b}_2 + \mathbf{a}_i) - \sin(\mathbf{b}_1 + \mathbf{a}_i)|] \\ &= \frac{s}{2} (|\sin \mathbf{b}'| + |\cos \mathbf{b}''|) |\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_1| = s |\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_1| = \\ &= s |\mathbf{m}_2 - \mathbf{m}_1| = sL \|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1\|_1 \end{aligned}$$

在上述推导过程中， \mathbf{b}' 和 \mathbf{b}'' 是位于 \mathbf{b}_1 和 \mathbf{b}_2 之间的 2 个角度。因此，当步长 s 满足式(20)时， $\mathbf{R}(\mathbf{r})$ 是一个压缩映象。

显然，式(15)是 $\mathbf{R}(\mathbf{r})$ 的一个不动点迭代格式，由压缩映象原理可知，当步长 s 满足式(20)时，式(15)收敛。实算表明，预测后仅需做一次校正即可满足精度要求。

4 算 例

对于本文所有的算例，假设岩土为理想弹塑性的 Mohr-Coulomb 材料，满足关联的流动法则，非线性有限元方程组的求解器是文[19]所建议的位移控制法，弹塑性本构积分为自适应方法^[22]。

4.1 均质边坡计算结果与极限分析解的对比

假设有一均质边坡，坡高 10 m，坡度 45°，抗剪强度参数 $c = 12.38 \text{ kPa}$ ， $f = 20^\circ$ ，重度 $g = 20 \text{ kN/m}^3$ 。对于本例，文[23]基于上限法和对潜在滑移线的对数螺旋线假定，给出的安全系数为 1。

根据 $f - n$ 不等式： $\sin f \geq 1 - 2n$ ，可知 n 应满足 $n \geq 0.5(1 - \sin f) = 0.33$ 。为了使 $f - n$ 不等式在对 c 和 f 打折扣的过程中始终成立，作者取 $\nu = 0.35$ 。

为了验证方法关于网格的非敏感性，作者用了 2 套网格：Mesh-a 和 Mesh-b，见图 3，4 所示。2 套网格所取得的安全系数均为 1.06，所对应的迭代次数分别为 22 和 27。图 5，6 分别为 2 套网格所对应的潜在滑移线和在极限状态下的广义塑性应变

等值线图。尽管等值线关于网格有一定的依赖性，但 2 条潜在滑移线却非常接近。从图 5，6 还可看出，达到临界状态时，坡角的破损程度最大而坡顶的破损程度最小。

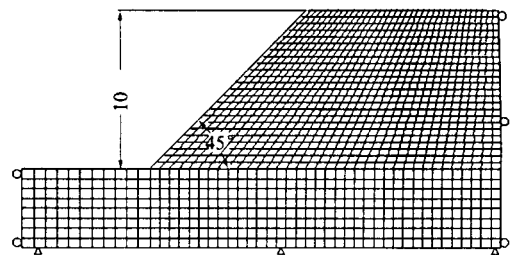


图 3 均质边坡的规则网格(网格 a)

Fig.3 Regular mesh for a homogeneous slope (mesh-a)

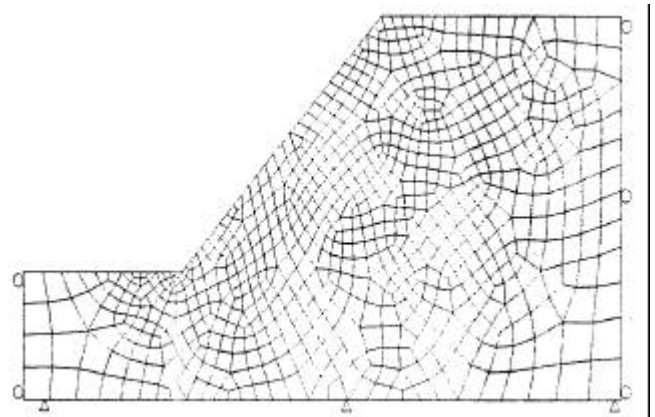


图 4 均质边坡的非规则网格(网格 b)

Fig.4 Irregular mesh for the homogeneous slope (mesh-b)

如果使用 Mesh-a 并取泊松比 $n = 0.22 (< 0.33)$ ，不满足 $f - n$ 不等式)，则经过多达 54 次的迭代后所求得的安全系数为 1.05，虽然数值能够令人满意，但其所对应的临界状态下的塑性区(如图 7 所示)，几乎充满了整个剖面，显然被夸大了，而且此时的潜在滑移线也不再唯一。

