

界面剪切力作用下波状液膜流的水动力稳定性¹⁾

叶学民²⁾ 李春曦 王松岭

(华北电力大学能源与动力工程学院, 保定 071003)

摘要 液膜流的水动力稳定性作为保障其高效传热传质性能的重要因素之一, 受多种因素的制约和影响. 当气液界面处存在因气流流动而产生剪切力作用时, 剪切力将通过改变界面处的边界条件, 从而影响液膜流动的稳定性. 基于边界层理论, 采用积分法建立了剪切力作用下液膜表面波演化方程, 分析了界面剪切力对水动力稳定性的影响. 研究表明, 正向剪切力为不稳定性因素, 反向剪切力在较小雷诺数时为不稳定因素, 在大雷诺数时为稳定性因素; 正向剪切力使临界波数和临界波速增大, 反向剪切力使其减小; 剪切力对临界波速的影响在不同雷诺数下也有所不同.

关键词 波动液膜, 界面剪切力, 表面波, 稳定性, 边界层理论

中图分类号: O352 文献标识码: A 文章编号: 0459-1879(2009)03-0307-06

引 言

液体薄膜流和气液界面气体的联合流动是两相流中的一种基本流型, 在化工和能源领域有着广泛的应用. 当气液界面伴有同向或反向气体流动时, 气液界面处将存在剪切作用, 波动表面处的力平衡条件将重新配置, 从而对液膜流的水动力稳定性产生一定的影响.

液膜稳定性的研究始于 Benjamin^[1] 和 Yih^[2] 对等温无界面剪切力作用下的自由降膜稳定性的分析, Yih^[2] 基于长波理论分析了表面张力的稳定性作用, 并提出了临界雷诺数的概念. 之后, 基于边界层理论, 针对等温自由降膜建立了多种不同的模型, 分析了不同因素的影响规律^[3~10], 其中 Yu^[6] 在高雷诺数下提出了优于边界层模型的二阶边界层模型基础上的表面波演化方程, Abderrahmane^[7] 建立了薄液膜流动的二维精细模型; Li^[8] 分析了微重力条件下液膜的稳定性, Liu^[9] 讨论了固体表面形状对液膜动力学特性的影响, Huang^[10] 则研究了软弹性液膜的非稳定性特性. 叶学民等^[11~14] 对界面处存在热非平衡状态下的蒸发或冷凝薄液膜中的行波或驻波的时空稳定性特征进行了分析.

当气液界面存在气流作用时, 界面处的剪切力必然通过边界条件渗透到液膜的流动特性中, 从而影

响其表面波的演化行为^[15,16]. Miesen 和 Boersma^[17] 基于 O-S 方程研究了同向气流剪切作用下的薄液膜的稳定性. Trifinov^[18] 考虑薄膜表面处存在相变和剪切力时, 利用 O-S 方程研究了薄膜流动表面波的形成过程. Aktershev 和 Alekseenko^[19] 采用积分法分析了冷凝对流动的稳定性效应. O-S 方程的求解是利用摄动法求解微分方程得到长波下的波速表达式, 求解时仅保留了含有波数零次幂和一次幂的项, 其结果仅适用于长波和小雷诺数时的情形; 而积分法通过保留方程中弱非线性项的影响, 其结果不仅适用长波和小雷诺数, 而且适用于短波或大雷诺数下的稳定性分析.

目前, 自由液膜流动的演化特征仍是关注焦点, 而对剪切力作用下的液膜流研究多集中在液膜表面波的生成和破断方面, 直接分析剪切力对水动力稳定性影响的研究仍相对较少. 本文以边界层理论为基础, 采用积分法, 建立液膜表面存在剪切力作用的表面波扰动演化方程, 进而分析不同条件下界面剪切力对液膜稳定性的影响规律.

1 数理模型

黏性液体受重力驱动, 沿倾斜为 θ 的壁面形成波状下降液膜, 流体表面附近是运动的气体, 如图 1 所示. 液膜厚度与流动方向尺度相比非常小 ($\varepsilon =$

2007-12-03 收到第 1 稿, 2008-10-15 收到修改稿.

