文章编号: 1001-0920 (2013) 03-0466-05

一类具有输入时滞的时变离散系统的预见控制

徐玉洁[a,b], 廖福成[b]
(北京科技大学 a. 自动化学院，b. 数理学院，北京 100083)

摘 要: 针对一类具有输入时滞的时变离散系统, 研究其预见控制问题. 利用差分算子的性质, 对系统的输入时滞项和目标信号进行差分处理, 构造包含目标信号但不含时滞的扩大误差系统. 基于最优控制和预见控制的相关理论, 得到了扩大误差系统带有预见前馈补偿的控制器. 进一步, 利用矩阵分解方法, 将高阶 Riccati 方程进行降阶处理, 从而得到原时滞系统的预见控制器. 最后通过仿真实例验证了所提出方法的有效性.

关键词: 输入时滞；时变离散系统；扩大误差系统；最优控制；预见控制
中图分类号: TP273　　**文献标志码:** A

Preview control for a class of time-varying discrete systems with input time-delay

XU Yu-jie[a,b], *LIAO Fu-cheng*[b]
(a. School of Automation Engineering，b. School of Mathematics and Physics，University of Science and Technology Beijing，Beijing 100083，China．Correspondent：LIAO Fu-cheng，E-mail：fcliao@ustb.edu.cn)

Abstract: The optimal preview control for a class of time-varying discrete systems with input time-delay is studied. The property of difference operator is used to differentiate the input time-delay and the desired previewable tracking. Then an augmented error system is constructed, which contains the desired previewable tracking, but not the input time-delay. Based on the related results from optimal control theory and preview control theory, a controller with preview feed-forward compensation is designed for the augmented error system. The high-order Riccati equation is transformed into a lower-order one with some manipulation of matrix partitioning. And the preview controller for the original system is obtained. Finally, simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Key words: input time-delay；time-varying discrete system；augmented error system；optimal control；preview control

0 引 言

时滞是自然界中广泛存在而又无法避免的一类现象. 在控制系统中, 时滞可能产生于状态向量、输入向量或输出向量. 时滞的存在使被控量不能及时反映系统所承受的扰动, 从而产生明显的超调, 延长调节时间, 以至影响系统的稳定性, 因此时滞系统的控制问题一直是学术界研究的热点[1-2]. 近几年来, 随着网络技术的推广及应用, 实际工程中出现了大量具有输入时滞的系统[2-3], 如电力系统、化学系统、生物系统和远程控制系统等. 但迄今为止, 学术界对具有输入时滞的系统研究较少, 且采用的方法往往是设计状态反馈控制器, 并依据 Lyapunov 稳定性理论推导出反馈系数[3]. 利用这种方法设计出来的控制器虽然能够保证系统的稳定性, 但控制器中不包含输入项, 忽略了输入时滞对系统的影响.

作为一种比较新的控制方法, 预见控制能利用已知的未来目标信息或干扰信息来改善系统的性能[4-5]. 文献 [4] 将预见控制问题转化为调节器问题, 并给出了偏微分最优化法、扩大误差系统法和逐次最优化法等 3 种求解方法, 沿用至今. 与其他控制方法相比, 预见控制融合了已知的未来信息, 从而可提高闭环系统的性能, 还可对系统追加预见前馈补偿[5-6], 使系统能够更好地进行实时跟踪, 因而, 预见控制在近些年来受到了众多学者的重视, 并取得了很好的研究成果[7-10].

现代工业生产的日益大规模化、复杂化导致工程应用中普遍存在时变现象. 如航空航天领域中, 飞行器的质量随着时间减少, 使其飞行参数也随之改变.

收稿日期: 2011-10-18；**修回日期:** 2012-03-30.
基金项目: 国家自然科学基金项目 (61174209)；内蒙古自治区科技创新引导奖励资金项目 (2012).
作者简介: 徐玉洁 (1981−), 女, 讲师, 博士生, 从事预见控制理论与应用的研究；廖福成 (1957−), 男, 教授, 博士生导师, 从事控制理论与应用的研究.