随便指出，文[11]利用 FLAC 以迭代不收敛作

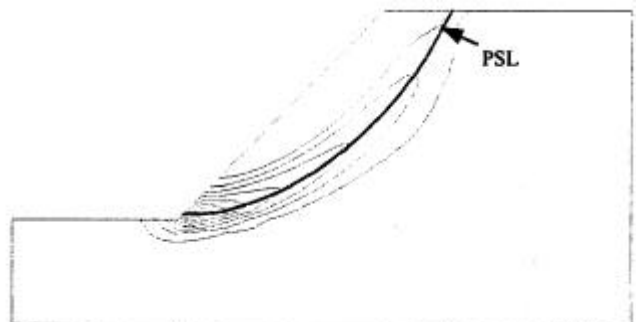


图 5 潜在滑移线和广义塑性应变(网格-a)

Fig.5 PSL and the contours of the generalized plastic strain (mesh-a)

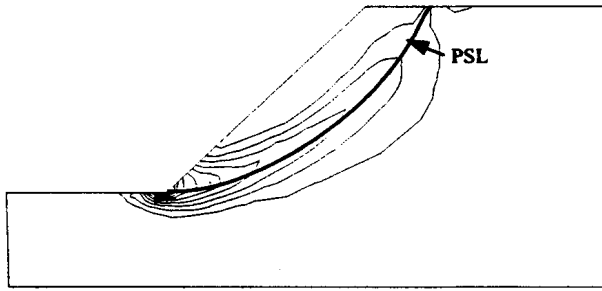


图6 潜在滑移线和广义塑性应变(网格-b)

Fig.6 PSL and the contours of the generalized plastic strain (mesh-b)

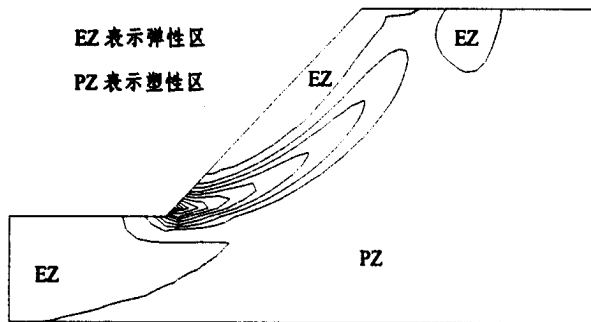


图7 对应于 $n = 0.22$ 时的广义塑性应变

Fig.7 Contours of the generalized plastic strain corresponding to $n = 0.22$

为临界平衡态的标准求解了本例，给出的安全系数为 1.03，小于本研究的结果，这大概是因为 FLAC 中所定义的非平衡力未被完全抵消，从而使得边坡并未达到真正的临界平衡态。

4.2 均质边坡计算结果与极限平衡法的计算结果的对比

图 8 为均质边坡的有限元模型。假定抗剪强度参数 $c = 0.05886 \text{ MPa}$ ， $f = 11.31^\circ$ ，重度 $g = 19.62 \text{ kN/m}^3$ ，弹模 $E = 80 \text{ MPa}$ ，泊松比 $\nu = 0.43$ 。文[24]

由于圆弧滑动的 Bishop 法得出该边坡的安全系数为 1.36。如果按照通常的方法不对 E, ν 进行调整，所求得的安全系数为 1.32，如果采取文[18]所建议的关于 E, ν 的调整策略，所求得的安全系数为 1.35。图 9 是搜索出来的潜在滑移线。

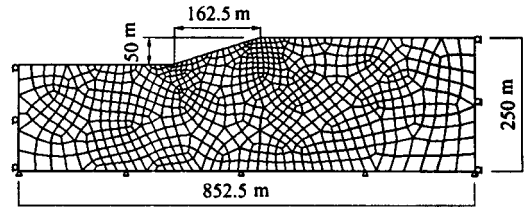


图8 均质边坡的有限元网格

Fig.8 Finite element mesh of a homogenous slope

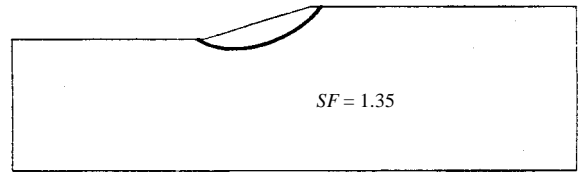


图9 边坡的潜在滑移线及其安全系数

Fig.9 PSL and the safety factor of slope

4.3 工程算例之一——水布垭水利工程马崖高边坡

图 10 是正在建设中的水布垭水利工程的马崖岩质边坡剖面图，该边坡含一陡倾角的大断层 F158。该边坡的岩性十分复杂，软硬相间，最硬岩石的弹性模量是最软岩石的将近 40 倍，表 1 列出了岩性参数。采用强度折减法，同时对 E 进行调整，所算得该边坡的安全系数为 1.40。

