文章编号: 1001-0920 (2013) 03-0451-05

区间数判断矩阵满意一致性的判定方法和方案的排序

靳凤侠, 黄天民

(西南交通大学 数学学院，成都 610031)

摘　要: 研究区间数判断矩阵的满意一致性和方案的排序. 首先, 给出区间数判断矩阵满意一致性的一种新的定义; 然后, 利用区间数判断矩阵的 0-1 型中心值排列矩阵是否为标准 0-1 型排列矩阵来判断区间数判断矩阵是否为满意一致性矩阵, 若具有满意一致性, 则可以直接从 0-1 型中心值排列矩阵中得出方案的优劣顺序, 此种方法适用于对存在等价方案的区间数判断矩阵满意一致性的判定; 最后给出两个例子说明了该方法的合理性和可行性.

关键词: 群决策；区间数判断矩阵；满意一致性；排列矩阵

中图分类号: C934　　　　**文献标志码:** A

Determining satisfying consistency of interval comparison matrix and ranking of alternatives

JIN Feng-xia, *HUANG Tian-min*

(School of Mathematics，Southwest Jiaotong University，Chengdu 610031，China．Correspondent：JIN Feng-xia, E-mail：liuxingshame@163.com)

Abstract: The problem of the satisfying consistency of interval comparison matrix and the ranking of alternatives are studied. Firstly, a new definition of the satisfying consistency of the interval comparison matrix is proposed. Then, whether an interval comparison matrix has satisfying consistency is judged according to whether its 0-1 central value permutation matrix is a standard 0-1 permutation matrix. If the interval comparison matrix has satisfying consistency, the ranking of alternatives are obtained directly from the 0-1 central value permutation matrix, and thereby the satisfying consistency of an interval comparison matrix with non-strict pairwise comparison information is judged. Finally, two examples are given to demonstrate the rationality and the feasibility of the proposed method.

Key words: group decision making；interval comparison matrix；satisfying consistency；permutation matrix

0 引　　言

在现代决策中, 为了使决策结果具有民主性和合理性, 往往需要多个决策者参与即群决策, 决策者常常需要对决策方案进行两两比较得出判断矩阵, 最常见的两种数字判断矩阵是互补判断矩阵和互反判断矩阵. 然而在实际的决策问题中, 由于决策问题的不确定性和复杂性以及人类思维判断的模糊性、知识结构和背景的不同, 单一准则下决策者在对方案两两比较时往往不能给出具体的数值. 在这种情况下, 决策者用模糊数或者区间数来描述会更加合理, 但要利用各个决策者给出的区间数判断矩阵获得群体偏好信息, 进而得到各个方案的优劣顺序. 这就要求各个决策者提供的区间数判断矩阵具有较好的一致性, 因此区间数判断矩阵的一致性也是一个很重要的研究课题.

文献 [1] 提出了利用区间数判断矩阵表达决策者对方案比较的判断结果, 之后不同的学者提出了不同的区间数判断矩阵一致性的定义和判定方法[1-11]. 文献 [2] 总结了各种区间数判断矩阵一致性的定义并给出了新的定义; 文献 [3] 提出了一种新的可接受一致性定义. 在判断区间数判断矩阵一致性的研究方法中, 文献 [4] 给出了求区间数判断矩阵排序权值的线性规划模型, 并在 [5] 中对该方法进行了补充; 文献 [6] 给出了双阶段对数目标规划法; 文献 [7-8] 提出了决策允许偏差的概念, 利用允许偏差求区间数判断矩阵的排序权值; 文献 [10] 通过求解优化模型及一致性定义, 提出了区间数互反判断矩阵的一致性逼近方法; 文献 [11] 在几何一致性指标 (GCI) 的基础上, 给出了

收稿日期: 2011-10-16；**修回日期:** 2012-03-16.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (60873108, 61100046)；中央高校科研业务费专项资金项目 (swjtu09ZT37, swjtu11ZT29).

