

文章编号: 1007-2780(2012)05-0608-05

## 混合排列向列相液晶盒电容特性研究

崔文静<sup>1</sup>, 邢红玉<sup>1,2,3</sup>, 张艳君<sup>1</sup>, 叶文江<sup>1</sup>, 张志东<sup>1\*</sup>

- (1. 河北工业大学 理学院, 天津 300401, E-mail: cwl0610@126.com;  
2. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所 应用光学国家重点实验室, 吉林 长春 130033;  
3. 中国科学院 研究生院, 北京 100049)

**摘 要:** 基于液晶弹性理论和变分原理, 研究了强锚泊混合排列向列相液晶盒的电容特性, 同时考虑了液晶挠曲电特性的影响。通过 Matlab 软件数值模拟得到了不同挠曲电系数下电压-电容曲线, 当挠曲电系数和  $e_{11} + e_{33} \geq 0$  时, 电容随电压线性增加; 当  $e_{11} + e_{33} < 0$  时, 电容随电压的增加先减小后增大。并且, 随挠曲电系数绝对值的增加, 挠曲电效应对电容的影响亦将增大。

**关 键 词:** 电容特性; 混合排列向列相; 挠曲电特性; 强锚泊

中图分类号: O753<sup>+</sup>.2; TM532.5 文献标识码: A DOI: 10.3788/YJYXS20122705.0608

## Capacitance Characteristics of Hybrid Aligned Nematic Liquid Crystal Cell

CUI Wen-jing<sup>1</sup>, XING Hong-yu<sup>1,2,3</sup>, ZHANG Yan-jun<sup>1</sup>,  
YE Wen-jiang<sup>1</sup>, ZHANG Zhi-dong<sup>1\*</sup>

- (1. School of Sciences, Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China, E-mail: cwl0610@126.com;  
2. State Key Laboratory of Applied Optics, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;  
3. Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** Based on the elastic theory of liquid crystal and variation theory, the capacitance characteristics of the strong anchoring hybrid alignment nematic (HAN) liquid crystal cell is studied considering the flexoelectricity of liquid crystal. Through numerical simulation using the Matlab software, the induced capacitance-voltage curves for different flexoelectric coefficients are obtained. With the increase of the applied voltage, the capacitance increases linearly for  $e_{11} + e_{33} \geq 0$ ; however, for  $e_{11} + e_{33} < 0$ , the capacitance begins to decrease and then increases with increasing the applied voltage. And, with the increase of absolute value of the flexoelectric coefficients, the influence of flexoelectric effect on the capacitance will be also enlarged.

**Key words:** capacitance characteristics; hybrid aligned nematic; flexoelectricity; strong anchoring

收稿日期: 2012-05-25; 修订日期: 2012-07-05

基金项目: 河北省自然科学基金(No. A2010000004); 河北省教育厅项目(No. Z2011133, No. Z2012061); 国家自然科学基金(No. 11147103, No. 10974042, No. 11274088); 河北省高校重点学科资助项目

作者简介: 崔文静(1985-), 女, 河北衡水人, 硕士研究生, 主要从事液晶物理和液晶器件物理研究。

\* 通讯联系人, E-mail: zhidong\_zhang@eyou.com

# 1 引 言

电容器是电子电路中几乎不可缺少的储能元件,其结构主要由两块正负电极和夹在中间的绝缘介质组成,根据电极及绝缘介质性质的不同,电容器可分为固定电容器和可变电容器<sup>[1]</sup>。固定电容器中绝缘介质的介电常数保持不变,而可变电容器中绝缘介质的介电常数是变化的。液晶电容器是一种可变电容器,在不同的外加电压作用下,整个液晶层的有效介电常数会发生变化<sup>[2]</sup>。利用液晶电容随电压的变化关系,可以对液晶材料的介电常数<sup>[3]</sup>、弹性常数<sup>[2, 4-5]</sup>和基板的锚泊能<sup>[6-8]</sup>等问题进行测量,并且在薄膜晶体管液晶显示器件(TFT-LCD)中,液晶电容(像素电容)可变特性也得到了充分的考虑<sup>[9-10]</sup>,采用存储电容克服像素点上电压的波动。因此,液晶盒电容特性的研究是一个非常重要的课题,对液晶电容器及液晶显示器件发展具有一定的指导意义。

