

文章编号: 1001-0920(2013)08-1183-07

基于前景理论的交互式群组风险决策方法

杜元伟, 段万春, 缪彬

(昆明理工大学 管理与经济学院, 昆明 650093)

摘要: 为了克服现有方法因立论假设过于理想而存在决策结果的科学性和满意度较差以及决策过程效率低下等缺陷, 基于前景理论构建了能够吸纳多种模糊信息且能从中识别有效前景的优选模型及判别定理, 并针对结果价值的交互学习提出了具有收敛性的交互式决策方法. 数值模拟分析表明, 所提出的方法既能反映群组成员风险偏好, 保证决策结果具有科学性、满意度, 又能平衡信息完善程度与其获取成本之间的矛盾关系, 保证决策过程具有有效性和可行性.

关键词: 群组决策; 风险决策; 交互决策; 前景理论

中图分类号: N94

文献标志码: A

Interactive approach to group decision making under risk based on prospect theory

DU Yuan-wei, DUAN Wan-chun, MIU Bin

(Faculty of Management and Economics, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China. Correspondent: DU Yuan-wei, E-mail: duyuanwei@gmail.com)

Abstract: In traditional approaches to group decision making under risk (GDMR), there exists a problem that the hypothesis is too ideal to perform feasibly, probably resulting in poor scientificness and satisfaction of decision making as well as low efficiency of decision procedure. To overcome above drawbacks, a selecting model and its distinguishing theorem are presented to absorb multiple styles of fuzzy information and derive efficient prospects based on the prospect theory. After that, an interactive approach to GDMR which is proved to be convergent is proposed by integrating with interactive learning for outcome values. Numerical simulation cases show that the proposed approach not only ensures decision results to be scientific and satisfactory by reflecting group members' risk preferences, but also ensures decision procedure to be efficient and feasible by balancing the relationship between information perfection levels and its acquisition costs.

Key words: group decision making; decision making under risk; interactive decision making; prospect theory

0 引言

群组风险决策因其可以在不确定环境下集成由不同决策成员给出的决策信息并利用群体智能实现对备选方案的科学化、系统化以及民主化排序而成为近年来决策领域的研究热点. 该类决策问题的特点在于决策信息兼具随机性和模糊性, 其中, 随机性表现在方案可能出现的结果状态及其发生概率均是已知的, 模糊性表现在决策成员对结果状态的价值认知是不完全的或者不精确的. 针对方案结果(状态)的随机性和价值认知的模糊性, 许多专家学者开展了研究并

提出了可以被划分为“随机→确定”方法和“模糊→确定”方法的两类研究成果. 具体而言, “随机→确定”方法的主旨思想是先结合期望效用理论将随机性结果状态转化为具有确定性的结果效用, 再利用传统群决策方法实现方案排序^[1-3]; “模糊→确定”方法的研究思路是利用交互式学习使决策群组获得能够消除模糊认知的“全知全能”能力, 然后再推断出完全的、精确的结果价值信息, 实现方案排序^[4-5].

随着前景理论与知识学习理论不断发展, 上述两种用于解决群组风险决策中随机性问题与模糊性

收稿日期: 2012-04-12; **修回日期:** 2012-08-27.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71261011, 71263031); 中国博士后科学基金面上项目(20110491760); 云南省应用基础研究计划项目(2011FZ021); 云南省教育厅重点项目(2012Z103); 昆明理工大学组织行为与复杂行为决策创新团队支持计划.

作者简介: 杜元伟(1981—), 男, 副教授, 博士后, 从事管理决策、信息融合的研究; 段万春(1956—), 男, 教授, 博士生导师, 从事组织行为决策等研究.

问题的研究缺陷也逐渐暴露. 即“随机→确定”方法因其依赖的期望效用理论存在诸如 Allias 悖论等决策异象而使群组成员的主观风险偏好很难被有效反映, 从而降低决策结果的科学程度和满意程度; “模糊→确定”方法中决策群组所获得的“全知全能”能力是以无限制地增加决策成本为代价的, 必然会因追求过于完善的信息而导致决策成本的巨大浪费, 从而使得决策效率低下. 鉴于此, 本文首先基于前景理论对群组风险决策问题进行表述; 然后构建能够在有限理性条件下确定出有效方案的优选模型及其判别定理, 进而通过引入交互式学习提出可以逐步获取最优方案的决策方法; 最后利用数值模拟分析验证所提出方法的科学有效性与应用可行性.

1 问题描述与相关定义

设方案集为 $A = \{a_m | m = 1, \dots, M\}$, 决策群组为 $D = \{d^{(k)} | k = 1, \dots, K\}$, 与决策群组 D 对应的决策权重集为 $Z = \{\lambda^{(k)} | k = 1, \dots, K, 0 \leq \lambda^{(k)} \leq 1, \lambda^{(1)} + \dots + \lambda^{(K)} = 1\}$, 方案 a_m 可能出现的结果状态及其发生概率分别为 $x_m^{(l_m)}$ 和 $p_m^{(l_m)}$, $l_m = 1, \dots, L_m$. 前景理论将由基元前景 $(x_m^{(l_m)}, p_m^{(l_m)})$ 组成的序列 $P_m = (x_1^{(1)}, p_1^{(1)}; \dots; x_{L_m}^{(L_m)}, p_{L_m}^{(L_m)})$ 称为前景, 并对传统期望效用理论进行了变革, 即用相对于参考点的结果价值替代结果效用, 用反映主观风险偏好的概率权重替代概率, 在此基础上, 将由结果价值和概率权重的乘积累计而成的前景价值作为反映方案优劣的判别标准^[6-7]. 因此, 群组风险决策问题可以描述为通过计算前景价值对所有方案(本文亦称之为前景)进行排序择优的过程. 为便于后文建模, 首先提出以下定义.