作者简介: 靳凤侠 (1983−), 女, 博士生, 从事优化与决策、决策理论及应用的研究；黄天民 (1958−), 男, 教授, 博士生导师, 从事运筹与优化、智能信息处理与控制等研究.

区间数判断矩阵具有满意一致性的概念, 通过求解数学规划模型可以判定矩阵是否具有满意一致性. 这些方法大部分要建立规划模型, 计算过程较为复杂.

本文在现有文献研究的基础上, 结合决策者给出决策矩阵的目的, 即比较出各个方案的优劣, 给出一种区间数判断矩阵满意一致性的定义. 在此定义的基础上, 本文给出区间数判断矩阵的中心值矩阵和0-1型中心值偏好关系矩阵等定义, 利用其0-1型中心值排列矩阵是否为标准0-1型排列矩阵来判断存在等价方案的区间数判断矩阵是否具有满意一致性.

1 基础知识

定义 1[12] 数字判断矩阵 $\bar{A}=(\bar{a}_{ij})_{n\times n}$, 若对于 $\forall\, i,j,k$ 均有

$$\bar{a}_{ij}=\bar{a}_{ik}\bar{a}_{kj}, \tag{1}$$

则称矩阵 $\bar{A}$ 具有满意一致性.

定义 2[13] 对于模糊判断矩阵 $B=(b_{ij})_{n\times n}$, 若 B 中存在 $m(m\geqslant 2)$ 个不小于1的元素, 使得 $x_{u_1}\succeq\cdots\succeq x_{u_i}\succeq x_{u_j}\cdots\succeq x_{u_2}\succeq x_{u_1}$, 且在这个方案优劣循环链中至少有一个是优于关系“$\succ$”, 则称模糊判断矩阵 B 是不一致的, 否则称矩阵 B 具有满意一致性.

定义 3[14] 设 $a_{ij}=[l_{ij},u_{ij}]$ 是有界闭区间, 如果 $l_{ij},u_{ij}\in R$, 则称 $a_{ij}=[l_{ij},u_{ij}]$ 为区间数. 实数集 R 上的全体区间数记为 I_R, 即

$$I_R=\{[l_{ij},u_{ij}]|l_{ij}\leqslant u_{ij},l_{ij},u_{ij}\in R\}.$$

定义 4[14] 设有两个区间数 $a_1=[l_1,u_1]$, $a_2=[l_2,u_2]$, $l_1>0, l_2>0$, 则有

$$a_1\cdot a_2=[l_1\cdot l_2,u_1\cdot u_2],\ 1/a_1=[1/l_1,1/u_1].$$

定义 5[6] 称 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 为区间数判断矩阵, 若对于任意的 $i,j=1,2,\cdots,n$, 均有

$$a_{ij}=[l_{ij},u_{ij}],\ 且\ 0<l_{ij}\leqslant u_{ij};$$

$$a_{ij}=1/a_{ij}.$$

当对于任意的 $i,j=1,2,\cdots,n$, 都有 $l_{ij}=u_{ij}$ 时, A 为数字判断矩阵.

定义 6[2] 称 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 为完全一致性区间数判断矩阵, 若对于任意的 $i<j<k$, 均有

$$a_{ij}=a_{ik}\cdot a_{kj}.$$

定义 7[2] 称 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 为强一致性区间数判断矩阵, 若对于任意的实数 $\bar{a}_{ij}\in[l_{ij},u_{ij}]$, 数字判断矩阵 $\bar{A}=(\bar{a}_{kl})_{n\times n}(\bar{a}_{kl}\in[l_{kl},u_{kl}])$ 均存在一致性, 其中当 $k=i$, $l=j$ 时, $\bar{a}_{kl}=\bar{a}_{ij}$.

定义 8[2] 称区间数判断矩阵 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 具有一致性, 若存在数字判断矩阵 $\bar{A}=(\bar{a}_{ij})_{n\times n}(\bar{a}_{ij}\in[l_{ij},u_{ij}])$ 具有一致性.