混合排列向列相(HAN)液晶显示是电控双折射(ECB)显示模式之一,具有操作简单、视角宽、驱动电压低、透光率高、显示颜色随电压变化缓慢、颜色控制好和响应速度快等优点,在一些液晶显示器件中得到广泛应用。如果 HAN 盒中填充具有永久偶极矩的楔形或香蕉形液晶材料,材料的挠曲电特性也会对液晶层的有效介电常数产生影响,我们已经分析计算了挠曲电效应对平行排列向列相(PAN)液晶盒电容的影响<sup>[11]</sup>。本文基于液晶弹性理论和变分原理研究了强锚泊混合排列向列相液晶盒的电容特性,由 Matlab 软件数值模拟了不同挠曲电系数下的电容-电压和指向矢分布曲线。结果表明:当挠曲电系数和  $e_{11} + e_{33} \geq 0$  时,电容随电压线性增加;当  $e_{11} + e_{33} < 0$  时,电容随电压的增加先减小后增大;并且,随挠曲电系数绝对值的增加,挠曲电效应对电容的影响亦将增大。

# 2 理论分析

## 2.1 液晶盒系统的平衡态方程

强锚泊混合排列向列相液晶盒结构如图 1 所示,其厚度为  $l$ 。在 HAN 型液晶盒中,液晶分子的取向在一个基板表面是平行的,而在另一基板表面是垂直的,且在两基板间分子排列连续变化。外加一电压  $U$  作用在液晶盒上,上基板接

地,这种稳定分布将被破坏,在  $xoz$  平面内发生形变,用液晶指向矢  $\mathbf{n}$  来描述这种变化,即  $\mathbf{n} = (\cos\varphi, 0, \sin\varphi)$ ,  $\varphi$  仅是  $z$  的函数。

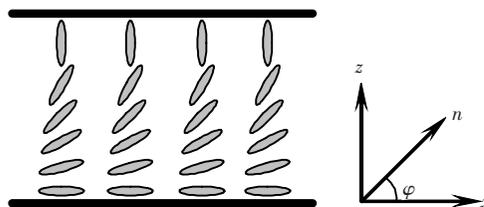


图 1 混合排列向列相液晶盒结构及坐标系  
Fig. 1 Configuration of hybrid aligned nematic liquid crystal cell and the coordinate system

单位面积系统的自由能可表示为:

$$F = \int (f_{elas} + f_{diel} + f_{flex}) dz \quad (1)$$

其中  $f_{elas}$ ,  $f_{diel}$ ,  $f_{flex}$  为弹性自由能密度,介电自由能密度和挠曲电引起的自由能密度,弹性能为:

$$f_{elas} = \frac{1}{2}k_{11}(\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + \frac{1}{2}k_{22}(\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n})^2 + \frac{1}{2}k_{33}(\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n})^2 \quad (2)$$

电场引起的总的自由能为:

$$f_{diel} + f_{flex} = \frac{1}{2}\epsilon_0(\epsilon_{//} \sin^2\varphi + \epsilon_{\perp} \cos^2\varphi)E_z^2 + \mathbf{P} \cdot \mathbf{E} \quad (3)$$

其中  $\mathbf{P}$  为挠曲电引起的极化强度矢量<sup>[12]</sup>:

$$\mathbf{P} = e_{11}(\nabla \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} + e_{33}(\nabla \times \mathbf{n}) \times \mathbf{n} \quad (4)$$

$k_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 分别对应液晶材料的展曲、扭曲和弯曲弹性常数,  $\Delta\epsilon = \epsilon_{//} - \epsilon_{\perp}$  为液晶材料的介电各向异性,  $\epsilon_{//}$  和  $\epsilon_{\perp}$  分别为平行和垂直于液晶分子长轴方向的介电常数,  $e_{11}$  和  $e_{33}$  分别是液晶材料的展曲和弯曲挠曲电系数。由于对液晶盒沿  $z$  轴方向外加一恒定电压  $U$ , 根据欧拉方程, 可得到电位移矢量  $D_z = -g(\varphi) \left( \frac{dU}{dz} \right) + P_z$ , 电压的表示式为:

$$U = \int_0^l E_z dz = \int_0^l \frac{D_z - P_z}{g(\varphi)} dz \quad (5)$$

其中有效介电常数<sup>[2]</sup>:

$$\epsilon(z) = g(\varphi) = \epsilon_0(\epsilon_{\perp} + \Delta\epsilon \sin^2\varphi)$$