1) 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目 (20040079004).

2) E-mail: yexuemin@163.com

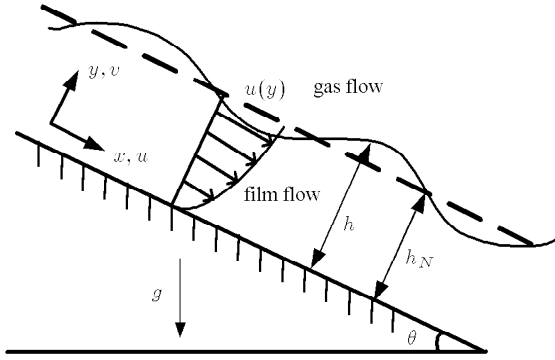


图 1 流动示意图

Fig.1 Schematic diagram of a film flow

$h_N/\lambda \ll 1$, h_N 为努谢尔液膜厚度, λ 为波长), 适用于边界层理论.

对于黏性不可压缩牛顿液体, 波动液膜流的控制方程组为 N-S 方程和连续性方程

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

式中, $\mathbf{u} = (u, v)$, $\mathbf{g} = (g \sin \theta, -g \cos \theta)$. 边界条件如下

$$y = 0, u = v = 0 \quad (3)$$

$$y = h, v = \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} \quad (4)$$

$$y = h, \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \cos 2\phi + \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \sin 2\phi = \frac{\tau_s}{\mu} \quad (5)$$

$$y = h, p - p_s + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \sin 2\phi - 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \sin^2 \phi - 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \cos^2 \phi + \sigma \frac{h_{xx}}{(1 + h_x^2)^{3/2}} = 0 \quad (6)$$

式中, $\tan \phi = h_x$. u, v 为 x, y 方向的速度; t, g, p, p_s 为时间、重力加速度、液膜和气体相对于环境的过余压力; ρ, ν, μ, σ 为液体的密度、运动黏度、动力黏度和表面张力.

边界条件 (5) 和 (6) 分别为气液界面处的切向和法向上的力平衡方程, 剪切力 τ_s 的影响在式 (5) 中体现. 当界面处存在气流作用时, 界面处的剪切力通过改变气液界面处的力平衡条件, 从而对液膜流的水动力学特性和稳定性产生影响.

以边界层理论为基础, 对控制方程组和边界条件进行数量级简化^[12~14], 可得波动液膜的边界层模型

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \sin \theta + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (7)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = -g \cos \theta \quad (8)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

$$y = 0, u = v = 0 \quad (10)$$

$$y = h, v = \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} \quad (11)$$

$$y = h, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\tau_s}{\mu} \quad (12)$$

$$y = h, p - p_s = -\sigma h_{xx} \quad (13)$$

式 (7)~(13) 即为界面剪切力作用下波状液膜流动的控制方程组.

2 表面波演化特征方程

结合边界条件 (10)~(13), 对控制方程组 (7)~(9) 积分, 可得其积分模型

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^h u dy + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u^2 dy = \frac{\tau_s - \tau_w}{\rho} - \frac{h}{\rho} \frac{\partial p_s}{\partial x} - gh \frac{\partial h}{\partial x} \cos \theta + gh \sin \theta + \frac{\sigma h}{\rho} \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} \quad (14)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u dy = 0 \quad (15)$$

为简化式 (14), 引入下列参数^[16]

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \int_0^1 f d\eta = u_a/U = q/hU \\ \gamma &= \int_0^1 f^2 d\eta \\ \chi &= \frac{1}{hu_a^2} \int_0^h u^2 dy = \frac{\gamma}{\delta^2} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

采用式 (17) 对式 (14) 和 (15) 进行无量纲化

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{x^*}{h_0}, y = \frac{y^*}{h_0}, t = \frac{t^*}{h_0/u_{a0}} \\ h &= \frac{h^*}{h_0}, u = \frac{u^*}{u_{a0}} \\ p &= \frac{p^*}{\rho u_{a0}^2}, \tau = \frac{\tau^*}{\rho u_{a0}^2}, q = \frac{q^*}{q_0} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中: 下标 0 为平均流的参数; $u_{a0} = q_0/h_0$, 表示液膜流的平均流速.