定义 1 设 $\{\bar{x}_t | \bar{x}_1 \leq \dots \leq \bar{x}_T < 0\}$ 与 $\{\tilde{x}_s | 0 < \tilde{x}_1 \leq \dots \leq \tilde{x}_S\}$ 分别是由与所有方案对应的前景中损失结果和获得结果组成的序列集合, $\bar{p}_{m \cdot t}$ 和 $\tilde{p}_{m \cdot s}$ 分别是 a_m 中 \bar{x}_t 和 \tilde{x}_s 发生的概率, 则 $\tilde{P}_m = \{(\bar{x}_t, \bar{p}_{m \cdot t}) | t = 1, \dots, T\} \cup \{(\tilde{x}_s, \tilde{p}_{m \cdot s}) | s = 1, \dots, S\}$ 是与 P_m 对应的标准前景.

定义 2 设决策群组对 \bar{x}_t 和 \tilde{x}_s 共同认知出的结果价值是 $\bar{u}_t^{(k)}$ 和 $\tilde{u}_s^{(k)}$, 由决策成员 $d^{(k)}$ 对 $\bar{p}_{m \cdot t}$ 和 $\tilde{p}_{m \cdot s}$ 感知出的概率权重是 $\bar{w}_{m \cdot t}^{(k)}$ 和 $\tilde{w}_{m \cdot s}^{(k)}$, 则称

$$U_m^{(k)} = \sum_s \tilde{u}_s^{(k)} \cdot \tilde{w}_{m \cdot s}^{(k)} - \sum_t \bar{u}_t^{(k)} \cdot \bar{w}_{m \cdot t}^{(k)}, \quad \forall k, \forall m \quad (1)$$

为 $d^{(k)}$ 对 \tilde{P}_m 认知出的前景价值. 应用 $U_m^{(k)}$ 可对前景进行排序, 若 $U_i^{(k)} \geq U_j^{(k)}$, 则在 $d^{(k)}$ 看来 \tilde{P}_i 不劣于 \tilde{P}_j .

定义 3 设 $O_{m_o} = \{d^{(k)} | U_m^{(k)} \geq U_{m_o}^{(k)}, \forall k, \forall m\}$, 则对应于 \tilde{P}_{m_o} 的前景群组满意度可定义为

$$\varphi_{m_o} = \sum_{d^{(k)} \in O_{m_o}} \lambda^{(k)}. \quad (2)$$

当 $\varphi_{m_o} = 1$ 时, 表示 D 中所有成员都认为 \tilde{P}_{m_o} 是有效

前景(可以理解为 \tilde{P}_{m_o} 不劣于其他前景); 当 $\varphi_{m_o} = 0$ 时, 表示 D 中所有成员都认为 \tilde{P}_{m_o} 是非有效前景(存在其他前景优于 \tilde{P}_{m_o}); 当 $0 < \varphi_{m_o} < 1$ 时, 表示 D 中只有部分成员认为 \tilde{P}_{m_o} 是有效前景.

定义 4 群组中决策成员在交互式学习之后对损失与获得的结果价值开展推断, 所得到的关于结果价值之间相互关系的信息集合被称为群认知集. 群认知集按照所含信息的性质差异和难易程度差异可以划分为框架集和追加集, 其中, 前者可以理解为显然存在的且必须满足的结果价值之间的结构框架关系, 后者可以理解为需要经过交互式学习方可得到的结果价值之间的细微关系. 不妨令框架集为 θ_0 , 令第 r 轮交互式学习后所增加的追加集为 $(\Delta\theta)_r$, 则群认知集为 $\theta_r = \theta_0 \cup (\Delta\theta)_1 \cup \dots \cup (\Delta\theta)_r$.

2 有效前景优选模型

与现有方法不同, 人们在现实中的风险决策行为是有限理性的. 主要表现为^[8-9]: 1) 风险偏好因具有内在性和累积性而不易改变, 因而在风险决策中决策成员即使掌握相同的决策信息, 他们也会因风险偏好具有差异性而做出不一致的决策; 2) 决策的制定通常要受到时间、精力、费用等成本的制约; 3) 虽然通过交互式学习可以逐步提高决策群组的整体认知能力, 但受到现实决策成本的限制, 交互式学习往往不允许也不可能被无限制地持续下去, 所以通过有限次数的交互, 一般情况下只能将群组整体认知能力提高到一定水平, 但难以实现“全知全能”. 因此, 不妨设前景理论中用于反映风险偏好的概率权重 $\bar{w}_{m \cdot t}^{(k)}$ 和 $\tilde{w}_{m \cdot s}^{(k)}$ 为不变常量, 可以依据是否具有先验知识而选择合适的方法进行测度(详见第 3.1 节), 而用于反映知识获取的结果价值 \bar{u}_t 和 \tilde{u}_s (二者均由群组成员共同确定, 故将 $\bar{u}_t^{(k)}$ 和 $\tilde{u}_s^{(k)}$ 简记为 \bar{u}_t 和 \tilde{u}_s) 为可变变量, 表示其模糊性可在交互式学习过程中得以逐步削弱. 若设 $\mathfrak{R}_m^{(k)} = U_m^{(k)} + \delta$, 其中 δ 为用于约束所有前景之间相对优劣程度的辅助变量, 则有效前景优选模型为

$$\begin{aligned} \max \quad & \mathfrak{R}_{m_o}^{(k)} = \sum_s \tilde{u}_s \cdot \tilde{w}_{m_o \cdot s}^{(k)} - \sum_t \bar{u}_t \cdot \bar{w}_{m_o \cdot t}^{(k)} + \delta, \quad \forall m_o. \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \sum_s \tilde{u}_s \cdot \tilde{w}_{m \cdot s}^{(k)} - \sum_t \bar{u}_t \cdot \bar{w}_{m \cdot t}^{(k)} + \delta \leq 0, \quad \forall m; \\ \tilde{u}_s, \bar{u}_t \in \Theta, \quad s = 1, \dots, S, \quad t = 1, \dots, T. \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

优选模型求解的是在 $\tilde{u}_s, \bar{u}_t \in \Theta$ 的约束下每个前景可能达到的最优价值. 具体而言, 前景 \tilde{P}_{m_o} 在 $d^{(k)}$ 看来是否有效, 取决于与其对应的 $\mathfrak{R}_m^{(k)}$ 的大小, 但由于辅助变量 δ 的引入, 使得 $\mathfrak{R}_m^{(k)}$ 只是用于反映前景之间有效与否的一个参数, 其值大小并无实际意义. 下面给出能够判断某一前景是否有效的判别定理.