图 11 给出了 2 滑移路径 ABC 和 ABD，二者在层 F158 的左侧相重合，稳定系数分别为 $f_{ABC}^w = 1.00$ 和 $f_{ABD}^w = 1.25$ ，因此，ABC 才是潜在滑移线。这是因为断层 F158 从边坡中部将其切断，如果发

表 1 岩体力学参数

Table 1 Rock mass mechanics parameters

岩性	变模 E/GPa	泊松比 ν	抗剪断强度		重度 $\gamma/\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$	抗拉强度 R_t/MPa	岩性	变模 E/GPa	泊松比 ν	抗剪断强度		重度 $\gamma/\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$	抗拉强度 R_t/MPa
			c/MPa	f						c/MPa	f		
1	15	0.25	1.2	1.2	27	1.0	4'	0.4	0.35	0.1	0.4	20	0.1
2	15	0.25	1.0	1.2	27	1.0	2''	8	0.3	0.6	0.8	26	0
3	5	0.30	0.6	0.8	25	0.5	3''	2	0.35	0.3	0.5	25	0
4	1	0.35	0.3	0.5	22	0.2	2'	10	0.26	0.8	1.0	26	0.5
5	3	0.30	0.5	0.7	25	0.4	3'	4	0.3	0.5	0.7	25	0.3
6	10	0.27	0.8	1.0	25	0.7	F158	—	—	0.3	0.5	—	—