由液膜内的瞬时速度分布^[19] 可得壁面剪切力 τ_w 与雷诺数 Re 和界面剪切力 τ_s 间的关系

$$\tau_w = \frac{3q}{h^2 Re} - \frac{\tau_s}{2} \quad (18)$$

利用式 (17), 结合式 (16) 和 (18), 可得无量纲化积分方程组

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{2\chi}{h}q \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{q^2}{h^2}\chi \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{q^2}{h} \frac{\partial \chi}{\partial x} = \\ \frac{3\tau_s}{2} - \frac{3q}{h^2 Re} - h \frac{\partial p_s}{\partial x} - Fr \frac{\partial h}{\partial x} h + \\ Fr h \tan \theta + We h \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (20)$$

式中: $Re = \frac{q_0}{\nu}$ 为雷诺数; $Fr = \frac{gh_0 \cos \theta}{u_{a0}^2}$ 为弗劳德数; $We = \frac{\sigma}{\rho h_0 u_{a0}^2}$ 为韦伯数.

对于非线性波, 假定

$$h = 1 + h', \quad q = 1 + q', \quad \chi = \chi_0 + \chi' \quad (21)$$

式中: 扰动量 $h' \ll 1, q' \ll 1, \chi' \ll \chi_0$.

气液界面处的切向力和法向力可表示为^[16]

$$\tau_s = \tau_{s0} + \tau'_s = \tau_{s0} + \hat{\tau}_{sr} h' + \hat{\tau}_{si} \frac{\partial h'}{\partial x} \quad (22)$$

$$p_s = p_{s0} + p'_s = p_{s0} + \hat{p}_{sr} h' + \hat{p}_{si} \frac{\partial h'}{\partial x} \quad (23)$$

式中: $\hat{\tau}_{sr}, \hat{\tau}_{si}, \hat{p}_{sr}, \hat{p}_{si}$ 分别为气液界面上剪切力扰动和压力扰动的幅值, 计算方法参见文献 [15]. 界面处的气体流动对液膜稳定性的一个主要影响是由于应力沿着扰动表面不断变化造成的, 采用式 (22) 和 (23) 可简化方程的推导.

将式 (21)~(23) 代入式 (19) 和 (20) 中, 消去零阶解, 保留一阶和二阶扰动项, 可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial q'}{\partial t} + 2\chi_0 \frac{\partial q'}{\partial x} + \frac{\partial \chi'}{\partial x} - \left(\chi_0 + \frac{3\hat{\tau}_{si}}{2} - \hat{p}_{sr} - Fr \right) \frac{\partial h'}{\partial x} - \\ \left(\frac{3}{2}\hat{\tau}_{sr} + \frac{9}{Re} - \frac{3}{2}\tau_{s0} \right) h' + \frac{3q'}{Re} + \hat{p}_{si} \frac{\partial^2 h'}{\partial x^2} - We \frac{\partial^3 h'}{\partial x^3} = \\ -2h' \frac{\partial q'}{\partial t} - 2\chi' \frac{\partial q'}{\partial x} - 2\chi_0 q' \frac{\partial q'}{\partial x} - 2\chi_0 h' \frac{\partial q'}{\partial x} - \\ 2q' \frac{\partial \chi'}{\partial x} - h' \frac{\partial \chi'}{\partial x} + \chi' \frac{\partial h'}{\partial x} + 2\chi_0 q' \frac{\partial h'}{\partial x} + \\ 3 \left(\hat{\tau}_{sr} + \frac{3}{Re} - \tau_{s0} \right) h'^2 + 3(\hat{\tau}_{si} - \hat{p}_{sr} - Fr) h' \frac{\partial h'}{\partial x} - \\ 3\hat{p}_{si} h' \frac{\partial^2 h'}{\partial x^2} + 3We h' \frac{\partial^3 h'}{\partial x^3} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\frac{\partial h'}{\partial t} + \frac{\partial q'}{\partial x} = 0 \quad (25)$$