定义 9[15] 称区间数判断矩阵 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 具有满意一致性, 若存在数字判断矩阵 $\bar{A}=(\bar{a}_{ij})_{n\times n}$ $(\bar{a}_{ij}\in[l_{ij},u_{ij}])$ 具有满意一致性.

本文给出一种区间数判断矩阵满意一致性的定义, 并证明该定义与定义9是等价的. 另外需要强调的是, 由区间数判断矩阵的定义可知, 给出的区间数判断矩阵元素满足互反性, 也就是说其元素的取值是在Saaty[12]提出的1-9标度法基础上得到的. 根据1-9标度法的实际表示意义, 本文讨论的区间数取值要么都在1之下要么都在1之上. 这是因为比如用区间数 $[1/2,4]$ 表示方案 i 比方案 j 的相对重要程度, $[1,4]$ 表示方案 i 比方案 j 重要, 而 $[1/2,1]$ 又表示方案 j 比方案 i 重要, 可以得出自相矛盾的结果, 所以要求区间数的取值要么都在1之下要么都在1之上.

定义 10[14] 设 $a_{ij}=[l_{ij},u_{ij}]$ 是区间数, 称 $m(a_{ij})=\dfrac{1}{2}(l_{ij}+u_{ij})$ 为 $a_{ij}=[l_{ij},u_{ij}]$ 的中心.

定义 11 对于区间数判断矩阵 $A=(a_{ij})_{n\times n}$, 若对于 $\forall\, i,j,k$, 其中 $i\neq j\neq k$, 满足:

1) 当 $m(a_{ik})>1$, $m(a_{kj})\geqslant 1$ 或 $m(a_{ik})\geqslant 1$, $m(a_{kj})>1$ 时, $m(a_{ij})>1$;

2) 当 $m(a_{ik})=1$, $m(a_{kj})=1$ 时, $m(a_{ij})=1$.

则称 A 具有满意一致性.

下面证明定义11与定义9是等价的.

证明 若区间数判断矩阵具有满意一致性, 则存在数字判断矩阵 $\bar{A}=(\bar{a}_{ij})_{n\times n}(\bar{a}_{ij}\in[l_{ij},u_{ij}])$ 具有满意一致性; 若 $m(a_{ik})>1$, 则 $\bar{a}_{ik}>1$, 这说明方案 i 比方案 k 重要, 同理 $m(a_{ik})\geqslant 1$ 可以推出方案 k 不差于方案 j, 存在数字判断矩阵 $\bar{A}=(\bar{a}_{ij})_{n\times n}$ 具有满意一致性, 即 $x_{u_1}\succeq x_{u_2}\succeq\cdots\succeq x_{u_i}\succeq x_{u_j}\cdots\succeq x_{u_n}$ 成立, 从优劣链中可以得出方案 i 优于方案 j, 即 $\bar{a}_{ij}>1$. 这样便证明了当 $m(a_{ik})>1$, $m(a_{kj})\geqslant 1$ 时 $m(a_{ij})>1$ 成立.

当 $m(a_{ik})\geqslant 1$, $m(a_{kj})>1$ 时 $m(a_{ij})>1$ 成立和当 $m(a_{ik})=1$, $m(a_{kj})=1$ 时 $m(a_{ij})=1$成立可类似证明, 在此不再重述.

定义11的条件是, 对于 $\forall\, i,k,j$, 其中 $i\neq k\neq j$ 满足当 $m(a_{ik})>1$, $m(a_{kj})\geqslant 1$ 时 $m(a_{ij})>1$. 当这些条件满足时, 在比较方案时可以得出方案的优劣顺序, 且不会出现循环现象; 所以利用不等式关系, 选择合适的方案比较结果构造出一个具有满意一致性的数字判断矩阵, 这样当区间数判断矩阵满足定义11的条件时, 一定存在数字判断矩阵 $\bar{A}=(\bar{a}_{ij})_{n\times n}(\bar{a}_{ij}\in[l_{ij},u_{ij}])$ 具有满意一致性. 当满足 $m(a_{ik})=1$, $m(a_{kj})=1$ 时 $m(a_{ij})=1$, 表示存在等价方案.