定理 1 前景 \tilde{P}_{m_o} 被 $d^{(k)}$ 视为有效前景, 即 $U_{m_o}^{(k)} \geq U_m^{(k)} (\forall m)$ 的充分必要条件是, 当且仅当有效前景优选模型最优目标函数值 $\hat{\mathfrak{R}}_{m_o}^{(k)} = 0$.

证明 1) 充分性. 当 $U_{m_o}^{(k)} \geq U_m^{(k)} (\forall m)$ 时证明 $\hat{\mathfrak{R}}_{m_o}^{(k)} = 0$. 由式 (3) 约束 $\sum_s \tilde{u}_s \cdot \tilde{w}_{m_o \cdot s}^{(k)} - \sum_t \bar{u}_t \cdot \bar{w}_{m_o \cdot t}^{(k)} + \delta \leq 0$ 可知, $\exists m'$ 满足

$$\mathfrak{R}_{m'}^{(k)} = \sum_s \tilde{u}_s \cdot \tilde{w}_{m' \cdot s}^{(k)} - \sum_t \bar{u}_t \cdot \bar{w}_{m' \cdot t}^{(k)} + \delta = 0,$$

故 $\mathfrak{R}_{m'}^{(k)} \geq \forall \mathfrak{R}_m^{(k)}$, 进而 $\mathfrak{R}_{m'}^{(k)} \geq \mathfrak{R}_{m_o}^{(k)}$; 又因 \tilde{P}_{m_o} 对 $d^{(k)}$ 有效, 即 $U_{m_o}^{(k)} \geq \forall U_m^{(k)}$, $\mathfrak{R}_{m'}^{(k)} = U_{m'}^{(k)} + \delta$, 故 $\mathfrak{R}_{m_o}^{(k)} \geq \forall \mathfrak{R}_m^{(k)}$, 必有 $\mathfrak{R}_{m_o}^{(k)} \geq \mathfrak{R}_{m'}^{(k)}$; 由此推知 $\mathfrak{R}_{m_o}^{(k)} = \mathfrak{R}_{m'}^{(k)} = 0$.

2) 必要性. 当 $\hat{\mathfrak{R}}_{m_o}^{(k)} = 0$ 时证明 $U_{m_o}^{(k)} \geq \forall U_m^{(k)}$. 由式 (3) 约束知, $\exists m'$ 满足

$$\delta = \sum_t \bar{u}_t \cdot \bar{w}_{m' \cdot t}^{(k)} - \sum_s \tilde{u}_s \cdot \tilde{w}_{m' \cdot s}^{(k)},$$

故 $\tilde{P}_{m'}$ 必有效. 将 δ 代入式 (3), 有

$$\hat{\mathfrak{R}}_{m_o}^{(k)} = \sum_s \tilde{u}_s \cdot \tilde{w}_{m_o \cdot s}^{(k)} - \sum_t \bar{u}_t \cdot \bar{w}_{m_o \cdot t}^{(k)} + \sum_t \bar{u}_t \cdot \bar{w}_{m' \cdot t}^{(k)} - \sum_s \tilde{u}_s \cdot \tilde{w}_{m' \cdot s}^{(k)} = 0,$$

由此推知 $U_{m_o}^{(k)} = U_{m'}^{(k)}$, 故必有 $U_{m_o}^{(k)} \geq \forall U_m^{(k)}$. \square

需要说明的是, 优选模型中的约束条件 $\tilde{u}_s, \bar{u}_t \in \Theta$, 是由群组成员在交互式学习后对损失和获得的结果价值开展的模糊性推断, 其推断信息应采用前文定义 4 中的群认知集形式予以表达. 群认知集 Θ 中信息可能存在的表达形式为^[5]: 1) 弱序型, 如 $u_i \geq u_j$; 2) 严格序型, 如 $u_i - u_j \geq \alpha$; 3) 乘子序型, 如 $u_i \geq \alpha \cdot u_j$; 4) 区间型, 如 $\alpha \leq u_i \leq \alpha + \Delta (\Delta \geq 0)$; 5) 差序型, 如 $u_i - u_j \geq u_{i'} - u_{j'}$. 特别地, 由前景理论可知, 结果价值具有单调递增性, 故必有 $\bar{u}_1 \leq \dots \leq \bar{u}_T, \tilde{u}_1 \leq \dots \leq \tilde{u}_S$.

3 群组最优前景交互式决策方法

3.1 方法步骤

相关研究指出, 用于实现组织目标的备选方案能否得以顺利实施, 既与决策群组对决策结果的满意程度有关, 又与从收集信息到做出选择整个过程的决策效率有关^[10], 因此群组最优前景可理解为, 能够最大程度地满足最重要群认知集中信息约束且可以达到群组满意度要求的有效前景. 据此构建群组最优前景的具体步骤如下:

Step 1 构建方案前景. 结合方案结果及其发生概率, 先遵循编码、合成、分离以及删除的步骤确定与方案 a_m 对应的前景 P_m ^[6-7], 再按照定义 1 即可将 P_m 转化为标准前景 $\tilde{P}_m (\forall m)$.

Step 2 测度概率权重. 概率权重可以采用参数法或者非参数法进行测度. 前者是依据含有特定参数

且已知函数形式的某种概率权重函数, 基于事先获取的样本数据对参数数值进行拟合, 在此基础上利用该得到的函数实现对未知概率权重的测度, 故适用于存在先验知识的情况^[6-7]. 后者通过确定性等价或者价值权衡等技术离散地确定与各项概率对应的权重值, 因其不需要已知概率权重函数形式, 故适用于缺失或缺乏先验知识的情况^[11]. 参数法和非参数法各有优劣, 在确定概率权重时可根据先验知识的有无选择恰当的测度方法.