注：*表示位于卸荷带内的岩性，*表示位于极强卸荷带内的岩性。

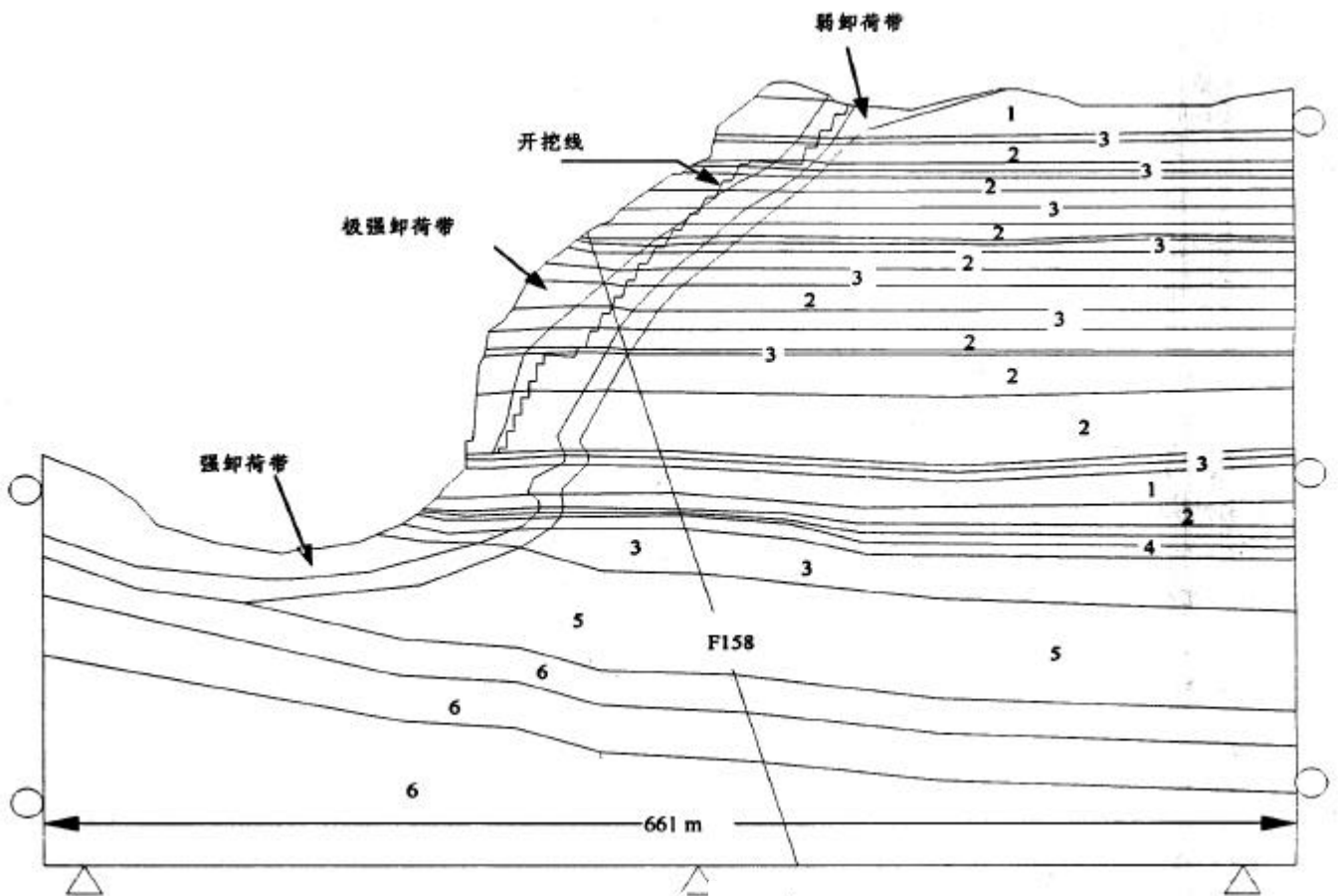


图 10 层状岩质边坡

Fig.10 Layered rock slope

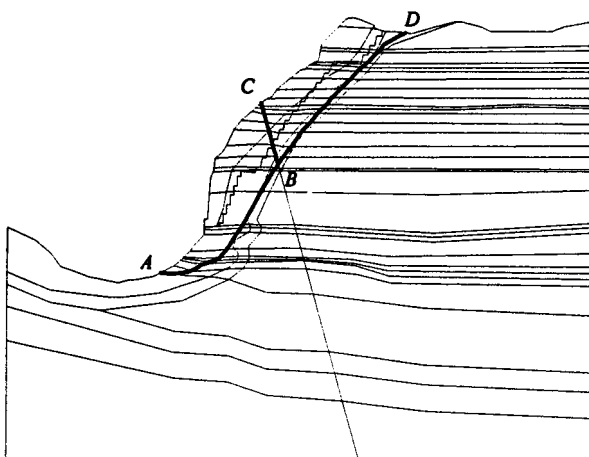


图 11 两条潜在的滑移路径 ABC 和 ABD

Fig.11 Two PSLs — ABC and ABD

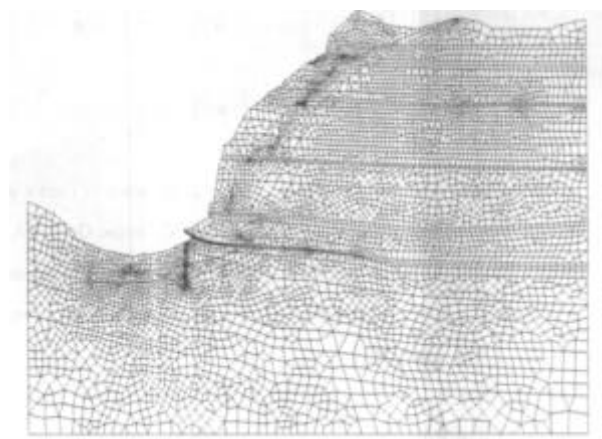


图 12 岩质边坡在极限状态下的网格变形图

Fig.12 Deformation plot of the rock slope in critical equilibrium state

生滑坡，首先是 F158 以下的岩体沿着 AB 进行滑动，滑动时将无法得到来自 F158 以上岩体的阻滑作用。图 11 还显示出，滑移路径 ABD 基本上沿着强卸荷带与新鲜岩体的交界面，上凸下凹，而拐点正好位于剪切变形较大的剪切带，图 12 所示的极

限状态的变形图可以清楚地反映这一点。有关单位利用经典的极限平衡法所求得的安全系数为 1.59，远远大于本文得出的 1.40，究其原因就在于，像本例这样复杂的滑移路径，是很难再根据经验而想象得到的。

5 结 论

通过本项研究并结合文[18]所建议的基于 $f-n$ 不等式的强度折减技术,建立了完整的基于变形分析的边坡稳定性分析系统,该系统包含边坡稳定性分析时所涉及的2个过程——安全系数的求解和潜在滑面的确定。

本文再次验证在应用基于理想弹塑性模型(Mohr-Coulomb 屈服准则)的有限元-强度折减法分析边坡稳定性时,应确保 $f-n$ 不等式成立,否则可能会高估极限状态下的塑性区,而低估安全系数。

诸多算例的考核结果表明,本系统所建立的搜索潜在滑面的方法是非常稳定而可靠的。

算例还表明,对于简单的均质边坡,潜在滑移线更接近于对数螺旋线而不是圆弧,但对于复杂边坡,潜在滑移线的形状非常复杂,会出现多个拐点。
致谢 本文的工作得到 Goodman R E 教授宝贵的指导意见及高度的评价: $f-n$ 不等式体现了“Simplicity is beauty”这一科学意义上的审美原则,在此深表感谢!