当 $m(a_{ik})\geqslant 1$, $m(a_{kj})>1$ 时 $m(a_{ij})>1$ 的情况

类似, 不再重复叙述. □

2　区间数判断矩阵满意一致性的判定方法及方案的排序

2.1　区间数判断矩阵满意一致性的判定

定义 12　称 $M = (m(a_{ij}))_{n\times n}$ 为区间数判断矩阵 $A = (a_{ij})_{n\times n}(a_{ij} = [l_{ij}, u_{ij}])$ 的中心值矩阵, 其中

$$m(a_{ij}) = \frac{1}{2}(l_{ij} + u_{ij}). \tag{2}$$

定义 13　称 $W = (w_{ij})_{n\times n}$ 为区间数判断矩阵 $A = (a_{ij})_{n\times n}(a_{ij} = [l_{ij}, u_{ij}])$ 的中心值偏好关系矩阵, 其中

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & m(a_{ij}) \geqslant 1; \\ 0, & m(a_{ij}) < 1. \end{cases} \tag{3}$$

定义 14　在中心值偏好关系矩阵 $W = (w_{ij})_{n\times n}$ 中, 称 $w' = \sum\limits_{j=1}^{n}(m(a_{ij}))$ 为中心值偏好关系矩阵的第 i 行的行偏好值, 称 $w'' = \sum\limits_{i=1}^{n}(m(a_{ij}))$ 为中心值偏好关系矩阵的第 j 列的列偏好值.

定义 15　设 $W = (w_{ij})_{n\times n}$ 为区间数判断矩阵 $A = (a_{ij})_{n\times n}$ 的中心值偏好关系矩阵, 将 $W = (w_{ij})_{n\times n}$ 中的元素按照行中 1 的多少排列, 为了保证原来的比较关系不变, 列也作相应的调整; 这样得到一个新的矩阵, 记作 $R = (r_{ij})_{n\times n}$, 称 $R = (r_{ij})_{n\times n}$ 为区间数判断矩阵 $A = (a_{ij})_{n\times n}$ 的 0-1 型中心值排列矩阵, 例如

$$W = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{array} \\ \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array},$$

则

$$R = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} x_2 & x_4 & x_1 & x_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} x_2 \\ x_4 \\ x_1 \\ x_3 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}.$$

定义 16　称矩阵 $Q = (q_{ij})_{n\times n}$ 为标准 0-1 型排列矩阵, 若每行的元素 q_{ij} 满足: i 行中 1 的个数大于等于 $i+1$ 行中 1 的个数, 且 $q_{ij}, q_{ij+1}, \cdots, q_{in} = 1$, $q_{ij-1}, q_{ij-2}, \cdots, q_{i1} = 0$. 例如

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

都是标准 0-1 型排列矩阵.

定理 1　区间数判断矩阵 $A = (a_{ij})_{n\times n}$ 具有满意一致性的充要条件为, 其 0-1 型中心值排列矩阵 $R = (r_{ij})_{n\times n}$ 是标准 0-1 型排列矩阵.

在证明此定理之前先说明一点, 由定义 11 可知, 由不等式的限制可以得出各个方案的优劣顺序具有传递性且不会出现循环现象; 用 $X = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$ 表示方案集, 循环现象是指出现 $x_1 \succ x_2 \succ x_3 \succ x_1$ 的情况. 本文利用这种思想来证明定理 1 成立.