Step 3 设置前景群组满意度阈值. 因为结果价值之间框架结构关系是显然存在的且必须满足的 (参见第 4.2 节), 所以有理由认为群认知集中的框架集 Θ_0 可轻易地由群组成员识别出来. 按下文 Step 7 并基于框架集 Θ_0 优选前景, 确定前景群组满意度, 即 $\varphi_{\max} = \max\{\varphi_m, m \in Q_0\}$. 在交互式决策过程中, 因 Θ_0 中信息的约束程度最弱, 故 φ_{\max} 是决策过程中群组满意度能够达到的最大值. 前景群组满意度阈值 $\Delta (0 < \Delta \leq \varphi_{\max})$ 可以结合外部环境需要或者群组成员主观意愿等因素进行设置.

Step 4 令 $r = 1$. 为了提高整个交互式决策过程的决策效率, 整个过程的组织和管理工作由两位主持人共同负责, 其中一位是知识权威 (来自于组织外部的专业技术专家), 另一位是权力权威 (来自于组织内部的高级管理者)^[10]. 两位主持人主要承担问题产生型任务, 具体而言, 通过融合专业和战略双重视角, 由他们共同提出一个或多个能够对决策问题起到关键影响作用的研讨问题. 考虑到对决策问题建模求解的现实需要, 研讨问题应以获得/损失的结果价值之间的相互关系或者结果价值变化范围的形式表现出来.

Step 5 判断群认知集. 群组成员主要承担问题解决型任务, 具体而言, 群组成员针对特定研讨问题开展交互式学习, 逐步削弱信息的模糊程度、提高推断信息的完善程度, 并立足于实际学习效果, 从模糊信息的 5 种描述方式中选择能够对研讨问题的认知推断进行有效表达的一种或几种方式共同给出群认知集 (追加集) 的推断信息. 设第 $r - 1$ 轮的群认知集为 Θ_{r-1} , 第 r 轮判断出的追加集为 $(\Delta\Theta)_r$, 则该轮群认知集为 $\Theta_r = \Theta_{r-1} \cup (\Delta\Theta)_r$.

Step 6 检验修正. 各轮研讨问题之间如果是相互独立的关系, 则后轮的交互式学习对前轮追加集的判断结果不会产生影响; 但是, 如果是相互关联的关系, 则后轮的交互式学习可能会加深对前轮研讨问题的认识程度, 从而出现需要修正前轮追加集的情况. 鉴于此, 在交互式决策过程中对群认知集中信息开展检验修正是必要的. 经过检验若发现无需对前轮追加集进行修正, 则直接转到 Step 7; 反之, 若需要修正追

加集 $(\Delta\theta)_{r_0}$ ($1 \leq r_0 < r$), 则用 $(\Delta\theta)'_{r_0}$ 更新 θ_r , 之后再转到 Step 7. 无论是对前轮追加集是否进行修正, 显然最终都有 $\theta_r \subseteq \theta_{r-1}$.

Step 7 优选前景并计算前景群组满意度. 结合群认知集 θ_r 和与决策成员 $d^{(k)}$ 对应的概率权重信息, 利用有效前景优选模型求解出 $d^{(k)}$ 认为有效的前景集合 $Q_r^{(k)}$ ($\forall k$). 设由所有成员在第 r 轮确定的有效前景集合为 $Q_r = \{m | Q_r^{(1)} \cup \dots \cup Q_r^{(K)}\}$. 按照式 (2) 计算 Q_r 中各项元素所对应的前景群组满意度 φ_m ($m \in Q_r$).

Step 8 确定群组最优前景. 对比 Q_r 中各项元素对应的前景群组满意度与阈值 Δ 之间的大小关系, 若 $\varphi_m \geq \Delta$, 则认为 \tilde{P}_m 是群组有效前景. 为便于表述, 设 C_r 是 Q_r 内群组有效前景的个数, 若 $C_r > 1$, 则表示 θ_r 中的信息尚不能够确定出群组最优前景, 现有信息的完善程度最多只能识别出一些群组有效前景, 此时仍需追加其他信息, 故令 $r = r + 1$, 将研讨对象设置为由主持人提出的新一轮研讨问题, 转 Step 5; 若 $C_r = 1$, 则表示 θ_r 中信息可以识别出群组最优前景——其中存在的唯一的群组有效前景; 若 $C_r < 1$, 则表示追加了 $(\Delta\theta)_r$ 或更新了 $(\Delta\theta)'_{r_0}$ 之后, 导致没有群组有效前景. 若 Step 6 并未对任何追加集进行修正, 则 $C_r < 1$ 的出现是由追加 $(\Delta\theta)_r$ 导致的, 依据前文对群组最优前景的定义, 此时可将群组满意度最大的前景 ($\varphi_m = \max\{\varphi_m, m \in Q_{r-1}\}$) 视为群组最优前景. 若曾对追加集 $(\Delta\theta)_{r_0}$ 进行过修正, 则令 $\theta_{r_0} = \theta_{r_0-1} \cup (\Delta\theta)'_{r_0}$, $r = r_0$, 转 Step 7. 这里 $(\Delta\theta)'_{r_0}, \dots, (\Delta\theta)_r$ 可以直接使用, 原因在于它已在第 $r_0 - r$ 轮的交互式学习中被推断出来.

需要特别注意的是, 在主持人设置各轮研讨问题的研讨次序时应遵循由“重要到次要”的原则, 即在第 r 轮所选取的研讨问题其重要程度应高于第 $r + 1$ 轮. 其目的一方面是要与“抓住主要矛盾, 忽略次要矛盾”的哲学思想相符合, 另一方面是要保证所选取的最优前景能在达到群组满意度要求的前提下最大程度地满足最重要的群认知集信息约束.

