

基于 AHP-TOPSIS 的采矿方法优化

陈沅江, 尹进

中南大学资源与安全工程学院, 长沙 410083

摘要 根据层次分析法(AHP)和理想点法(TOPSIS),建立采矿方法优化排序的数学模型,该数学模型采用德尔菲法(专家意见法)确定采矿方法优化排序的决策指标,如倾角、厚度和顶板稳固性等;将待选方案指标转换为判断矩阵,通过层次分析法确定判断矩阵中各指标权重,然后用理想点法进行优化排序,得到加权标准化的决策矩阵,从而计算出各方案的相对贴近度。以三山岛金矿采矿方法的优化方案为例,3种采矿方法的相对逼近度为0.1467,0.5168,0.9706,以此确定第3种方法最优,进而验证模型的可行性,为矿山采矿方法的优化提供有效参考。

关键词 采矿方法优化;层次分析法;理想点法;三山岛金矿

中图分类号 TD802

文献标志码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2013.07.009

Optimization of Mining Method Based on AHP-TOPSIS

CHEN Yuanjiang, YIN Jin

School of Resources and Safety Engineering, Central South University, Changsha 410083, China

Abstract Based on the Analytic Hierarchy Process (AHP) and the ideal point method (TOPSIS), the mathematical model for optimization of the mining method is established. In the mathematical model, the Delphi method (the expert opinion method) is used to determine the mining method's optimal sort of the decision-making indicators, such as the angle, the thickness and the roof soundness. First, the candidate program indicators are put into the judgment matrix, through the AHP, the weight of each index is determined in the judgment matrix. Then, the sorting is optimized by the ideal point method, to obtain the weighted standardized decision-making matrix. Finally, the relative closeness of the schemes is obtained by the ideal point method. The synthetic superior degree of mining methods in Sanshandao Gold Mine are 0.1467, 0.5168, 0.9706, and the third mining model is in the first place, which verifies the feasibility of the model, to serve as an effective reference for the optimization of mining methods.

Keywords optimization of mining method; AHP; TOPSIS; Sanshandao Gold Mine

0 引言

中国矿山数量众多,由于设计、施工和管理等各方面的原因,矿山在开采过程中会出现采场安全性较差、采场损失较大和生产能力较低等现象^[1]。然而,矿山用于优化采矿方法的资金却十分有限,很难在短时间内完成矿山生产的需求,因此研究矿山采矿方法优化的排序方法对提高资金的利用效率有重要现实意义。

项目优化的排序要考虑技术经济的众多指标因素,属于多指标决策问题,解决这类决策问题有很多方法^[2],在实际生活中应用较多的有层次分析法(AHP)和理想点法

(TOPSIS)等。AHP法更多注重主观判断,在应用这类方法的过程中往往很容易忽略客观的数据,给项目优化排序带来影响。TOPSIS法则是根据对理想点的贴近程度进行排序,是一种比较常用的优化排序方法,但是这种方法使用的前提是要对各个指标确定权重,在这样的情况下,把AHP和TOPSIS法结合起来,不仅能够通过专家的主观判断确定指标权重,而且能够充分利用客观数据信息对项目进行优化排序,得出更可靠的排序结果^[3]。本文针对三山岛金矿的实际开采情况,综合AHP法和TOPSIS法,建立一个采矿方法优化排序实用模型。

收稿日期:2012-12-04;修回日期:2012-12-27

作者简介:陈沅江,副教授,研究方向为职业安全卫生工程及岩土与环境安全工程,电子信箱:1506983607@qq.com

1 AHP-TOPSIS 优化排序基本原理

1.1 AHP 基本原理

1.1.1 判断矩阵构造

首先采用德尔菲法(专家意见法)确定决策多属性指标 f_1, f_2, \dots, f_n , 那么判断矩阵 A 为一 $n \times n$ 阶矩阵, 即

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

式中, a_{ij} 表示 f_i 指标和 f_j 指标相比的重要程度, 而这种重要程度不同的标度取值见表 1。

表 1 判断矩阵元素重要程度的取值

Table 1 Values of the important degree of the judgment matrix element

f_i 与 f_j 相比的重要程度	a_{ij}	a_{ji}
f_i 与 f_j 同等重要	1	1
f_i 比 f_j 稍微重要	3	1/3
f_i 比 f_j 明显重要	5	1/5
f_i 比 f_j 强烈重要	7	1/7
f_i 比 f_j 绝对重要	9	1/9
介于以上之间	2, 4, 6, 8	1/2, 1/4, 1/6, 1/8