目前研究时变系统最常用的方法是参数辨识, 但相关文献较少. 本文针对一类具有输入时滞的时变离散系统, 采用扩大误差系统法设计了系统的预见控制器, 并通过仿真实例验证了这种方法的有效性.

1　问题的描述

考虑如下具有输入时滞的时变离散系统:

$$\begin{cases} x(k+1)=A(k)x(k)+B(k)u(k)+ \\ \qquad\qquad B_1(k)u(k-f), \\ y(k)=C(k)x(k), \\ u(\theta)=\varphi(\theta), \\ x(0)=x_0, \end{cases}$$

$$k=0,1,\cdots,N,\ \theta=-f,-f+1,\cdots,0. \tag{1}$$

其中: $x(k)\in R^n$ 是状态向量, $u(k)\in R^r$ 是输入向量, $y(k)\in R^m$ 是输出向量; $A(k)$, $B(k)$, $B_1(k)$ 和 $C(k)$ 分别是 $n\times n$, $n\times r$, $n\times r$ 和 $m\times n$ 时变矩阵; $f\in Z^+$ 为输入时滞常数; $\varphi(\theta)$ 和 x_0 分别为系统的初始输入向量和初始状态向量.

设目标信号为 $R(k)\in R^m$, 定义误差信号为

$$e\,(k)=R\,(k)-y\,(k)\,. \tag{2}$$

本文采用扩大误差系统法对系统 (1) 进行简化处理, 而构造扩大误差系统需要用到差分算子, 将其取为

$$\Delta x(k)=x(k)-x(k-1).$$

本文研究系统 (1) 的最优预见控制问题, 需要用到下面假设.

假设 1　目标信号的预见步数为 M_R, M_R 步以后其值为零, 即目标信号 $R\,(k)$, $R\,(k+1)$, $\cdots$, $R(k+M_R)$ 已知, 并且 $R\,(k+j)=0$, $j=M_R+1, M_R+2,\cdots$.

注 1　假设 1 是预见控制理论的基本假设, 认为 M_R 步之后的目标信号为常数 (本文假设为零), 主要是因为预见步数之外该信号的取值对当前的控制策略影响不大.

2　扩大误差系统的推导

本节通过对系统 (1)、误差信号 $e\,(k)$ 及目标信号 $R\,(k)$ 进行差分运算来构造扩大误差系统, 由此将系统 (1) 的控制问题转化为对应的扩大误差系统的控制问题.

在下面的推导中, 本文将用到差分算子的性质[9], 即

$$\Delta[G(k)v(k)]=\Delta G(k)v(k-1)+G(k)\Delta v(k),$$

其中 $G(k)$ 和 $v(k)$ 为合适维数的时变矩阵.

首先, 利用差分算子的性质计算 $x\,(k+1)$ 的一阶差分, 即

$$\begin{aligned}\Delta x(k+1)\ =\ &\Delta A(k)x(k-1)+A(k)\Delta x(k)+ \\ &\Delta B(k)u(k-1)+B(k)\Delta u(k)+ \\ &\Delta B_1(k)u(k-f-1)+ \\ &B_1(k)\Delta u(k-f)\,.\end{aligned} \tag{3}$$

然后, 对误差信号 $e\,(k+1)=R\,(k+1)-y\,(k+1)$ 的两边取差分, 得到 $k+1$ 时刻的误差信号

$$\begin{aligned}e(k+1)\ =\ &e(k)+\Delta R(k+1)-\Delta C(k+1)x(k)- \\ &C(k+1)\Delta x(k+1).\end{aligned} \tag{4}$$

将式 (3) 代入 (4), 并取

$$\hat X(k)=[\ e(k)^{\mathrm T}\ \ \Delta x(k)^{\mathrm T}\ \ x(k-1)^{\mathrm T}\ \ u(k-1)^{\mathrm T}\ ]^{\mathrm T},$$