单位面积系统的自由能密度为:

$$f = \frac{1}{2}f(\varphi) \left( \frac{d\varphi}{dz} \right)^2 - \frac{1}{2}g(\varphi) \left( \frac{dU}{dz} \right)^2 +$$

$$\frac{e_{11} + e_{33}}{2} \sin(2\varphi) \left( \frac{d\varphi}{dz} \right) \left( \frac{dU}{dz} \right) \quad (6)$$

其中  $f(\varphi) = k_{11} \cos^2 \varphi + k_{33} \sin^2 \varphi$ 。

当系统达到平衡态时,其自由能(1)达到最小值,单位面积自由能密度满足欧拉方程<sup>[3-14]</sup>:

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi} - \frac{d}{dz} \frac{\partial f}{\partial \left( \frac{d\varphi}{dz} \right)} = 0 \quad (7)$$

将式(6)代入式(7),从而得到系统的平衡方程:

$$f(\varphi) \frac{d^2 \varphi}{dz^2} + \frac{k_{33} - k_{11}}{2} \sin 2\varphi \left( \frac{d\varphi}{dz} \right)^2 + \frac{1}{2} \Delta \epsilon \sin 2\varphi \left( \frac{dU}{dz} \right)^2 + \frac{e_{11} + e_{33}}{2} \sin 2\varphi \frac{d^2 U}{dz^2} = 0 \quad (8)$$

## 2.2 液晶指向矢分布理论推导

参考文献[15]的推导过程,将方程(8)两边同时乘以  $2d\varphi/dz$ ,然后对  $z$  积分得到:

$$f(\varphi) \left( \frac{d\varphi}{dz} \right)^2 - \frac{D_z^2 - P_z^2}{g(\varphi)} = M \quad (9)$$

其中  $M$  为积分常量。引入新的变量  $f_{\text{eff}}(\varphi) = f(\varphi) +$

$\frac{1}{4} (e_{11} + e_{33})^2 \frac{\sin^2 2\varphi}{g(\varphi)}$ ,式(9)可化为:

$$f_{\text{eff}}(\varphi) \left( \frac{d\varphi}{dz} \right)^2 - \frac{D_z^2}{g(\varphi)} = M \quad (10)$$

假设  $\gamma = \frac{\epsilon_{//}}{\epsilon_{\perp}} - 1$  和  $\kappa = \frac{k_{33}}{k_{11}} - 1$ ,式(10)可化为:

$$f_{\text{eff}}(\varphi) \left( \frac{d\varphi}{dz} \right)^2 = D_z^2 \left( \frac{M}{D_z^2} + \frac{1}{g(\varphi)} \right) = \frac{D_z^2}{\epsilon_0 \epsilon_{\perp}} \left[ H + \frac{1}{(1 + \gamma \sin^2 \varphi)} \right] \quad (11)$$

其中  $H$  是  $M$  相关的常量。

当有电场时由式(11)得到:

$$\frac{dz}{d\varphi} = \frac{1}{2D_z} \left[ H + \frac{1}{(1 + \gamma \sin^2 \varphi)} \right]^{-\frac{1}{2}} \times \left[ 4k_{11}\epsilon_0\epsilon_{\perp} (1 + \kappa \sin^2 \varphi) + \frac{e^2 \sin^2(2\varphi)}{1 + \gamma \sin^2 \varphi} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

在强锚定条件下  $\varphi(0) = 0, \varphi(l) = \frac{\pi}{2}$ ,可以得到指向矢的分布为:

$$z = l \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ H + \frac{1}{(1 + \gamma \sin^2 \varphi)} \right]^{-\frac{1}{2}} \left[ 4k_{11}\epsilon_0\epsilon_{\perp} (1 + \kappa \sin^2 \varphi) + \frac{e^2 \sin^2(2\varphi)}{1 + \gamma \sin^2 \varphi} \right]^{\frac{1}{2}} d\varphi}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ H + \frac{1}{(1 + \gamma \sin^2 \varphi)} \right]^{-\frac{1}{2}} \left[ 4k_{11}\epsilon_0\epsilon_{\perp} (1 + \kappa \sin^2 \varphi) + \frac{e^2 \sin^2(2\varphi)}{1 + \gamma \sin^2 \varphi} \right]^{\frac{1}{2}} d\varphi} \quad (13)$$