参 考 文 献

- 1 郑宏,冯强,罗先启等.石榴树包滑坡机制的有限元分析[J].岩石力学与工程学报,(待刊)
- 2 Griffiths D V, Lane P A. Slope stability analysis by finite elements[J]. Geotechnique, 1999, 49(3): 387 ~ 403
- 3 Lechman J B, Griffiths D V. Analysis of the progression of failure of earth slopes by finite elements[A]. In :Griffith D V, Fenton Gordon A, Martin Timothy R, ed. Slope Stability 2000 : Proceedings of Sessions of Geo-Denver 2000[C]. New York :Geotechnical Special Publication, ASCE, 2000, 250 ~ 265
- 4 邵国建,卓家寿,章青.岩体稳定性分析与评价准则研究[J].岩石力学与工程学报, 2003, 22(5): 691 ~ 696
- 5 Johnson C. Existence theorms for plasticity problems[J]. J. Math. Pures Appl., 1976, 55 : 431 ~ 444
- 6 Duncan J M. State of the art: limit equilibrium and finite-element analysis of slopes[J]. J. Geotech. Engrg. Div., ASCE, 1996, 122(7): 577 ~ 596
- 7 连镇营,韩国城,孔宪京.强度折减有限元法研究开挖边坡的稳定性[J].岩土工程学报, 2001, 23(4): 407 ~ 411
- 8 宋二祥.土工结构安全系数的有限元计算[J].岩土工程学报, 1997, 19(2): 1 ~ 7
- 9 Zou J Z, Williams D J. Search for critical slip surface based on finite element method[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1995, 32(1): 233 ~ 246
- 10 王成华,夏绪勇,李广信.基于应力场的土坡临界滑动面的蚂蚁算法搜索技术[J].岩石力学与工程学报, 2003, 22(5): 813 ~ 819
- 11 史恒通,王成华.土坡有限元稳定分析若干问题的探讨[J].岩土力学, 2000, 21(2): 152 ~ 155
- 12 赵尚毅,郑颖人,时卫民等.用有限元强度折减法求边坡稳定安全系数[J].岩土工程学报, 2002, 24(3): 343 ~ 346
- 13 Matsui T, San K C. Finite element slope stability analysis by shear strength reduction technique[J]. Soils and Foundations, 1992, 32(1): 59 ~ 70
- 14 Dawson E M, Roth W H, Drescher A. Slope stability analysis by strength reduction[J]. Geotechnique, 1999, 49(6): 835 ~ 840
- 15 Dawson E, Motamed F, Nesarajah S, et al. Geotechnical stability analysis by strength reduction[A]. In : Griffiths D V, Fenton Gordon A, Martin Timothy R, ed. Slope Stability 2000 : Proceedings of Sessions of Geo-Denver 2000[C]. New York : Geotechnical Special Publication, ASCE, 2000, 99 ~ 113
- 16 Dawson E, You K, Park Y. Strength-reduction stability analysis of rock slopes using the Hoek-Brown failure criterion[A]. In : Labuz J F, Glaser S D, Dawson E, ed. Trends in Rock Mechanics[C]. New York : Geotechnical Special Publication, ASCE, 2000, 65 ~ 77
- 17 Jeremiæ B. Finite element methods for 3D slope stability analysis[A]. In : Griffith D V, Fenton Gordon A, Martin Timothy R, ed. Slope Stability 2000 : Proceedings of Sessions of Geo-Denver 2000[C]. New York : Geotechnical Special Publication, ASCE, 2000, 224 ~ 239
- 18 郑宏,李春光,李焯芬等.求解安全系数的有限元法[J].岩土工程学报, 2002, 24(5): 626 ~ 628
- 19 郑宏,李焯芬,谭国焕等.有限元分析的位移控制法及其应用[J].岩土工程学报, 2002, 24(1): 81 ~ 85
- 20 沈珠江.理论土力学[M].北京:中国水利水电出版社, 2000
- 21 张锦炎.常微分方程几何理论与分支问题[M].北京:北京大学出版社, 1981
- 22 郑宏.岩土力学中的几类非线性问题[博士学位论文][D].武汉:中国科学院武汉岩土力学研究所, 2000
- 23 Chen W F. Limit analysis and soil plasticity[M]. Amsterdam : Elsevier, 1975
- 24 邓建辉. CAD 技术在边坡稳定性分析中的应用[硕士学位论文][D].武汉:中国科学院武汉岩土力学研究所, 1992