证明　首先证明 A 具有满意一致性的必要条件. 由上面的分析可设各个方案的优劣关系为 $x_{(1)}, x_{(2)}, \cdots, x_{(n)}$, ($x_1, x_2, \cdots, x_n$ 按优劣关系排列后的顺序), 由定义 15 可知, A 的 0-1 型中心值排列矩阵 R 满足 i 行中 1 的个数大于等于 $i+1$ 行中 1 的个数. 设 $x_{(i)}$ 为其中的一个方案, 由优劣关系可设 $x_{(j)}, x_{(j+1)}, \cdots, x_{(n)}$(可能存在等价方案, 所以 $x_{(j)}$ 不一定就是 $x_{(i+1)}$ 方案) 为不优于 $x_{(i)}$ 的方案, 则有

$$m_{(i)(j)}, m_{(i)(j+1)}, \cdots, m_{(i)(n)} \geqslant 1,$$
$$m_{(i)(j-1)}, m_{(i)(j-2)}, \cdots, m_{(i)(1)} < 1.$$

由式 (3) 可得

$$w_{(i)(j)}, w_{(i)(j+1)}, \cdots, w_{(i)(n)} = 1,$$
$$w_{(i)(j-1)}, w_{(i)(j-2)}, \cdots, w_{(i)(1)} = 0.$$

对应的在 0-1 型中心值排列矩阵 R 中有

$$r_{ij}, r_{ij+1}, \cdots, r_{in} = 1,\ r_{ij-1}, r_{ij-2}, \cdots, r_{i1} = 0.$$

综上可知, 当区间数判断矩阵 A 具有满意一致性时, 其 0-1 型中心值排列矩阵 R 是标准 0-1 型排列矩阵.

下面证明 A 具有满意一致性的充分条件. 设 R 为区间数判断矩阵 A 的 0-1 型中心值排列矩阵, 且满足

$$r_{ij}, r_{ij+1}, \cdots, r_{in} = 1,\ r_{ij-1}, r_{ij-2}, \cdots, r_{i1} = 0.$$

设第 i 行对应的方案为 $x_{(i)}$, 其他行以此类推, 由式 (3) 可知 $x_{(i)}$ 不劣于 $x_{(j)}, x_{(j+1)}, \cdots, x_{(n)}$ 方案, 比 $x_{(j-1)}, x_{(j-2)}, \cdots, x_{(1)}$ 方案劣, 具有一般性且 i 行中 1 的个数大于等于 $i+1$ 行中 1 的个数, 可以得出各个方案的优劣关系, 同时具有传递性且不会出现循环现象, 因此 A 具有满意一致性. □

由上面的证明可以得出, 当 A 具有严格偏好关系时, 0-1 型中心值排列矩阵为上三角矩阵, 这样可以得到一种判断区间数判断矩阵是否具有满意一致性的方法, 具体步骤如下:

Step 1: 根据区间数判断矩阵写出相应的中心值矩阵;

Step 2: 根据中心值矩阵写出中心值偏好关系矩

阵;

Step 3: 根据中心值偏好关系矩阵写出 0-1 型中心值排列矩阵;

Step 4: 判断 0-1 型中心值排列矩阵是否是标准 0-1 型排列矩阵;

Step 5: 如果是上三角矩阵, 则 A 具有严格偏好关系, 否则进行下一步;

Step 6: 如果是标准 0-1 型排列矩阵, A 具有满意一致性, 否则不具有;

Step 7: 判断结束.

2.2 方案的排序

根据上面的判断方法可以判断一个区间数判断矩阵是否具有满意一致性, 同时也可得到一种方案的排序方法, 具体步骤如下:

Step 1: 判断决策者给出的区间数判断矩阵是否具有满意一致性;

Step 2: 如果不具有满意一致性, 则返回给决策者进行调整或进行修正, 直到具有满意一致性为止;

Step 3: 如果具有满意一致性, 则写出区间数判断矩阵的 0-1 型中心值排列矩阵, 即是标准 0-1 型排列矩阵;

Step 4: 根据标准 0-1 型排列矩阵判断方案的优劣;

Step 5: 得出方案的优劣顺序.