将式(13)代入式(5)得到电压的分布为:

$$U = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{k_{11}}{\epsilon_0 \epsilon_{\perp}} \right)^{\frac{1}{2}} (1 + \gamma \sin^2 \varphi)^{-1} \left[ H + \frac{1}{(1 + \gamma \sin^2 \varphi)} \right]^{-\frac{1}{2}} \times \left[ (1 + \kappa \sin^2 \varphi) + \frac{e^2 \sin^2(2\varphi)}{4k_{11}\epsilon_0\epsilon_{\perp} (1 + \gamma \sin^2 \varphi)} \right]^{\frac{1}{2}} d\varphi - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{e \sin(2\varphi)}{(\epsilon_0 \epsilon_{\perp}) (1 + \gamma \sin^2 \varphi)} d\varphi \quad (14)$$

## 2.3 液晶盒电容表达式

由电容的定义  $dC = \frac{S \epsilon(z)}{dz}$ ,  $S$  为基板的面积,对其积分可以得到:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{S \epsilon_0 \epsilon_{\perp}} \int_0^l \frac{dz}{1 + \gamma \sin^2 \varphi} \quad (15)$$

$$\text{令: } B = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left( \left[ H + \frac{1}{(1 + \gamma \sin^2 \varphi)} \right]^{-\frac{1}{2}} \times \left[ 4k_{11}\epsilon_0\epsilon_{\perp} (1 + \kappa \sin^2 \varphi) + \frac{e^2 \sin^2(2\varphi)}{1 + \gamma \sin^2 \varphi} \right]^{\frac{1}{2}} \right) d\varphi \quad (16)$$

当有电场作用时,

$$\frac{1}{C} = \frac{l}{S \epsilon_0 \epsilon_{\perp} B} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left( \left[ H + \frac{1}{(1 + \gamma \sin^2 \varphi)} \right]^{-\frac{1}{2}} \times \left[ 4k_{11}\epsilon_0\epsilon_{\perp} (1 + \kappa \sin^2 \varphi) + \frac{e^2 \sin^2(2\varphi)}{1 + \gamma \sin^2 \varphi} \right]^{\frac{1}{2}} \right) d\varphi$$

$$(1 + \gamma \sin^2 \varphi)^{-1} d\varphi \quad (17)$$

其中

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left( \left[ H + \frac{1}{(1 + \gamma \sin^2 \varphi)} \right]^{-\frac{1}{2}} \times \left[ 4k_{11}\epsilon_0\epsilon_{\perp} (1 + \kappa \sin^2 \varphi) + \frac{e^2 \sin^2(2\varphi)}{1 + \gamma \sin^2 \varphi} \right]^{\frac{1}{2}} \times (1 + \gamma \sin^2 \varphi)^{-1} \right) d\varphi \quad (18)$$

则约化电容可以表示为:

$$c = \frac{Cl}{S \epsilon_0 \epsilon_{\perp}} = \frac{B}{A} \quad (19)$$

## 3 数值模拟

基于上述原理,通过 Matlab 软件进行模拟,其计算思想为:给  $H$  赋一系列值,由式(14)一一

对应求出电压, 然后由两点插值法求出特定电压下的  $H$  值, 将得到的  $H$  值代入式(13)可得到指向矢分布图; 同样由(14)和(19)两式可以得到电压-电容曲线。  $H$  的取值与参数  $\gamma$  有关。 计算中液晶器件及材料参数为  $l=4 \mu\text{m}$ 、  $k_{11}=6.2 \text{ pN}$ 、  $k_{33}=8.3 \text{ pN}$ 、  $\epsilon_{\perp}=5.3$ 、  $\Delta\epsilon=5.2$ 、  $\gamma=1$ , 由此可知  $H$  的取值范围为  $[-0.5, \infty]$ 。 液晶材料的挠曲电特性存在争议, 即使是同一种液晶材料, 通过不同方法测量得到的挠曲电系数大小及符号也会相差很多<sup>[16-19]</sup>, 这里我们取其量级为  $10^{-11} \text{ C/m}$ , 考虑不同的大小和符号, 即  $e = (0, \pm 20, \pm 40, \pm 80) \text{ pC/m}$ 。 挠曲电系数取不同值时  $c-U$  曲线如图 2 所示。