3.2 方法收敛性

交互式学习能够使个体知识在决策成员之间进行有效传递和转移, 提高决策群组的整体认知能力, 有利于实现对结果价值的高质量推断. 现有研究成果主要是通过设置交互次数阈值的方式实现对决策过程中交互中止条件的判断 (当次数达到设定阈值时则交互停止并依据此时得到的信息开展决策)^[12]. 特别地, 在交互过程中, 各轮所得到的决策结果存在着收敛的、发散的或者是震荡的动态轨迹. 如果该轨迹是后两种形式, 则通过设置阈值实现交互中止判断的方

式显然是不合理的^[13]. 相对于现有成果, 本文方法因能够证明其具有收敛性, 故可以利用设置交互次数阈值的方式实现交互中止判断.

定理 2 相邻轮次确定的有效前景集合必存在依存关系 $Q_r \subseteq Q_{r-1}$.

证明 设 $\tilde{P}_{m'}$ 为 $Q_r^{(k)}$ 中有效前景, 故 $\exists \tilde{u}_s (\forall s)$ 和 $\exists \tilde{u}_t (\forall t)$ 满足 θ_r 且使式 (3) 中 $\hat{\mathfrak{R}}_{m'}^{(k)} = 0$; 假设 $\tilde{P}_{m'} \notin Q_{r-1}^{(k)}$, 则必不存在满足 θ_{r-1} 约束且使式 (3) 中 $\hat{\mathfrak{R}}_{m'}^{(k)} = 0$ 的 $\tilde{u}_s (\forall s)$ 和 $\tilde{u}_t (\forall t)$. 又因为 $\theta_r \subseteq \theta_{r-1}$ (参见 Step 6), 故 $\exists \tilde{u}_s (\forall s)$ 和 $\exists \tilde{u}_t (\forall t)$ 满足 θ_{r-1} 条件且使式 (3) 中 $\hat{\mathfrak{R}}_{m'}^{(k)} = 0$, 与假设矛盾; 由此可知 $Q_r^{(k)} \subseteq Q_{r-1}^{(k)}$, $k = 1, 2, \dots, K$; 又因 $Q_r = \{m | Q_r^{(1)} \cup \dots \cup Q_r^{(K)}\}$, 故 $Q_r \subseteq Q_{r-1}$. \square

在交互式决策过程中, Q_r 中有效前景的个数会呈递减趋势. 只要备选方案中存在着唯一的群组最优前景, 应用本文方法便能通过一定次数的决策交互将其识别出来. 由此可见, 本文方法具有收敛性.

4 数值模拟分析

设某投资机构欲从方案集 $A = \{a_1, \dots, a_8\}$ 中选择最优投资方案, 决策成员为 $D = \{d^{(1)}, \dots, d^{(4)}\}$, 决策权重集为 $Z = \{0.3, 0.4, 0.1, 0.2\}$. 设机构成员按照 Step 1 确定与方案对应的前景如表 1 所示. 下文针对该模拟案例, 在事先设定前景理想排序的基础上, 应用本文方法从全过程与一般性两个视角进行前景模拟优选, 并通过对比分析模拟结果与理想排序之间的关系验证本文方法的科学有效性和应用可行性.

表 1 前景的结果和概率

前景	结果与概率 (结果为货币收入, 单位: 万元)							
	结果	概率	结果	概率	结果	概率	结果	概率
P_1	-100	0.40	80	0.30	100	0.30	0.00	0.00
P_2	-80	0.10	-60	0.40	40	0.20	100	0.30
P_3	-50	0.05	-30	0.15	20	0.55	80	0.25
P_4	-60	0.15	-10	0.10	50	0.50	80	0.25
P_5	-30	0.30	10	0.10	20	0.40	40	0.20
P_6	-100	0.10	-30	0.30	20	0.20	100	0.40
P_7	-30	0.10	-10	0.30	10	0.10	50	0.50
P_8	-50	0.10	-10	0.30	20	0.20	80	0.40

4.1 前景理想排序

结合相关文献提出的概率权重函数形式和结果价值函数形式, 首先假设与损失区域的概率 \bar{p} 和获得区域的概率 \hat{p} 所对应的概率权重分别是 $\bar{w}(\bar{p})$ 和 $\hat{w}(\hat{p})$, 用于反映 $d^{(k)}$ 风险偏好的决策参数是 α_k 和 β_k , 则群组成员均服从下式所示的概率权重函数形式:

$$\begin{cases} \bar{w}^{(k)}(\bar{p}) = \bar{p}^{\alpha_k} / [\bar{p}^{\alpha_k} + (1 - \bar{p})^{\alpha_k}]^{1/\alpha_k}, \\ \hat{w}^{(k)}(\hat{p}) = \hat{p}^{\beta_k} / [\hat{p}^{\beta_k} + (1 - \hat{p})^{\beta_k}]^{1/\beta_k}. \end{cases} \quad (4)$$

然后设 x 表示获得或损失的结果, $u(x)$ 表示 x 的结果价值, 则用于表征结果与结果价值之间对应关系的客

观结果价值函数如下式所示:

$$u(x) = \begin{cases} x^{0.88}, & x \geq 0; \\ -1.1(-x)^{0.91}, & x < 0. \end{cases} \quad (5)$$

群组认知能力总是有限的, 式(5)关系在实际中很难得以确定, 事实上也没有必要被确定出来. 之所以对该函数关系进行预先设定, 一方面是为模拟对比分析提供具有可比性的数据来源(通过对由式(5)确定的结果价值施加一定程度的扰动来模拟各轮追加集中的信息), 另一方面是为验证本文方法的科学性奠定比较基础. 具体而言, 假设群组成员在能够完全认知出确定性结果价值(式(5))的情况下, 依据概率权重可以得到其对前景价值的推断, 进而基于该前景价值获取该群组成员对所有前景的理想排序. 因上述排序是在结果价值已知的理想状态下得到的, 而下文的数值模拟例子均是基于理想状态进行扰动处理, 故理想排序可以作为验证模拟排序结果是否令群组成员满意的参照标准. 按照上述过程得到的对应于各个群组成员的理想排序见表 2 的第 2~第 5 列.