可以得到误差系统

$$\begin{aligned}\hat X(k+1)=\ &\Psi_x(k)\hat X(k)+\Psi_u(k)\Delta u(k)+ \\ &\Psi_f(k)\Delta u(k-f)+\Psi_t(k)u(k-f-1)+ \\ &\Psi_R\Delta R(k+1).\end{aligned} \tag{5}$$

其中

$$\Psi_x(k)=\begin{bmatrix} I & -\Delta C(k+1)-C(k+1)A(k) & -\Delta C(k+1)-C(k+1)\Delta A(k) & -C(k+1)\Delta B(k) \\ 0 & A(k) & \Delta A(k) & \Delta B(k) \\ 0 & I & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix},$$

$$\Psi_u(k)=\begin{bmatrix} -C(k+1)B(k) \\ B(k) \\ 0 \\ I \end{bmatrix},$$

$$\Psi_f(k)=\begin{bmatrix} -C(k+1)B_1(k) \\ B_1(k) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\Psi_t(k)=\begin{bmatrix} -C(k+1)\Delta B_1(k) \\ \Delta B_1(k) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ \Psi_R=\begin{bmatrix} I \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

进一步, 构造新的状态向量

$$X_0(k)=[\ \hat X(k)^{\mathrm T}\ \ u(k-2)^{\mathrm T}\ \ \cdots\ \ u(k-f-1)^{\mathrm T}\ ]^{\mathrm T},$$

从而将系统 (5) 简化为

$$X_0(k+1)=\Phi_0(k)X_0(k)+\Phi_u(k)\Delta u(k)+\Phi_R\overline{X}_R(k). \tag{6}$$

其中

$$\Phi_0(k)=$$

$$\left[\begin{array}{c|c|c|c}\Psi_x(k) & 0 & \Psi_x(k) & \Psi_t(k)-\Psi_f(k)\\ \hline E & 0 & 0 & 0\\ \hline 0 & S & 0 & 0\\ \hline 0 & 0 & I_r & 0\end{array}\right],$$

$$E=[\,0\;\;0\;\;0\;\;I_r\,],\ S=I_{(f-2)r},$$

$$\overline{X}_R(k)=\begin{bmatrix}R(k)\\ R(k+1)\end{bmatrix},$$

$$\Phi_u(k)=\left[\begin{array}{c}\Psi_u(k)\\ \hline 0\\ \hline \vdots\\ \hline 0\end{array}\right],\ \Phi_R=\left[\begin{array}{cc}-\Psi_R & \Psi_R\\ \hline 0 & 0\\ \hline \vdots & \vdots\\ \hline 0 & 0\end{array}\right].$$

针对系统 (6), 引入性能指标

$$J=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N}\left[e^{\mathrm{T}}(k)\,Q_e e(k)+\Delta u^{\mathrm{T}}(k)\,H\Delta u(k)\right]=$$
$$\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N}\left[X_0^{\mathrm{T}}(k)\,QX_0(k)+\Delta u^{\mathrm{T}}(k)\,H\Delta u(k)\right].\quad(7)$$

其中: Q_e 和 H 都是正定矩阵, $Q=\begin{bmatrix}Q_e & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$.

系统 (6) 包含了当前时刻和 $k+1$ 时刻的目标信号, 现在将 $k+2$ 到 $k+M_R$ 时刻的目标信号也融合到控制系统的状态向量中. 由假设可以得到以下恒等式

$$X_R(k+1)=A_R X_R(k).\quad(8)$$

其中

$$A_R=\begin{bmatrix}0 & I_m & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & I_m\\ 0 & 0 & \cdots & 0\end{bmatrix},\ X_R(k)=\begin{bmatrix}R(k)\\ R(k+1)\\ \vdots\\ R(k+M_R)\end{bmatrix}.$$