将式 (24) 对 x 求导, 结合式 (25) 以及坐标变换 $\xi = x - ct$, 消去 q' 及其微分项, 保留二阶扰动项, 可得扰动表面波的演化方程

$$\begin{aligned} \frac{3}{Re} \left(\frac{\partial}{\partial t} + c_0 \frac{\partial}{\partial x} \right) h' + \left(\frac{\partial}{\partial t} + c_1 \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + c_2 \frac{\partial}{\partial x} \right) h' - \\ n_0 \frac{\partial^3 h'}{\partial x^3} + We \frac{\partial^4 h'}{\partial x^4} = \left[0.4 + \frac{Re\tau_{s0}}{60} (Re\tau_{s0} + 6) \right] \cdot \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(h' \frac{\partial h'}{\partial t} \right) - 6 \left(\hat{\tau}_{sr} + \frac{3}{Re} - \tau_{s0} \right) h' \frac{\partial h'}{\partial x} - \\ 3(\hat{\tau}_{sr} - \hat{p}_{sr} - Fr) \frac{\partial}{\partial x} \left(h' \frac{\partial h'}{\partial x} \right) + \\ 3\hat{p}_{si} \frac{\partial}{\partial x} \left(h' \frac{\partial^2 h'}{\partial x^2} \right) - 3We \frac{\partial}{\partial x} \left(h' \frac{\partial^3 h'}{\partial x^3} \right) \end{aligned} \quad (26)$$

式中

$$n_0 = -\hat{p}_{si} - \frac{Re\hat{\tau}_{si}}{60} (Re\tau_{s0} + 3)$$

$$c_0 = 3 + \frac{Re \cdot \hat{\tau}_{sr}}{2} - \frac{Re \cdot \tau_{s0}}{2}$$

$$c_{1,2} = [1.2 + Re \cdot \tau_{s0} (Re \cdot \tau_{s0} + 6)/120] \pm$$

$$\left\{ [1.2 + Re \cdot \tau_{s0} (Re \cdot \tau_{s0} + 6)/120]^2 - \right.$$

$$1.2 - Re \cdot \tau_{s0} (Re \cdot \tau_{s0} + 6)/120 -$$

$$\left. \frac{3\hat{\tau}_{si}}{2} + \hat{p}_{sr} + Fr \right\}^{1/2}$$

方程 (26) 即为界面有气流掠过、沿倾斜壁面下降的液膜表面波的演化方程. 模型表明, 影响液膜稳定性的因素有 Re, We 和 τ_{s0} , 其中 τ_{s0} 代表剪切力的影响, Re 代表惯性力和黏性力的影响, We 代表表面张力的影响.

方程 (26) 中的第 1 项代表的是行波 c_0 , 其波速也与界面剪切力有关, 若不考虑界面剪切力作用, 则与文献 [3,4] 所得结论完全一致, 即 c_0 等于 Nusselt 平滑层流降膜表面波速的 3 倍. 第 2 项代表由惯性项引起的两种惯性波, 波速分别为 c_1 和 c_2 . 本文得出的波速在不考虑表面剪切力情况下, 与文献 [3] 所得结论一致, 与文献 [4] 给出的惯性波波速略有不同, 其原因是假设的速度分布形式有所不同.