表 2 理想排序与前景群组满意度

前景	理想排序				群组满意度		
	$d^{(1)}$	$d^{(2)}$	$d^{(3)}$	$d^{(4)}$	$r = 1$	$r = 2$	$r = 3$
P_1	6	7	7	7	0.00	0.00	0.00
P_2	8	8	8	8	0.00	0.00	0.00
P_3	3	3	3	3	1.00	1.00	0.40
P_4	1	1	1	1	1.00	1.00	1.00
P_5	5	5	5	5	1.00	0.40	0.00
P_6	7	6	6	6	1.00	0.00	0.00
P_7	4	4	4	4	0.40	0.00	0.00
P_8	2	2	2	2	1.00	1.00	0.40

4.2 全过程验证

假设与群组成员对应的决策参数如式(6)所示, 则 $\bar{w}_{m,t}^{(k)}$ 和 $\tilde{w}_{m,s}^{(k)}$ 可通过将上述参数代入式(4)予以确定. 基于式(5)的函数关系, 设群组成员从各结果对实现该机构战略目标影响的角度将框架集设置为 $\Theta_0 = \bar{u}_3 - \bar{u}_1 \leq \tilde{u}_3 - \tilde{u}_1, \bar{u}_5 - \bar{u}_1 \leq \tilde{u}_5 - \tilde{u}_1, \bar{u}_6 - \bar{u}_1 \leq \tilde{u}_6 - \tilde{u}_1, 2(\bar{u}_2 - \bar{u}_1) \leq \bar{u}_4 - \bar{u}_1, 2(\tilde{u}_2 - \tilde{u}_1) \leq \tilde{u}_4 - \tilde{u}_1$. 由前文 Step 3 可以计算出 $\varphi_{\max} = 100\%$. 因外部环境的客观需要, 设置阈值 $\Delta = 80\%$, 有

$$\begin{cases} (\alpha_1, \dots, \alpha_4) = (0.69, 0.65, 0.73, 0.70), \\ (\beta_1, \dots, \beta_4) = (0.61, 0.40, 0.50, 0.55). \end{cases} \quad (6)$$

由主持人公布首轮研讨问题是确定 $\bar{u}_t - \bar{u}_1 (t \neq 1), \tilde{u}_s - \tilde{u}_1 (s \neq 1), \bar{u}_1$ 和 \tilde{u}_1 的变化范围. 群组成员围绕该问题经过初次交互式学习构建追加集 $(\Delta\Theta)_1$ 和群认知集 $\Theta_1 = \Theta_0 \cup (\Delta\Theta)_1$; 然后结合由式(4)算得对应于所有群组成员的权重信息, 利用有效前景优选模型求得第 1 轮的有效前景集合 Q_1 , 并计算出与 Q_1 中元素对应的前景群组满意度 φ_m , 结果详

见表 2 第 6 列. 因 Q_1 内符合 $\varphi_m \geq 80\%$ 的有效前景个数 $C_1 = 5$, 无法满足 $C_r \leq 1$ 交互结束条件, 故将研讨对象设置为稍次要的研讨问题, 继续开展交互式学习. 第 2、第 3 轮研讨问题是要确定下述关系的变化范围, 即: 1) $\bar{u}_t/\bar{u}_1 (t \neq 1)$ 和 $\tilde{u}_s/\tilde{u}_1 (s \neq 1)$; 2) $\bar{u}_t (\forall t)$ 和 $\tilde{u}_s (\forall s)$. 围绕研讨问题, 群组成员通过交互学习进行群认知集构建, 特别是在第 3 轮交互学习后, 检验发现需将 $(\Delta\Theta)_2$ 中 $5.0 \leq \bar{u}_5/\bar{u}_1 \leq 6.0$ 修正为 $6.0 \leq \bar{u}_5/\bar{u}_1 \leq 7.0$, 所以用修正后的 $(\Delta\Theta)'_2$ 更新 Θ_3 , 即 $\Theta_3 = \Theta_1 \cup (\Delta\Theta)'_2 \cup (\Delta\Theta)_3$. 基于 Θ_2, Θ_3 , 可以算得第 2、第 3 轮次的有效前景集合 Q_2, Q_3 , 以及与两个集合中所有元素相对应的前景群组满意度 φ_m (详见表 2 第 7 和第 8 列). 由表 2 可知, 直到第 3 轮才有 $C_3 = 1$, 满足交互决策的结束条件, 所以群组最优前景为 P_4 .

上述交互过程涉及的追加集信息如下:

$$\begin{aligned} (\Delta\Theta)_1 &= \{5 \leq \bar{u}_1 \leq 12, 5 \leq \bar{u}_2 - \bar{u}_1 \leq 25, \\ &20 \leq \bar{u}_3 - \bar{u}_1 \leq 40, 30 \leq \bar{u}_4 - \bar{u}_1 \leq 40, \\ &47 \leq \bar{u}_5 - \bar{u}_1 \leq 53, 60 \leq \bar{u}_6 - \bar{u}_1 \leq 65, \\ &5 \leq \tilde{u}_1 \leq 12, 3 \leq \tilde{u}_2 - \tilde{u}_1 \leq 10, \\ &15 \leq \tilde{u}_3 - \tilde{u}_1 \leq 23, 10 \leq \tilde{u}_4 - \tilde{u}_1 \leq 40, \\ &30 \leq \tilde{u}_5 - \tilde{u}_1 \leq 50, 46 \leq \tilde{u}_6 - \tilde{u}_1 \leq 52\}; \\ (\Delta\Theta)_2 &= \{2.0 \leq \bar{u}_2/\bar{u}_1 \leq 3.5, 3.8 \leq \bar{u}_3/\bar{u}_1 \leq 4.7, \\ &4.6 \leq \bar{u}_4/\bar{u}_1 \leq 5.5, 5.0 \leq \bar{u}_5/\bar{u}_1 \leq 6.0, \\ &7.7 \leq \bar{u}_6/\bar{u}_1 \leq 8.5, 1.5 \leq \tilde{u}_2/\tilde{u}_1 \leq 2.2, \\ &3.0 \leq \tilde{u}_3/\tilde{u}_1 \leq 3.6, 3.7 \leq \tilde{u}_4/\tilde{u}_1 \leq 4.6, \\ &5.8 \leq \tilde{u}_5/\tilde{u}_1 \leq 6.7, 7.0 \leq \tilde{u}_6/\tilde{u}_1 \leq 8.0\}; \\ (\Delta\Theta)_3 &= \{8 \leq \bar{u}_1 \leq 10, 22 \leq \bar{u}_2 \leq 26, \\ &35 \leq \bar{u}_3 \leq 40, 43 \leq \bar{u}_4 \leq 48, \\ &55 \leq \bar{u}_5 \leq 64, 70 \leq \bar{u}_6 \leq 74, \\ &7 \leq \tilde{u}_1 \leq 8, 10 \leq \tilde{u}_2 \leq 16, \\ &22 \leq \tilde{u}_3 \leq 28, 28 \leq \tilde{u}_4 \leq 35, \\ &44 \leq \tilde{u}_5 \leq 50, 55 \leq \tilde{u}_6 \leq 60\}. \end{aligned}$$