1.1.2 确定决策多属性指标的权重

首先根据德尔菲法确定的判断矩阵的值, 计算判断矩阵每一行各个元素乘积的 n 次方根 $U_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}}$, 然后对每一行求出的方根所组合的向量组 $U = [u_1, u_2, \dots, u_n]$ 进行正规化处理, 经过这样一系列处理后, 得到决策多属性指标的权重向量 $V = [v_1, v_2, \dots, v_n]$, 该权重向量中各元素按照式(1)计算

$$v_i = u_i / \sum_{i=1}^n u_i \quad (1)$$

1.1.3 决策指标的一致性验证

一致性的验证过程分为两步, 第 1 步由文中第 1.1.1 节的分析可知判断矩阵为 A , 则矩阵 A 的最大特征值根据式(2)求得

$$\lambda_{\max} = \sum_{i=1}^n [(AV)_i / (nV_i)] \quad (2)$$

其中, $(AV)_i$ 表示判断矩阵 A 跟决策指标的权重向量 V 乘积的第 i 个分量。

第 2 步计算一致性的指标 M_c , 计算公式为

$$M_c = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1) \quad (3)$$

参照表 2 确定平均随机一致性指标 M_r 的值, 那么随机一

表 2 随机一致性指标的取值

Table 2 Random consistency indices

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
M_r	0	0	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.46

致性的比例为 $M_c = M_c / M_r$, 当随机一致性比例 $M_{cr} \leq 0.1$ 时, 可以认为获得的决策多属性指标的权重有满意的一致性。

1.2 TOPSIS 基本原理

1.2.1 构件决策矩阵

如果一个矿山有 m 个可以选择的采矿方法, n 个属性指标, 根据决策矩阵定义可以得到决策矩阵:

$$D = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

式中 x_{ij} 表示第 i 个方案中第 j 个属性的值。

1.2.2 决策矩阵的标准化

首先, 把决策矩阵成线性比例标准化, 然后通过向量的归一化处理得到标准化的决策矩阵。即

$$D = [x_{ij}]_{m \times n} \rightarrow T' = [t'_{ij}]_{m \times n} \rightarrow T = [t_{ij}]_{m \times n}$$

令

$$f_j^* = \max_{1 \leq i \leq m} x_{ij} > 0$$

$$f_j = \min_{1 \leq i \leq m} x_{ij} > 0$$

则可以得到成本型指标和效益型指标分别表示为

$$\text{成本型指标: } t'_{ij} = f_j / x_{ij} \quad \text{效益型指标: } t'_{ij} = x_{ij} / f_j^* \quad (4)$$

其中, 成本型指标指会对方案产生负的、不好的影响的指标, 效益型指标则指对方案产生正的、积极的影响的指标。例如, 在小型书库除险加固优化方法中, 选择了养殖、保护人口、病险程度等评价指标, 其中病险指标为成本型指标, 病险程度越大对水库的加固越不利^[4]。

则标准化的决策矩阵各分量可根据式(5)求得:

$$t_{ij} = t'_{ij} / \sqrt{\sum_{i=1}^m (t'_{ij})^2} \quad i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n \quad (5)$$

通过式(5)处理后, 标准化决策矩阵 T 中的每一列向量都有单位模, 并且 T 中每一个元素都是单位量纲, 矩阵中指标元素的值越大越好。

1.2.3 标准化决策矩阵的加权处理

假设 n 个属性指标的权重系数分别是 v_1, v_2, \dots, v_n , 那么加权处理后得到加权标准化决策矩阵为

$$W = [w_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} v_1 t_{11} & v_1 t_{12} & \dots & v_1 t_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_n t_{m1} & v_n t_{m2} & \dots & v_n t_{mn} \end{bmatrix}$$