3 水动力稳定性特征

稳定性分析是通过假设在初始时刻, 对距离起始点的空间某一位置加一谐波扰动, 分析该扰动的变化规律. 为此, 假设液膜厚度的扰动

$$h' = A \exp[i\alpha(x - Ct)] \quad (27)$$

式中: A 为幅度; 波速 C 为复数, $C = C_r + iC_i$. 将式 (27) 代入式 (26), 可得

$$C^2 + C \left(-c_1 - c_2 + i \frac{3}{\alpha Re} \right) + c_1 c_2 - \alpha^2 We - i \left(\frac{3}{\alpha Re} c_0 - \alpha n_0 \right) = 0 \quad (28)$$

式 (23) 存在两个解, $C_{1,2} = C_r \pm iC_i$. C_r 表示波的行进速度, C_i 用于确定液膜表面波的稳定性. 当 $C_i > 0$ 时, 扰动增加, 流动趋于不稳定; $C_i < 0$ 时, 扰动衰减, 流动趋于稳定; $C_i = 0$ 时, 扰动稳定不变, 流动为中性稳定状态.

将波速表达式 $C = C_r + iC_i$ 代入式 (28) 中, 可得液膜流动的稳定性特征方程

$$C_r = \frac{(c_1 + c_2) \frac{Re}{3} \beta + c_0 - \frac{n_0 Re}{3} \alpha^2}{1 + \frac{2Re}{3} \beta} \quad (29)$$

$$\beta^2 + \frac{3}{Re} \beta - \alpha^2 \left[\left(\frac{(c_1 + c_2) \frac{Re}{3} \beta + c_0 - \frac{n_0 Re}{3} \alpha^2}{1 + \frac{2Re}{3} \beta} \right)^2 + \right.$$

$$\left. c_1 c_2 - (c_1 + c_2) \frac{(c_1 + c_2) \frac{Re}{3} \beta + c_0 - \frac{n_0 Re}{3} \alpha^2}{1 + \frac{2Re}{3} \beta} \right] +$$

$$We \alpha^4 = 0 \quad (30)$$

式中: $\beta = \alpha C_i$, 为扰动增长率.

当 $\beta = 0$ 时, 即扰动增长率为零时, 可得中性稳定性特征方程

$$C_{rn} = c_0 - \frac{n_0 Re}{3} \alpha_n^2 \quad (31)$$

$$\left(c_0 - \frac{n_0 Re}{3} \alpha_n^2 \right)^2 - (c_1 + c_2) \left(c_0 - \frac{n_0 Re}{3} \alpha_n^2 \right) + c_1 c_2 - We \alpha_n^2 = 0 \quad (32)$$

由式 (31) 和 (32) 可知, 当 $\theta = 90^\circ$, $\tau_{s0} = 0$ 时, 可得无剪切力作用的垂直自由降膜的临界波速和临界波数

$$C_{rn} = 3, \quad \alpha_n = \left(\frac{3}{We} \right)^{1/2} \quad (33)$$

式 (33) 与 Trifonov 和 Tselodub^[5] 的研究结果一致.

图 2 和图 3 为不同雷诺数下的扰动增长率曲线. $T = 3\tau_{s0}/2\rho gh_0$, 表示无量纲剪切力, 其正、负值分别代表正向和反向剪切力. 由图可知, 随波数 α 增大, 扰动增长率 β 呈单驼峰曲线变化. 与自由液膜 ($T = 0$) 相比, 正向剪切力 ($T > 0$) 促使 β 增大, 使得液膜流动趋于不稳定, 而且剪切力越大, 不稳定性越强; 反向剪切力 ($T < 0$) 则起相反的作用, 促

使液膜流趋于稳定. 正向剪切力越大, 扰动增长率曲线的峰值 β_{max} 右移, 其对应的波数也逐渐增大.

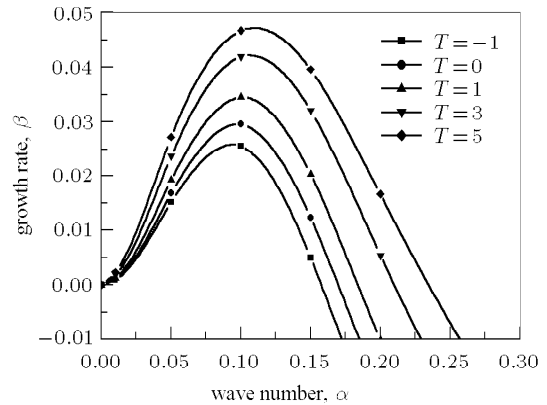


图 2 扰动增长率随波数的变化 ($Re = 10, \theta = 90^\circ$)