4.3 一般性验证

设有 125 个决策群组, 每组有 4 个决策成员, 组内成员的权重均与前文相同(以便遵循同一标准). 用于表征 500 个决策成员差异性风险偏好的概率权重均符合式(4)所示的函数形式, 损失区域和获得区域的参数分别为在区间 $[0.50, 0.80]$ 和 $[0.35, 0.70]$ 内均匀分布的随机数(可用 Matlab 中的 rand 函数实现), 且依据前景理论的风险厌恶假设同一成员存在 $\bar{w}(\bar{p}) > \hat{w}(\hat{p}) (\bar{p} = \hat{p})$. 考虑到特定结果对组织产生的结果价值是一定的并且通过决策交互能够对其进行有效

识别, 所以有理由假设每个决策群组针对特定研究问题开展交互都能得到上例(4.2节)中的群认知集信息. 这里侧重于验证的是对于具有不同风险偏好的群组, 本文方法是否能够做出令他们满意的决策. 为此, 对于每一个决策群组, 首先结合群组成员的权重和上例的群认知集, 应用本文方法确定各轮群组有效(最优)前景(具体过程同4.2节); 然后基于权重和确定性结果价值计算群组成员对前景的理想排序; 最后通过比照群组有效(最优)前景在理想排序中的位次来验证模拟结果是否令群组成员满意.

遵循上述过程, 利用 Matlab 软件编程实现 125 个决策群组的群组有效(最优)前景求解以及它们在各轮次与理想排序的位次比较, 如图 1 所示.

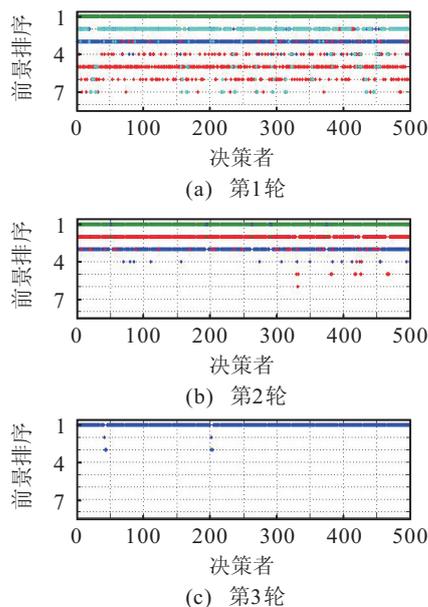


图 1 模拟结果与理想排序比较

4.4 对比分析

从全过程验证和一般性验证中的模拟结果与理想排序的对比情况看(详见表 2 和图 1), 本文方法不仅具有科学性、满意性, 而且具有有效性、可行性. 具体原因如下: 1) 随着群认知集中信息在交互式学习过程中不断完善, 各轮评价出的群组有效前景由多个逐步缩减至 1 个, 并且各轮得到的群组有效前景在理想排序中基本位居前列, 特别是当群认知集信息完善到一定程度时便可得到令所有成员均满意的唯一前景, 故利用本文方法进行决策, 能够保证决策过程具有科学性, 决策结果具有满意性. 2) 所有决策的制定都需要决策信息. 如果决策信息的完善程度过低, 可能会造成无法决策的后果, 例如介于 $\theta_1 \sim \theta_2$ 之间, 虽然可以识别出群组有效前景, 但却无法识别出哪个才是最终应选择的群组最优前景; 反之, 如果决策信息的完善程度过高又可能会增加决策成本(可以理解为信息获取成本), 例如 θ_3 中的信息足以判断出群组最优

前景, 没有必要通过交互式学习进一步获取额外信息. 故利用本文方法进行决策, 能够平衡决策信息的完善程度与其获取成本之间的矛盾, 做出有效决策. 3) 模糊性信息在 $\theta_0 \sim \theta_3$ 之间时主要以差序型、严格序型、乘子序型、区间型 4 种不同的形式表达, 并且这些信息都可以作为约束条件融入有效前景优选模型之中, 因此本文方法能够吸纳多种模糊信息, 规避传统方法因以特定形式开展信息推断而容易带来主观认知偏差的缺陷, 具有可行性.

5 结 论

现有群组风险决策方法因其立论假设过于理想而存在着决策结果的科学性和满意性较差以及决策过程效率低下等缺陷. 对此, 本文首先从风险偏好不变、决策成本存在、群组认知能力有限 3 个方面放松了现有方法中的立论假设条件; 然后基于前景理论构建了有效前景优选模型及其判别定理; 最后针对结果价值的交互式学习提出了具有收敛性的群组风险交互式决策方法. 本文方法相对于现有方法具有以下特色: 1) 利用概率权重反映群组成员的主观风险偏好, 有利于保证决策结果具有满意性; 2) 利用交互式学习技术逐步完善群认知集信息, 有利于保证决策过程具有科学性; 3) 群组风险交互式决策方法具有收敛性, 能够有效平衡信息的完善程度与获取成本之间的矛盾, 可以保证交互过程具有有效性; 4) 群认知集可以吸纳多种形式的模糊信息, 能够克服以特定形式开展决策信息推断所带来的认知偏差, 可以保证信息推断具有可行性. 模拟分析结果表明, 本文提出的基于前景理论的群组风险交互式决策方法不仅具有科学性、满意性, 而且具有有效性和可行性.