1.2.4 求决策指标点集合的最高点和最低点

令

$$\min_{1 \leq i \leq m} \{w_{ij}\} = w_j \quad j=1, 2, \dots, n$$

$$\max_{1 \leq i \leq m} \{w_{ij}\} = w_j^* \quad j=1, 2, \dots, n$$

那么, 决策指标点集合的最高点为

$$B^* = \{w_1^*, w_2^*, \dots, w_n^*\}$$

最低点为

$$B = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$$

1.2.5 求相对逼近度

假设决策指标点集合 B_i 到最高点 B^* 的距离为 Y_i^* , 最低点 B 的距离为 Y_i , 距离根据式(6)、式(7)求得

$$Y_i^* = \sqrt[n]{\sum_{j=1}^n (w_{ij} - w_j^*)^2} \quad i=1, 2, \dots, m \quad (6)$$

$$Y_i = \sqrt[n]{\sum_{j=1}^n (w_{ij} - w_j)^2} \quad i=1, 2, \dots, m \quad (7)$$

决策指标点集合 B_i 的相对逼近度为

$$C_i = Y_i / (Y_i^* + Y_i) \quad (8)$$

从式(8)可知: 如果 $B_i = B^*$, 则 $Y_i = 0, C_i = 1$; 如果 $B_i = B$, 则 $Y_i = 0, C_i = 0$; 如果 $B_i \rightarrow B^*$, 则 $Y_i^* \rightarrow 0, C_i \rightarrow 0$; 如果 $B_i \rightarrow B$, 则 $Y_i \rightarrow 0, C_i \rightarrow 0$; 所以

$$0 \leq C_i \leq 1$$

可根据 C_i 的大小确定决策指标点集合 B_i 的优选顺序。

2 矿山实例分析

2.1 基础资料

三山岛金矿位于莱州市特别工业区, 随着矿山回采深度的增加, 矿体破碎程度增大, 地应力也会越来越大。目前, 三山岛金矿在 -500m 中段附近巷道顶板和两帮岩体已出现片落现象, 给采场的施工带来了困难, 原有的回采方案已经不能适应需要。

针对三山岛金矿存在的问题, 搜集并查阅相关资料, 借鉴成功矿山的经验^[5-7], 建立了技术可行的采矿方法方案集合, 采用德尔菲法确定多属性的评价指标, 包括倾角、厚度、顶板稳固性、矿体稳固性和底板稳固性 5 项属性指标, 分别以 f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 表示, 其中 f_1, f_2 属于效益型指标, f_3, f_4, f_5 属于成本型指标, 各属性的指标数据如表 3 所示。

表 3 各属性指标的数据

Table 3 Data of various attribute indices

编号	采矿方法方案	倾角 / (°)	厚度 / m	顶板稳固性	矿体稳固性	底板稳固性
A ₁	脉内采准中深	33	6.54	9	8.5	5
	孔落矿嗣后充填采矿法					
A ₂	机械化上向水	74	15.43	4.5	6	8.5
	平分层充填采矿法					
A ₃	脉外点柱式分层充填采矿法	70	12.80	11	10	9

2.2 构造判断矩阵

由前述分析可知属性指标有 5 个, 因此判断矩阵 A 为一 5×5 阶矩阵。根据表 1 对判断矩阵元素标度的规定和各个属性指标之间的重要程度, 得出判断矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1/4 & 1/2 & 1/5 \\ 1/4 & 1 & 1/7 & 1/4 & 1/8 \\ 4 & 2 & 1 & 3 & 1/2 \\ 2 & 4 & 1/3 & 1 & 1/3 \\ 5 & 8 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

2.3 确定各个属性指标的权重及一致性验证

(1) 计算判断矩阵每一行元素乘积的 5 次方根, 如 $u_1 = [1 \times 4 \times 1/4 \times 1/2 \times 1/5]^{1/5} = 0.631$ 。根据同样的方法可计算得 $u_2 = 0.257, u_3 = 1.644, u_4 = 0.977, u_5 = 2.993$ 。