Fig.2 Effect of wave number on growth rate ($Re = 10, \theta = 90^\circ$)

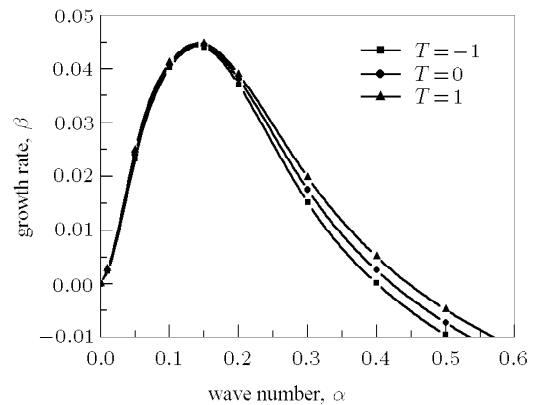


图 3 扰动增长率随波数的变化 ($Re = 30, \theta = 90^\circ$)

Fig.3 Effect of wave number on growth rate ($Re = 30, \theta = 90^\circ$)

另外, 图 2 和图 3 表明扰动增长率 β 随 α 的变化关系在不同 Re 下, 剪切力的影响有所不同. 在小 Re 下, 其影响在整个波数范围内较为显著; 随 Re 增大, 其影响范围仅体现在较大波数下, β 在小波数下几乎不受剪切力影响 (图 3). 这是因为在小 Re 下, 对于小波数 (长波), 剪切力的影响占优, 此时 β 变化明显, 随 Re 增加, 剪切力的影响逐渐削弱, 尤其对长波. $\beta = 0$ 时的波数称为临界波数 α_n . 图 2 和图 3 表明正向剪切力使临界波数 α_n 变大, 反向剪切力使 α_n 变小.

图 4 为剪切力作用下的中性稳定性曲线. 该图表明: 临界波数 α_n 随雷诺数 Re 增加而单调递增. 与自由液膜相比, 正向剪切力使中性稳定性曲线上

移, 稳定区域变小, 即扰动增长, 稳定性减弱; 反向剪切力在小 Re 时使中性稳定性曲线上移, 稳定区域变小, 稳定性减弱; 随 Re 增大, 中性稳定性曲线下移, 稳定区域变大, 即扰动减弱, 稳定性增强. 其原因为正向剪切力作用时, 液膜与气流共同向下运动, 正向剪切力助长了扰动的增加, 因此起不稳定性作用. 而在反向剪切力作用下, 小 Re 时, 剪切力相对较大, 此时液膜在剪切力作用下随气流共同向上流动, 剪切力仍加速扰动增长, 起不稳定性作用; 而大 Re 时, 剪切力相对较小, 此时液膜向下流动, 气流向上流动, 重力起不稳定性作用, 而反向剪切力则有抑制扰动增长、稳定液膜流动的作用.

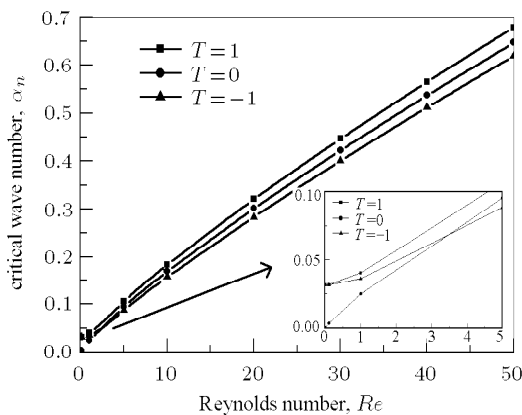


图 4 临界波数随雷诺数的变化 ($\theta = 90^\circ$)

Fig.4 Effect of Re on critical wave number ($\theta = 90^\circ$)