记 $W=[\,\Phi_R\;\;0\;\;\cdots\;\;0\,]$, 则通过式 (6) 和 (8) 可得扩大误差系统为

$$X_w(k+1)=\Psi(k)X_w(k)+G(k)\Delta u(k).\quad(9)$$

其中

$$X_w(k)=[\,X_0(k)^{\mathrm{T}}\;\;X_R(k)^{\mathrm{T}}\,]^{\mathrm{T}},$$

$$\Psi(k)=\begin{bmatrix}\Phi_0(k) & W\\ 0 & A_R\end{bmatrix},\ G(k)=\begin{bmatrix}\Phi_u(k)\\ 0\end{bmatrix}.$$

此时根据系统 (6) 的性能指标 (7) 得到系统 (9) 的性能指标为

$$J=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N}\left[X_w^{\mathrm{T}}(k)\tilde{Q}X_w(k)+\Delta u^{\mathrm{T}}(k)H\Delta u(k)\right],\quad(10)$$

其中 $\tilde{Q}=\begin{bmatrix}Q & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$.

通过系统的转换, 问题变为在式 (10) 所定义的性能指标 J 下, 推导扩大误差系统 (9) 的最优控制 $\Delta u(k)$.

3 最优预见控制器的设计

本节根据最优控制的相关理论设计系统 (10) 的控制器, 并对其中的 Riccati 方程进行降阶处理, 进而推导出原时滞系统 (1) 的最优控制.

首先, 根据最优控制理论的基本结果[4,9]可以得到下面的定理, 这是本文的重要定理之一.

定理 1 使性能指标函数 (10) 取最小值的系统 (9) 的最优控制为

$$\Delta u^*(k)=-M(k)G^{\mathrm{T}}(k)P(k+1)\,\Psi(k)X_w(k),\quad(11)$$

其中: $M(k)=[H+G^{\mathrm{T}}(k)P(k+1)G(k)]^{-1}$, 而 $P(k)$ 是如下 Riccati 方程的半正定解:

$$P(k)=\tilde{Q}+\Psi^{\mathrm{T}}(k)P(k+1)\,\Psi(k)-\Psi^{\mathrm{T}}(k)P(k+1)\times$$
$$G(k)M(k)G^{\mathrm{T}}(k)P(k+1)\,\Psi(k),\quad(12)$$

且满足边界条件 $P(N+1)=0$.

注 2 定理 1 表明输入 $\Delta u^*(k)$ 是向量 $X_w(k)$ 的反馈, 而 $X_w(k)$ 融合了可预见的未来目标信息, 故定理 1 中的 $\Delta u^*(k)$ 也被称为最优预见控制输入[4,9], 其中 $X_w(k)$ 还可以包含可预见的未来干扰信息.

显然, 得到 $\Delta u^*(k)$ 的关键是解出对称矩阵 $P(k)$. 由扩大误差系统的推导可知, $P(k)$ 为 $m+2n+(f+1)r+(M_R+1)m$ 阶方阵, 为了减少计算 $P(k)$ 的运算量, 本文对其进行分解. 考虑到 $\Psi(k)$, $G(k)$ 和 $\tilde{Q}$ 的特殊形式及 $P(k)$ 的对称性, 设

$$P(k)=\begin{bmatrix}P_{11}(k) & P_{12}(k)\\ P_{12}^{\mathrm{T}}(k) & P_{22}(k)\end{bmatrix},$$

同时令 $L(k)=G^{\mathrm{T}}(k)P(k+1)\,\Psi(k)X_w(k)$, 则有

$$M(k)=[H+\Phi_u^{\mathrm{T}}(k)P_{11}(k+1)\,\Phi_u(k)]^{-1},\quad(13)$$

$$L(k)=\Phi_u^{\mathrm{T}}(k)[P_{11}(k+1)\,\Phi_0(k)X_0(k)+$$
$$P_{11}(k+1)WX_R(k)+$$
$$P_{12}(k+1)A_R X_R(k)].\quad(14)$$