3 举例分析

例 1 假设给出 4 个方案的区间数判断矩阵, 为了表示方便, 用 $X=\{x_1,x_2,x_3,x_4\}$ 表示这 4 个方案, 那么

$$A=\begin{array}{c} \\ x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4\end{array}\\ \begin{pmatrix} 1 & [2,5] & [2,4] & [1,3]\\ [1/5,1/2] & 1 & [1,3] & [1,2]\\ [1/4,1/2] & [1/3,1] & 1 & [1/2,1]\\ [1/3,1] & [1/2,1] & [1,2] & 1\end{pmatrix}\end{array}.$$

判断区间数判断矩阵 A 的满意一致性, 若具有满意一致性, 则给出方案的优劣顺序.

由式 (2) 给出区间数判断矩阵 A 的中心值矩阵为

$$M=\begin{array}{c} \\ x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4\end{array}\\ \begin{pmatrix} 1 & 3.5 & 3 & 2\\ 7/10 & 1 & 2 & 1.5\\ 3/8 & 2/3 & 1 & 3/4\\ 2/3 & 3/4 & 1.5 & 1\end{pmatrix}\end{array};$$

由定义 13 得出区间数判断矩阵 A 的中心值偏好关系矩阵为

$$W=\begin{array}{c} \\ x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4\end{array}\\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 1\end{pmatrix}\end{array},$$

由定义 15 得出区间数判断矩阵 A 的 0-1 型中心值排列矩阵为

$$R=\begin{array}{c} \\ x_1\\ x_2\\ x_4\\ x_3\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_4 & x_3\end{array}\\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\end{array}.$$

根据标准 0-1 型排列矩阵的定义判断, 得出矩阵 R 是标准 0-1 型排列矩阵, 因此 A 具有满意一致性, 并得出方案的排列顺序为 $x_1\succ x_2\succ x_4\succ x_3$, 与文献 [2] 中得出的结果一致, 但其计算过程比文献 [2] 简单.

例 2 给出 4 个方案的判断矩阵, 仍用 $X=\{x_1, x_2,x_3,x_4\}$ 表示这 4 个决策方案, 那么

$$A=\begin{array}{c} \\ x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4\end{array}\\ \begin{pmatrix} 1 & [2,4] & [3,5] & [3,5]\\ [1/4,1/2] & 1 & [1/2,1] & [2,5]\\ [1/5,1/3] & [1,2] & 1 & [1/3,1]\\ [1/5,1/3] & [1/5,1/2] & [1,3] & 1\end{pmatrix}\end{array}.$$

判断区间数判断矩阵 A 的满意一致性, 若具有满意一致性, 则给出方案的优劣顺序.

由式 (2) 可得中心值矩阵为

$$M=\begin{array}{c} \\ x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4\end{array}\\ \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 4\\ 3/8 & 1 & 3/4 & 3.5\\ 4/15 & 1.5 & 1 & 2/3\\ 4/15 & 7/20 & 2 & 1\end{pmatrix}\end{array};$$

由定义 13 得出 A 的中心值偏好关系矩阵为

$$W=\begin{array}{c} \\ x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4\end{array}\\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 1\end{pmatrix}\end{array}.$$

由关系矩阵 W 可以看出, 不管怎么排列, W 都不会是标准 0-1 型排列矩阵, 由此可以判断 A 不具有满意一致性, 因此无法给出方案的优劣顺序, 需返回给决策者进行调整或进行修正, 直到得出满意一致性区间数判断矩阵为止, 这里不再讨论.

4 结 论

本文提出了用区间数判断矩阵的 0-1 型中心值

排列矩阵是否是标准 0-1 型排列矩阵来判断区间数判断矩阵是否具有满意一致性的方法. 该方法避免了建立规划模型, 只需要将区间数判断矩阵进行转换就可以得出结果; 并且在有满意一致性的情况下, 还可以直接得出方案的优劣顺序, 过程简单容易实现. 然而该方法也有一定的缺陷, 只是得出区间数判断矩阵是否具有满意一致性, 对于强一致性、完全一致性没有给出判断结果; 另外, 对于不具有一致性的区间数判断矩阵怎样修正, 进而得到满意一致性的区间数判断矩阵, 还需进一步研究.