(2) 对(1)中计算判断矩阵每一行元素乘积的 5 次方根得出的向量 $U = [u_1, u_2, u_3, u_4, u_5]$ 参照式(1)正规化处理, 得到各个属性指标的权重向量。如

$$v_1 = u_1 / \sum_{i=1}^n u_i = 0.631 / 6.502 = 0.097$$

同理, 可得 $v_2 = 0.039, v_3 = 0.253, v_4 = 0.150, v_5 = 0.460$ 。

综合上述, 可得数学指标的权重向量为 $V = [0.097, 0.039, 0.253, 0.150, 0.460]^T$, 则

$$AV = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1/4 & 1/2 & 1/5 \\ 1/4 & 1 & 1/7 & 1/4 & 1/8 \\ 4 & 7 & 1 & 3 & 1/2 \\ 2 & 4 & 1/3 & 1 & 1/3 \\ 5 & 8 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.097 \\ 0.039 \\ 0.253 \\ 0.150 \\ 0.460 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.483 \\ 0.195 \\ 1.594 \\ 0.737 \\ 2.213 \end{bmatrix}$$

属性指标的判断矩阵最大特征值

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{5} \left[\frac{0.483}{0.097} + \frac{0.195}{0.039} + \frac{1.594}{0.253} + \frac{0.737}{0.150} + \frac{2.213}{0.460} \right] = 5.200$$

参照式(3)计算一致性指标, $M_c = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1) = 0.05$, 由表 2 可知, $n = 5$ 时, $M_r = 1.12$, 则随即一致性比例为

$$M_a = M_c / M_r = 0.05 / 1.12 = 0.045 < 0.1$$

所以可知属性指标的一致性验证满足要求。

2.4 构造指标决策矩阵

根据表 3 各个指标的数据可以得到决策矩阵如下:

$$D = \begin{bmatrix} 33 & 6.54 & 9 & 8.5 & 5 \\ 74 & 15.43 & 4.5 & 6 & 8.5 \\ 70 & 12.8 & 11 & 10 & 9 \end{bmatrix}$$

将矩阵 D 按照线性变换得到标准化决策矩阵 T' 如下:

$$T' = \begin{bmatrix} 0.4459 & 0.4238 & 0.8182 & 0.8500 & 0.5556 \\ 1.0000 & 1.0000 & 0.4091 & 0.6000 & 0.9444 \\ 0.9459 & 0.8295 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

然后对标准化矩阵归一化处理

$$t_{ij} = t'_{ij} / \sqrt{\sum_{i=1}^m (t'_{ij})^2} \quad i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n$$

得到矩阵如下:

$$T = \begin{bmatrix} 0.3082 & 0.3101 & 0.6037 & 0.5890 & 0.3745 \\ 0.6911 & 0.7317 & 0.3019 & 0.4158 & 0.6367 \\ 0.6537 & 0.6070 & 0.7379 & 0.6930 & 0.6741 \end{bmatrix}$$

2.5 标准化决策矩阵的加权处理

对归一化的决策矩阵进行加权处理, 得到加权标准化决策矩阵为

$$W = [w_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} v_1 t_{11} & v_1 t_{12} & \dots & v_1 t_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ v_n t_{n1} & v_n t_{n2} & \dots & v_n t_{nm} \end{bmatrix}$$

从而得到加权标准化决策矩阵

$$W = \begin{bmatrix} 0.0299 & 0.0120 & 0.1527 & 0.0883 & 0.1723 \\ 0.0670 & 0.0285 & 0.0764 & 0.0624 & 0.2929 \\ 0.0634 & 0.0237 & 0.1867 & 0.1039 & 0.3101 \end{bmatrix}$$

2.6 计算相对逼近度

根据计算出来的加权标准化决策矩阵, 结合式(6)、式(7)可以得到决策指标点集合的最高点为 $B^* = \{0.0670, 0.0285, 0.1867, 0.1039, 0.3101\}$, 最低点为 $B = \{0.0299, 0.0120, 0.0764, 0.0624, 0.1723\}$ 。