因而计算 $\Delta u^*(k)$ 不需要 $P_{22}(k+1)$, 将 $P(k)$ 的分解式代入式 (12), 可以得到 $P_{11}(k)$ 和 $P_{12}(k)$ 的计算式如下:

$$P_{11}(k)=Q+\Phi_0^{\mathrm{T}}(k)P_{11}(k+1)\,\Phi_0(k)-\Phi_0^{\mathrm{T}}(k)\times$$
$$P_{11}(k+1)\,\Phi_u(k)M(k)\,\Phi_u^{\mathrm{T}}(k)\times$$
$$P_{11}(k+1)\,\Phi_0(k),\quad(15)$$

$$P_{12}(k)=\Phi_0^{\mathrm{T}}(k)[I-P_{11}(k+1)\,\Phi_u(k)M(k)\,\Phi_u^{\mathrm{T}}(k)]\times$$
$$[P_{11}(k+1)W+P_{12}(k+1)A_R].\quad(16)$$

式 (15) 是一个 $m+2n+(f+1)r$ 阶的 Riccati 方程, 满足边界条件 $P_{11}(N+1)=0$.

记

$$\xi(k)=[I-\Phi_u(k)M(k)\Phi_u^{\mathrm T}(k)P_{11}(k+1)]\Phi_0(k),$$

则有

$$P_{12}(k)=\xi^{\mathrm T}(k)[P_{11}(k+1)W+P_{12}(k+1)A_R]. \quad (17)$$

注意到 A_R 包含 $(M_R+1)\times(M_R+1)$ 个 m 阶矩阵块, 因此对 $P_{12}(k)$ 进行如下分解:

$$P_{12}(k)=[\ P_{12}^{(1)}(k)\ \ P_{12}^{(2)}(k)\ \ \cdots\ \ P_{12}^{(M_R+1)}(k)\ ],$$

将其代入式 (17) 可得

$$\begin{cases} P_{12}^{(1)}(k)=\xi^{\mathrm T}(k)P_{11}(k+1)\Phi_{R1},\\ P_{12}^{(2)}(k)=\xi^{\mathrm T}(k)[P_{11}(k+1)\Phi_{R2}+P_{12}^{(1)}(k+1)],\\ P_{12}^{(3)}(k)=\xi^{\mathrm T}(k)P_{12}^{(2)}(k+1),\\ \qquad\vdots\\ P_{12}^{(M_R+1)}(k)=\xi^{\mathrm T}(k)P_{12}^{(M_R)}(k+1), \end{cases} \quad (18)$$

且有边界条件 $P_{12}^{(i)}(N+1)=0, i=1,2,\cdots,M_R+1$.

将式 (18) 代入 (14), 根据 $M(k)$ 和 $L(k)$ 的表达式, 并注意到 $\Delta u(k)=u(k)-u(k-1)$, 再由定理 1 即得到系统 (1) 带有预见前馈补偿的最优控制输入如以下定理所描述.

定理 2　使性能指标 (10) 取最小值的系统 (1) 的最优控制输入 $u(k)$ 为

$$\begin{aligned} u(k)\ =\ & u(k-1)-[H+\Phi_u^{\mathrm T}(k)P_{11}(k+1)\Phi_u(k)]^{-1}\times\\ & \Phi_u^{\mathrm T}(k)\Big\{P_{11}(k+1)\Phi_0(k)X_0(k)+\\ & P_{11}(k+1)\bar W[R(k+1)-R(k)]+\\ & \sum_{i=1}^{M_R}P_{12}^{(i)}(k+1)R(k+i)\Big\}, \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $P_{11}(k)$ 和 $P_{12}^{(i)}(k)$ 分别由式 (15) 和 (18) 确定.

注 3　当定理 2 中 k 的取值导致 $k+i$ 大于终端时刻 N 时, 取 $R(k+i)=0, i=1,2,\cdots,M_R+1$.