参考文献(References)

[1] Saaty T L, Vargas L G. Uncertainty and rank order in the analytic hierarchy process[J]. European J of Operational Research, 1987, 32(1): 107-117.

[2] 冯向前, 魏翠萍, 胡钢, 等. 区间数判断矩阵的一致性研究[J]. 控制与决策, 2008, 23(2): 182-186.
(Feng X Q, Wei C P, HU G, et al. Consistency of interval judgment matrix[J]. Control and Decision, 2008, 23(2): 182-186.)

[3] 徐迎军, 张玉忠, 魏翠萍. 区间互补判断矩阵可接受一致性[J]. 控制与决策, 2011, 26(3): 327-320.
(Xu Y J, Zhang Y Z, Wei C P. Acceptable consistency analysis of interval complement comparison matrices[J]. Control and Decision, 2011, 26(3): 327-320.)

[4] Arbel A. Approximate articulation of preference and priority derivation[J]. European J of Operational Research, 1989, 43(3): 317-326.

[5] Arbel A, Vargas L G. Preference simulation and preference programming: Robustness issues in priority derivation[J]. European J of Operational Research, 1993, 69(2): 200-209.

[6] Wang Y M, Yang J B, Xu D L. A two-stage logarithmic goal programming method for generating weights from interval comparison matrices[J]. Fuzzy Set and Systems, 2005, 152(3): 475-498.

[7] Leung L C, Cao D. On consistency and ranking of alternatives in fuzzy AHP[J]. European J of Operational Research, 2000, 124(1): 102-113.

[8] 朱建军, 刘士新, 王梦光. 一种新的求解区间判断矩阵权重的方法[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(4): 29-34.
(Zhu J J, Liu S X, Wang M G. Novel weight approach for interval numbers comparison matrix in the analytic hierarchy process[J]. Systems Engineering — Theory Practice, 2005, 25(4): 29-34.)

[9] 乐琦, 樊治平. 区间数互反判断矩阵的一致性分析及排序方法[J]. 系统工程学报, 2010, 25(4): 461-468.
(Yue Q, Fan Z P. Consistency analysis and ranking method for interval reciprocal judgment matrices[J]. J of Systems Engineering, 2010, 25(4): 461-468.)

[10] 覃菊莹. 区间数判断矩阵的一致性及权重计算[J]. 数学的实践与认识, 2010, 40(8): 165-172.
(Tan J Y. Consistency of the IAHP and the calculation of the Wight-vector[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2010, 40(8): 165-172.)

[11] 魏翠萍, 张玉忠, 冯向前. 区间数判断矩阵的一致性检验及排序方法[J]. 系统工程理论与实践, 2007, 27(10): 132-139.
(Wei C P, Zhang Y Z, Feng X Q. Deriving weights from interval comparison matrix based on consistency test[J]. Systems Engineering — Theory Practice, 2007, 27(10): 132-139.)

[12] Saaty T L. The analytic hierarchy process[M]. New York: McGraw-Hill, 1980: 47-85.

[13] 肖四汉, 樊治平, 王梦光. Fuzzy 判断矩阵的一致性研究[J] . 系统工程学报, 2001, 16(2): 142-145.
(Xiao S H, Fan Z P. Wang M G. Study on consistency of fuzzy judgment matrix[J]. J of Systems Engineering, 2001, 16(2): 142-145.)

[14] 胡宝清. 模糊理论基础[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2004: 88-94.
(Hu B Q. Fuzzy theory[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2004: 88-94.)

[15] 王西静. 区间数判断矩阵的满意一致性及排序方法[J]. 成都大学学报: 自然科学版, 2010, 29(4): 304-307.
(Wang X J. Satisfactory consistency of interval number comparisonmatrix and order sorting method[J]. J of Chengdu University: Natural Science Edition, 2010, 29(4): 304-307.)