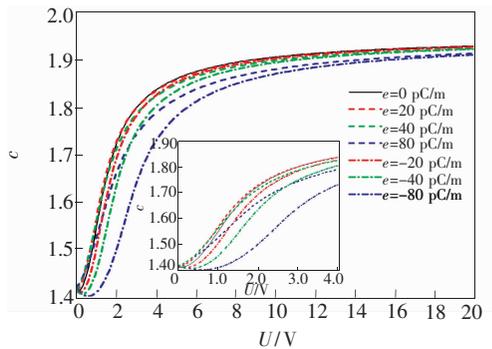


图 2 挠曲电系数和弹性常数取不同值时  $c-U$  曲线  
Fig. 2 The  $c-U$  curve for different flexoelectric coefficients and elastic constants

从图中可以看出: 当挠曲电系数和  $e_{11} + e_{33} \geq 0$  时, 电容随电压线性增加; 当  $e_{11} + e_{33} < 0$  时, 电容随电压的增加先减小后增大; 并且, 随挠曲电系数绝对值的增加, 挠曲电效应对电容的影响亦将增大。 挠曲电效应会引起漂移电压<sup>[20-21]</sup>, 导致施加在液晶层的电压值发生改变, 漂移电压的数值与上下基板液晶分子的取向相关。 对于 PAN 盒, 由于上下基板液晶分子严格平行于基板平面, 漂移电压等于零; 在 HAN 盒中, 由于两块基板处液晶分子排列的不同, 存在不同的漂移电压。 因此, 当外加电压为零时, 由于漂移电压的存在, HAN 盒液晶电容也会发生改变, 而 PAN 盒液晶电容不会改变<sup>[11]</sup>。

液晶盒电容之所以发生如此变化, 其本质是在外加电压作用下液晶分子产生的形变, 即液晶指向矢发生了变化。 在同样的挠曲电系数选择下, 指向矢随不同电压  $U = 2\text{V}, 3\text{V}, 4\text{V}$  的分布

如图 3~图 4 所示。 图 3 和图 4 分别是  $e_{11} + e_{33} \geq 0$  时和  $e_{11} + e_{33} < 0$  时的指向矢分布图, 沿箭头方向电压依次为  $2\text{V}, 3\text{V}, 4\text{V}$ 。 从图中可以看出挠曲电系数小于 0 时, 指向矢分布变化明显, 而且降低了偏转角度。 而对应的电容分布图也是  $e_{11} + e_{33} < 0$  时, 同一电压下电容变化较明显。

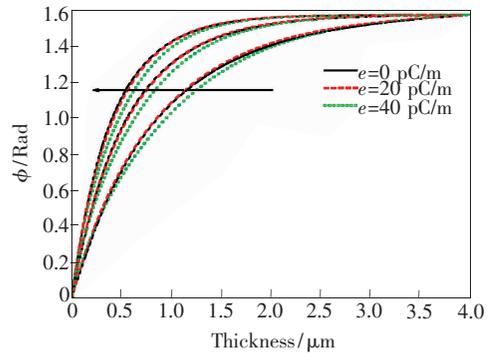


图 3 挠曲电系数和电压取不同值时指向矢分布曲线, 沿箭头方向电压依次为  $2\text{V}, 3\text{V}, 4\text{V}$ 。

Fig. 3 Distribution of director with different flexoelectric coefficients and applied voltages, the applied voltage is in turn  $2\text{V}, 3\text{V}$ , and  $4\text{V}$  along the direction of the arrow.

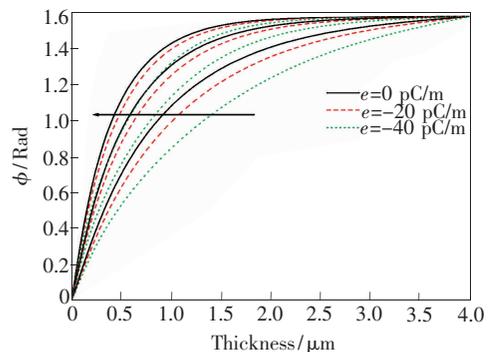


图 4 挠曲电系数和电压取不同值时指向矢分布曲线, 沿箭头方向电压依次为  $2\text{V}, 3\text{V}, 4\text{V}$ 。

Fig. 4 Distribution of director with different flexoelectric coefficients and applied voltages, the applied voltage is in turn  $2\text{V}, 3\text{V}$ , and  $4\text{V}$  along the direction of the arrow.