注 4　记 $F=-[H+\Phi_u^{\mathrm T}(k)P_{11}(k+1)\Phi_u(k)]^{-1}$, 根据向量 $X_0(k)$ 的组成形式, 并分析式 (19) 可知, 其中 $F\Phi_u^{\mathrm T}(k)P_{11}(k+1)\Phi_0(k)X_0(k)$ 既包含了输出误差反馈、状态反馈和状态差分项的反馈, 还包含了 k 时刻之前的输入项;

$$F\Phi_u^{\mathrm T}(k)P_{11}(k+1)\bar W[R(k+1)-R(k)]$$

是目标信号在第 $k+1$ 时刻的差分算子项;

$$F\Phi_u^{\mathrm T}(k)\sum_{i=1}^{M_R}P_{12}^{(i)}(k+1)R(k+i)$$

是目标信号的预见前馈补偿. 由此可见, 当前时刻的控制输入不仅与状态向量和可预见的未来目标信号有关, 还与前 f 时刻的输入向量有关.

注 5　如果不考虑目标信号的可预见性, 即认为方程 (5) 中 $\Delta R(k+1)\equiv 0$, 则上述问题变为研究系统 $X_0(k+1)=\Phi_0(k)X_0(k)+\Phi_u(k)\Delta u(k)$ 的最优控制问题. 利用本节类似的推导所得到的最优控制正好是在式 (19) 中去掉预见前馈部分的结果. 该结论为比较系统有预见作用和无预见作用时的目标跟踪效果提供了方便.

4　仿真实例

本节采用不同的目标信号, 对系统 (1) 分别进行最优控制和最优预见控制仿真, 并比较在两种控制方式下系统的跟踪效果. 在系统 (1) 中取

$$A(k)=\begin{bmatrix}0.01 & -0.2\\ 0.02\sin k & 0\end{bmatrix},\ B(k)=\begin{bmatrix}0.01\sin k\\ -0.03\end{bmatrix},$$

$$B_1(k)=\begin{bmatrix}0.1\sin k\\ 2\end{bmatrix},\ C(k)=[\ -0.50\ \ k/10\ ],$$

$$f=2,\ N=90,\ Q_e=10,\ H=1,\ M_R=20;$$

系统的状态向量初值和输入向量初值分别为

$$x(\theta)=[-\theta+0.2\ \ (-1)^{1-\theta}\ ]^{\mathrm T}, \varphi(\theta)=0,$$

其中 $\theta=-2,-1,0$.

1) 取目标值信号为阶跃信号, 即

$$R(k)=\begin{cases}0,\ k\leqslant 30;\\ 1,\ k>30.\end{cases}$$

采用最优控制和最优预见控制可以得到系统 (1) 的输出响应曲线分别如图 1 和图 2 所示.

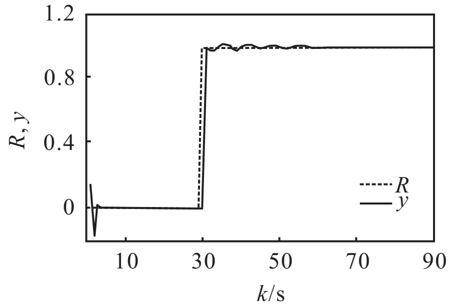

图 1　采用最优控制时, 系统 (1) 的输出响应曲线

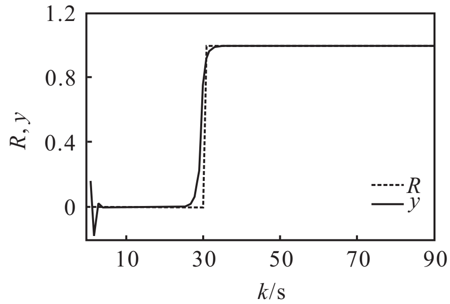

图 2　采用最优预见控制时, 系统 (1) 的输出响应曲线

从图 1 和图 2 可以看出, 当目标信号为阶跃信号, 并对系统采用最优预见控制时, 输出信号不仅能及时觉察到目标信号的变化, 而且还能实现平稳跟踪.

2) 取目标信号为周期信号 $R(k)=\sin(k/5)$.

当目标信号不可预见时, 系统 (1) 的输出响应曲线如图 3 所示.