图 5 为剪切力对临界波速的影响. 该图表明, 对于无剪切力作用的自由液膜, 临界波速保持不变, 即 $C_{rn} = 3$, 这与 Yih^[2] 和 Trifonov, Tselodub^[5] 的研究结果相同. 正向剪切力使临界波速变大, 反向剪切力使临界波速变小; 在正向剪切力下, C_{rn} 随 Re 增加逐渐减小, 而在反向剪切力下, C_{rn} 随 Re

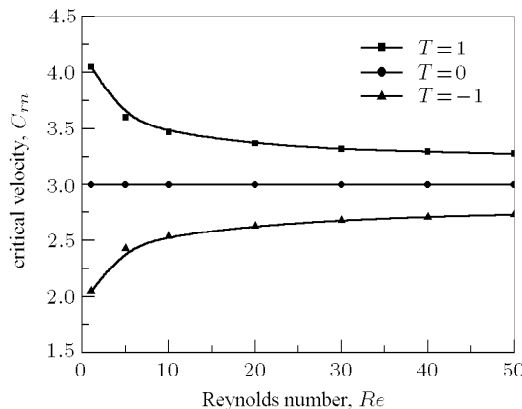


图 5 临界波速随雷诺数的变化 ($\theta = 90^\circ$)

Fig.5 Effect of Re on critical wave speed ($\theta = 90^\circ$)

增加逐渐增大. 而且在小 $Re(Re < 10)$ 时, 界面剪切力对 C_{rn} 的影响较大; 当 $Re > 10$, Re 对 C_{rn} 的影响逐渐减小, C_{rn} 趋于固定值.

4 结 论

当气液界面存在剪切力作用时, 剪切力通过重新分配界面处的力平衡关系, 从而对下降液膜的水动力稳定性产生影响. 基于边界层理论, 采用积分法, 建立了剪切力作用下液膜表面波演化方程, 模型中包含界面剪切力、雷诺数、表面张力和波数的影响, 并进一步分析了扰动增长率、临界波数和波速在不同雷诺数下随界面剪切力的变化规律.

研究表明: 液膜流动的不稳定性随波数的增长呈现先增大后减小的趋势; 剪切力与液膜流动方向相同时, 为不稳定性因素, 当气流与液膜流动方向相反时, 在小雷诺数时, 剪切力起不稳定性作用, 当雷诺数达到一定值时, 剪切力转为稳定性因素, 液膜流动趋于稳定. 剪切力对液膜稳定性的影响随雷诺数的增大逐渐减弱. 正向剪切力使临界波数和临界波速增大, 反向剪切力使其减小; 临界波速在正向剪切力下, 随雷诺数的增加逐渐减小, 在反向剪切力下则逐渐增大.

参 考 文 献

- 1 Benjamin TB. Wave formation in laminar flow down an inclined plane. *J Fluid Mech*, 1957, 2: 554~574
- 2 Yih CS. Stability of liquid flow an inclined plane. *Phys Fluids*, 1963, 6(3): 321~335
- 3 Alekseenko SV, Nakoryakov VE, Pokusaev BG. Wave formation on a vertically falling liquid film. *AIChE*, 1985, 32: 1446~1460
- 4 Brauner N, Maron DM, Zijl W. Interfacial collocation equations of thin liquid film: stability analysis. *Chem Engng Sci*, 1987, 42(8): 2025~2035
- 5 Trifonov YY, Tselodub OY. Nonlinear waves on the surface of a falling liquid film. Part I Waves of the first family and their stability. *J Fluid Mechanics*, 1991, 229: 531~554
- 6 Yu LQ, Wasden FK, Dukler AE, et al. Nonlinear evolution of waves on falling films at high Reynolds numbers. *Phys Fluids*, 1995, 7(8): 1886~1902
- 7 Abderrahmane HA, Vastistas GH. An accurate model for the thin film flow. *Acta Mechanica Sinica*, 2008, 24(4): 375~380
- 8 Li YG, Carotenuto L. Investigation into thin films under microgravity. *Acta Mechanica Sinica*, 1992, 8(2): 97~103