参考文献(References)

- [1] He H, Martinsson P, Sutter M. Group decision making under risk: An experiment with student couples[J]. *Economics Letters*, 2012, 117(3): 691-693.
- [2] Li J, Davies G J, Kendall G, et al. Evidence and belief in regulatory decisions — Incorporating expected utility into decision modelling[J]. *Expert Systems with Applications*, 2012, 39(10): 8604-8610.
- [3] Wang Y M, Elhag T M S. A fuzzy group decision making approach for bridge risk assessment[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2007, 53(1): 137-148.
- [4] Chuu S J. Interactive group decision-making using a fuzzy linguistic approach for evaluating the flexibility in a supply chain[J]. *European J of Operational Research*, 2011, 213(1): 279-289.
- [5] Xu Z S, Chen J. An interactive method for fuzzy multiple attribute group decision making[J]. *Information Sciences*,

- 2007, 177(1): 248-263.
- [6] Glockner A, Pachur T. Cognitive models of risky choice: Parameter stability and predictive accuracy of prospect theory[J]. *Cognition*, 2012, 123(1): 21-32.
- [7] Kyle A S, Ou-Yang H, Xiong W. Prospect theory and liquidation decisions[J]. *J of Economic Theory*, 2006, 129(1): 273-88.
- [8] 段志蓉, 邱海鹰, 朱玉杰. 企业的风险态度对国际化决策的影响[J]. *清华大学学报: 哲学社会科学版*, 2008, 23(2): 149-160.
(Duan Z R, Qiu H Y, Zhu Y J. On the risk attitude patterns and strategies involved in the internationalization of Firms[J]. *J of Tsinghua University: Philosophy and Social Sciences*, 2008, 23(2): 149-160.)
- [9] Liu M S, Liu N C. Sources of knowledge acquisition and patterns of knowledge-sharing behaviors — An empirical study of Taiwanese high-tech firms[J]. *Int J of Information Management*, 2008, 28(5): 423-432.
- [10] 郭菊娥, 白云涛, 席酉民, 等. 权威类型、决策程序对高管决策过程影响研究[J]. *管理科学学报*, 2008, 11(6): 1-10.
(Guo J E, Bai Y T, Xi Y M, et al. Effects of authority type and decision procedure on TMT decision-making process: A laboratory experiment[J]. *J of Management Sciences in China*, 2008, 11(6): 1-10.)
- [11] Abdellaoui M, Bleichrodt H. Eliciting Gul's theory of disappointment aversion by the tradeoff method [J]. *J of Economic Psychology*, 2007, 28(6): 631-645.
- [12] 卓越, 王红, 吴秋峰, 等. 群决策支持系统中的一致性分析技术[J]. *控制与决策*, 1999, 14(6): 636-641.
(Zhuo Y, Wang H, Wu Q F, et al. Techniques for analyzing consensus relevant data in group decision support system[J]. *Control and Decision*, 1999, 14(6): 636-641.)
- [13] 陈建中, 徐玖平. 群决策的交互式 TOPSIS 方法及其应用[J]. *系统工程学报*, 2008, 23(3): 276-281.
(Chen J Z, Xu J P. TOPSIS based interactive multi-attributes group decision-making method and its application[J]. *J of Systems Engineering*, 2008, 23(3): 276-281.)

(上接第1177页)

- [6] Hemant Kumar Singh, Amitay Isaacs, Tapabrata Ray. A Pareto corner search evolutionary algorithm and dimensionality reduction in many-objective optimization problems[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2011, 15(4): 539-556.
- [7] Zhou Cong, Zheng Jinhua, Li Ke, et al. Objective reduction based on the least square method for large-dimensional multi-objective optimization problem[C]. *The 5th Int Conf on Natural Computation*. Tianjin, 2009: 350-354.
- [8] Deb K, Thiele L, Laumanns M, et al. Scalable multi-objective optimization test problems[C]. *Proc of the 2002 Congress on Evolutionary Computation*. Honolulu, 2002: 825-830.
- [9] Huband S, Hingston P, Barone L, et al. A review of multi-objective test problems and a scalable test problem toolkit[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2006, 10(5): 477-506.
- [10] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182-197.

(上接第1182页)

- [9] Deb K, Gupta H. Introducing robustness in multi-objective optimization[J]. *Evolutionary Computation*, 2006, 14(4): 463-494.
- [10] Deb K, Gupta H. Searching for robust Pareto-optimal solutions in multi-objective optimization[C]. *Proc of the 3rd Int Conf on Evolutionary Multi-criterion Optimization*. Guanajuato, 2005: 150-164.
- [11] Ong Y S, Nair P B, Lum K Y. Max-min surrogate-assisted evolutionary algorithm for robust design[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2006, 10(4): 392-404.
- [12] Ross S M, 郑忠国, 詹从赞. 概率论基础教程[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2010: 180-183.
(Ross S M, Zheng Z G, Zhan C Z. A first course in probability[M]. Beijing: People's Posts and Telecommunications Press, 2010: 180-183.)
- [13] 徐鸣, 沈希, 马龙华, 等. 一种多目标粒子群改进算法的研究[J]. *控制与决策*, 2009, 24(11): 1713-1718.
(Xu M, Shen X, Ma L H, et al. Research on modified multi-objective particle swarm optimization[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(11): 1713-1718.)
- [14] Xu M, Ma L H, Jin X L, et al. A method of parameter optimization for particle swarm optimization based on stochastic processes[C]. *The 6th Int Conf on Natural Computation*. Yantai, 2010: 158-163.