然后, 由式(6)、式(7)可以计算出最高点、最低点到决策指标集的距离

$$Y_1^* = 0.4690 \quad Y_2^* = 0.1192 \quad Y_3^* = 0.0055$$

$$Y_1 = 0.0806 \quad Y_2 = 0.1275 \quad Y_3 = 0.1819$$

根据式(8)计算决策指标点集合 B_i 的相对逼近度

$$C_1 = 0.1467, C_2 = 0.5168, C_3 = 0.9706$$

可知 $C_3 > C_2 > C_1$, 所以三山岛金矿采矿方法优化的顺序依次是 A_3, A_2, A_1 。

3 结论

本文提出 AHP 法和 TOPSIS 法相结合的评价方法来优选矿山采矿方法, 该方法不仅能够解决单独应用 AHP 法所造成的计算结果主观性, 忽略客观事实, 而且能够大大提高 TOPSIS 法的计算效率。

一方面, 在矿山采矿方法的比较中, 可以根据矿山的实际环境确定各个属性指标的权重, 同时根据每个采矿方法的特点和参数进行方法的比较。另一方面, 采用德尔菲法确定多属性的评价指标, 在方法的比较中可以增加专家的人数, 提高判断矩阵的充分性和客观性。

参考文献 (References)

[1] 王成, 胡国宏, 刘志祥, 等. 三山岛金矿海底开采采矿方法优化选择[J].

黄金科学技术, 2009, 17(1): 38-42.

Wang Cheng, Hu Guohong, Liu Zhixiang, et al. Gold Science and Technology, 2009, 17(1): 38-42.

[2] 付建华, 袁吉栋, 史长莹, 等. 基于 AHM 的水库除险加固排序方法研究[J]. 人民黄河, 2007, 29(9): 38-42.

Fu Jianhua, Yuan Jidong, Shi Changying, et al. Yellow River, 2007, 29(9): 38-42.

[3] Ertuğrul I, Karakaşoğlu N. Performance evaluation of Turkish cement firms with fuzzy analysis hierarchy process and TOPSIS methods [J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(1): 702-715.

[4] 蔡守华, 张展羽, 张鹏, 等. 基于 AHP-TOPSIS 的小型水库除险加固优化排序方法[J]. 扬州大学学报: 自然科学版, 2009, 12(1): 71-75.

Cai Shouhua, Zhang Zhanyu, Zhang Peng, et al. Journal of Yangzhou University: Natural Science Edition, 2009, 12(1): 71-75.

[5] 王兵. 大平矿南二采区水体下开采方案研究[D]. 阜新: 辽宁工程技术大学, 2007.

Wang Bing. Daping mine southern mining district mining under water program[D]. Fuxin: Liaoning Technical University, 2007.

[6] 彭续承, 王新民, 钟时猷, 等. 康家湾矿区大型水体下的矿床开采[J]. 中南矿冶学院学报, 1994, 25(4): 446-449.

Peng Xucheng, Wang Xinmin, Zhong Shiyu, et al. Journal of Central South Institute of Mining and Metallurgy, 1994, 25(4): 446-449.

[7] 刁志军, 张恩强, 苏国星. 水体下开采中防水墙的设计应用[J]. 矿山测量, 2010(6): 86-89.

Diao Zhijun, Zhang Enqiang, Su Guoxing. Mine Surveying, 2010(6): 86-89.

[8] 彭云奇. 康家湾矿区大型水体下矿床开采技术研究[J]. 采矿技术, 2004, 6(4): 71-73.

Peng Yunqi. Mining Technology, 2004, 6(4): 71-73.

[9] 姚金蕊, 李夕兵, 周子龙. “三下”矿体开采研究[J]. 地下空间与工程学报, 2005, 12(1): 1073-1075.

Yao Jinrui, Li Xibing, Zhou Zilong. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2005, 12(1): 1073-1075.

(责任编辑 刘志远)

· 学术动态 ·

中国科协事业发展“十二五”规划 ——提升科技开放与交流水平的重点项目

国际科技组织事务专项: 每年支持 300 位在国际科技组织任职的科学家及 100 位后备人员出国参加相关国际组织重要活动, 每年举办培训班 1~2 次, 完善国际民间科技交流队伍的服务体系。

港澳台科技交流活动: 当代杰出华人科学家讲座、香港工程师院士论坛、港澳大学生暑期实习海峡两岸科学传播论坛、海峡两岸大学生辩论赛、海峡两岸青年科学家学术活动月、海峡两岸科技与经济论坛、海峡两岸青年学子环保科技交流活动、海峡两岸都市交通学术研讨会、海峡两岸农业科技论坛等活动。