## 4 结 论

基于液晶弹性理论和变分原理, 研究了由永久偶极矩的楔形或香蕉形液晶材料填充的强锚泊混合排列向列相液晶盒的电容特性, 给出了液晶指向矢、电压及电容的解析表达式, 通过 Matlab 软件数值模拟得到了不同挠曲电系数下电压-电

容曲线,由此考虑了液晶挠曲电特性对混合排列向列相液晶盒电容的影响。如果实验上能对此液晶盒电压-电容进行精确测量,我们同样可以知道液晶挠曲电系数的数值大小。

### 参 考 文 献:

- [1] 王俊峰. 电工电子元器件的选择与测量 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2010:57-65.
- [2] Morris S W. Measurements of the elastic constants of a liquid crystal [D]. Vancouver: University of British Columbia, 1985.
- [3] Welford K R, Miners F, Sambles J R. A new technique for determining the dielectric constants of a nematic liquid crystal [J]. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 1988, 21(9):1320-1325.
- [4] 温庆祥, 黄锡珉, 何林, 等. C-V 法液晶弹性常数的测定 [J]. *液晶与显示*, 1993, 8(1): 73-77.
- [5] 孔祥建, 荆海, 黄霞, 等. 一种改进的 C-V 方法对向列相液晶弹性常数  $k_{11}$ 、 $k_{33}$  测量的理论研究 [J]. *液晶与显示*, 2007, 22(5):587-590.
- [6] Murauski A, Chigrinov V, Muravsky A, et al. Determination of liquid-crystal polar anchoring energy by electrical measurements [J]. *Phys. Rev. E*, 2005, 71(6): 061707(1-5).
- [7] Nastishin Y A, Polak R D, Shiyanovskii S V, et al. Nematic polar anchoring strength measured by electric field techniques [J]. *J. Appl. Phys.*, 1999, 86(8): 4199-4213.
- [8] Nie X Y, Lin Y H, Wu T X, et al. Polar anchoring energy measurement of vertically aligned liquid-crystal cells [J]. *J. Appl. Phys.*, 2005, 98(1): 013516(1-5).
- [9] 马群刚. TFT-LCD 原理与设计 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2012, 175-177.
- [10] 邓婉玲. 多晶硅薄膜晶体管栅电容模型 [J]. *液晶与显示*, 2011, 26(2):178-182.
- [11] 崔文静, 邢红玉, 张艳君, 等. 挠曲电效应对向列相液晶盒电容的影响 [J]. *数值计算与计算机应用*, 2012, 33(2):142-150.
- [12] Meyer R B. Piezoelectric effects in liquid crystal [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1969, 22(18): 918-921.
- [13] 谢毓章. 凝聚态物理学丛书: 液晶物理学 [M]. 北京: 科学出版社, 1998:61-66.
- [14] Sugimura A, Luckhurst G R, Ou-yang Z-C. Director deformation of a twisted chiral nematic liquid crystal cell with weak anchoring boundaries[J]. *Phys. Rev. E*, 1995, 52(1): 681-689.
- [15] 张志东, 邵喜斌, 梁兆颜, 等. 电控双折射盒中指向矢分布的计算 [J]. *液晶与显示*, 1997, 12(2): 91-99.
- [16] Takahashi T, Hashidate S, Nishijou H, et al. Novel measurement method for flexoelectric coefficients of nematic liquid crystals [J]. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 1998, 37(4A): 1865-1869.
- [17] Kischka C, Parry-Jones L A, Elston S J, et al. Measurement of the flexoelectric coefficient  $e_1$  and  $e_3$  in nematic liquid crystals [J]. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.*, 2008, 480(1): 103-110.
- [18] Kischka C, Elston S J, Raynes E P. Measurement of the sum ( $e_1 + e_3$ ) of the flexoelectric coefficients  $e_1$  and  $e_3$  of nematic liquid crystals using a hybrid nematic (HAN) cell [J]. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.*, 2008, 494(1): 93-100.
- [19] Sykulska H M, Parry-Jones L A, Elston S J. Measurement of flexoelectric coefficients in nematic liquid crystals using shallow grating devices [J]. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.*, 2005, 436(1): 267-279.
- [20] Brimicombe P D. Fast-Switching Nematic Liquid Crystal Devices [D]. Oxford: University of Oxford, 2006.
- [21] Xing Hongyu, Ye Wenjiang, Zhang Zhidong, et al. Flexoelectric-Induced voltage shift in hybrid aligned nematic liquid crystal cell [J]. *Commun. Theor. Phys.*, 2011, 55(5): 939-942.