- 9 Liu Jianlin, Feng Xiqiao, Yu Shouwen. Morphology of liquid drops and thin films on a solid surface with sinusoidal microstructures. *Acta Mechanica Sinica*, 2006, 22(4): 315~322
- 10 Huang Shiqing, Feng Xiqiao. Spinodal surface instability of soft elastic thin films. *Acta Mechanica Sinica*, 2008, 24(3): 289~296
- 11 叶学民, 阎维平. 蒸发或冷凝薄液膜的时域稳定性特征. 华北电力大学学报, 2003, 30(6): 43~48 (Ye Xuemin, Yan Weiping. Temporal stability characteristics of evaporating or condensing thin liquid film. *J North China Electric Power University*, 2003, 30(6): 43~48(in Chinese))
- 12 叶学民, 阎维平. 蒸发、等温或冷凝薄液膜二维表面波的通用时空稳定性方程. 中国电机工程学报, 2004, 24(3): 200~205 (Ye Xuemin, Yan Weiping. Universal formulations of temporal and spatial stabilities of two-dimensional surface waves on evaporating isothermal or condensing liquid films. *Proceedings of the CSEE*, 2004, 24(3): 200~205(in Chinese))
- 13 叶学民, 李春曦, 阎维平. 蒸发或冷凝液膜二维驻波的稳定性研究. 热能动力工程, 2004, 19(6): 589~592 (Ye Xuemin, Li Chunxi, Yan Weiping. Investigation on stability of stationary waves on on evaporating or condensing liquid films. *J Engineering for Thermal Energy & Power*, 2004, 19(6): 589~592(in Chinese))
- 14 Ye Xuemin, Yan Weiping. Linear temporal and spatial stability formulations of two-dimensional surface waves on evaporating, isothermal, or condensing liquid films. *Heat Transfer-Asian Research*, 2005, 34(4): 243~257
- 15 Demekhin EA. Nonlinear waves in a liquid film entrained by a turbulent gas stream. *Fluid Dynamics*, 1981, 16(2): 188~193
- 16 Hanratty TJ. Interfacial instabilities caused by air flow over a thin liquid layer. In: *Waves on Fluid Interfaces*. London: Academic Press, 1983
- 17 Miesen R, Boersma BJ. Hydrodynamic stability of a sheared liquid film. *J Fluid Mechanics*, 1995, 301: 175~202
- 18 Trifinov YY. Wave formation on a film flowing down inclined plane with account for phase transition and shear stress on the interface. *J Applied Mechanics & Technical Physics*, 1996, 37(2): 109~119
- 19 Aktershev SP, Alekseenko SV. Influence of condensation on the stability of a liquid film moving under the effect of gravity and turbulent vapor flow. *Int J Heat Mass Transfer*, 2005, 48(6): 1039~1052

(责任编辑: 王 薇)

HYDRODYNAMIC STABILITY OF A LIQUID WAVY FILM WITH INTERFACIAL SHEAR¹⁾

Ye Xuemin²⁾ Li Chunxi Wang Songling

(School of Energy and Power Engineering, North China Electric Power University, Baoding 071003, China)

Abstract The hydrodynamic stability of a liquid wavy film is important to guarantee its function for efficient heat and mass transfer. However, the stability has been affected by various factors. Under a gas flow at the gas-liquid interface, the stability is obviously influenced by the interfacial shear at the boundary condition. The evolution equation of the surface waves under shear effect is derived with the integral approach based on the boundary layer theory, and the effect of interfacial shear on the stability under different conditions is illustrated with the present model. The theoretical results show that film flow tends to be unstable under the cocurrent shear, and the effect of countercurrent shear plays a positive role under lower Re and a negative role under higher Re. The critical wave number and critical wave velocity increase under the cocurrent shear and decrease under countercurrent shear. Therefore, the effect of interfacial shear on critical wave velocity is clearly different under different Reynolds number.

Key words wavy films, interfacial shear, surface waves, stability, boundary layer theory

Received 3 December 2007, revised 15 October 2008.

1) The project supported by the Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (20040079004).

2) Email: yexuemin@163.com