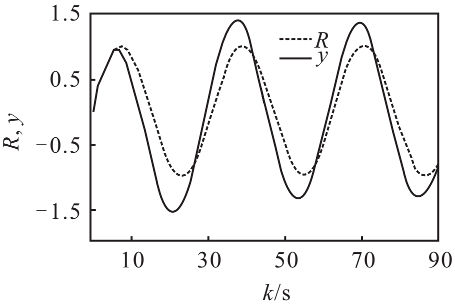

图 3 没有预见前馈补偿时, 系统 (1) 的输出响应曲线

若增加预见的前馈补偿, 则根据定理 2 可得到系统 (1) 的输出响应曲线如图 4 所示.

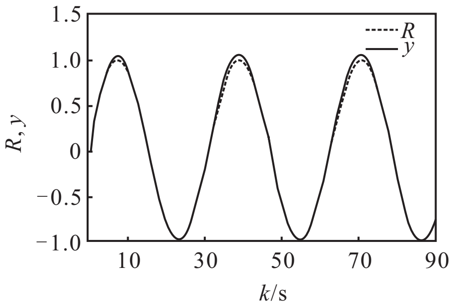

图 4 预见控制器下, 系统 (1) 的输出响应曲线

从图 3 和图 4 可以看出, 当目标信号为正弦信号时, 如果没有预见前馈补偿, 则系统无法跟踪目标信号的变化.

5 结 论

本文在预见控制理论关于目标信号的基本假设下, 通过构造包含目标信号的扩大误差系统, 将具有输入时滞的线性时变系统转化为形式上不含时滞的一般线性时变系统, 从而推导出含有预见前馈补偿的最优控制器. 仿真实例表明, 与传统的最优控制相比, 本文采用的控制方法能够使系统更好地跟踪目标.

参考文献(References)

[1] Liu Z X, Lu S, Zhong S M, et al. Stabilization analysis for discrete-time systems with time delay[J]. Applied Mathematics and Computation, 2010, 216(7): 2024-2035.

[2] Yu L, Gao F R. Optimal guaranteed cost control of discrete-time uncertain systems with both state and input delays[J]. J of the Franklin Institute, 2001, 338(1): 101-110.

[3] Zhang H S, Duan G R, Xie L H. Linear quadratic regulation for linear time-varying systems with multiple input delays[J]. Automatica, 2006, 42(8): 1465-1476.

[4] 土谷武士, 江上正. 最新自动控制技术——数字预见控制[M]. 北京: 北京科学技术出版社, 1994: 1-13.
(Tsuchiya T, Egami Tadashi. Digital preview and predictive control[M]. Beijing: Beijing Science and Technology Press, 1994: 1-13.)

[5] Marzbanrad J, Ahmadi G, Zohoor H, et al. Stochastic optimal preview control of a vehicle suspension[J]. J of Sound and Vibration, 2004, 275(35): 973-990.

[6] Prabakar R S, Sujatha C, Narayanan S. Optimal semi-active preview control response of a half car vehicle model with magneto rheological damper[J]. J of Sound and Vibration, 2009, 326(35): 400-420.

[7] Hazell A, Limebeer D J N. An efficient algorithm for discrete-time H_∞ preview control[J]. Automatica, 2008, 44(9): 2441-2448.

[8] Wang H X, Zhang H S. Finite horizon H_∞ preview control[J]. Acta Automatica Sinica, 2010, 36(2): 327-331.

[9] Liao F C, Cui Y H, Shen Z W. Optimal preview control for linear time-variant discrete systems[C]. Proc of the Eighth Int Conf on Machine Learning and Cybernetics. Baoding, 2009: 1954-1960.

[10] 廖福成, 徐玉洁. 状态时滞时变离散时间系统的最优预见控制器设计[J]. 北京科技大学学报, 2012, 34(2): 211-216.
(Liao F C, Xu Y J. Design of an optimal preview controller for time-varying discrete-time systems with state time-delay[J]. J of University of Science and Technology Beijing, 2012, 34(2): 211-216.)