

半双工中继信道下联合 LDPC 码设计

陈紫强¹, 欧阳缮^{1,2}, 肖海林², 谢跃雷²

(1. 西安电子科技大学 电子工程学院, 陕西 西安 710071; 2. 桂林电子科技大学 信息与通信学院, 广西 桂林 541004)

摘 要: 为了提高解码前传半双工中继通信系统的编码增益, 提出了一种联合 LDPC 码编码结构及其度分布优化方法。该结构视信源和中继子码为联合 LDPC 码的一部分, 目的端根据从信源和中继接收的消息进行联合译码, 同时获得信源和中继的信息。为了分析联合 LDPC 码的渐进性能, 推导了 AWGN 信道下联合 LDPC 码的高斯近似密度进化算法。结合译码收敛条件和度分布约束关系, 提出联合 LDPC 码的度分布优化问题。仿真结果表明: 联合 LDPC 码的渐进性能及误码性能优于 BE-LDPC 码和独立处理 (SP) 码。

关键词: 低密度奇偶校验码; 解码前传; 中继信道; 密度进化

中图分类号: TN 911.22

文献标识码: B

文章编号: 1000-436X(2013)03-0134-07

Jointed LDPC codes design for half-duplex relay channels

CHEN Zi-qiang¹, OUYANG Shan^{1,2}, XIAO Hai-lin², XIE Yue-lei²

(1. School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China;

2. School of Information and Communication, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

Abstract: In order to increase the coding gain of decode-and-forward half-duplex relay channel, a jointed LDPC coding structure and its corresponding optimization scheme was proposed. Novel structure made the subcodes of both source and relay nodes as parts of the overall code. Using the messages from the source and the relay, the destination could decode the information of the source and relay nodes simultaneously. To analyze the asymptotic coding gain of jointed LDPC codes, the iterative decoding convergence condition was derived in AWGN channel. Combining the iterative decoding convergence condition and the degree distribution constraint, the optimization problem of the jointed LDPC code degree distribution was presented. The simulation results show that jointed LDPC codes outperform both BE-LDPC codes and SP codes.

Key words: LDPC codes; decode-and-forward; relay channel; density evolution

1 引言

在协作编码系统中, 中继为信源生成冗余校验信息并转发至目的端, 协助目的端译码。与点到点通信相比, 中继协作提升了信源—目的端的信道容量。近年来, 对采用不同纠错码的协作编码技术研究十分活跃^[1-5]。由于低密度奇偶校验(LDPC,

low-density parity-check code)码具有逼近香农限的纠错性能, 且译码复杂度低, 解码前传(DF, decode and forward)中继信道下 LDPC 码协作编码技术成为近年来国内外研究的热点^[6-8]。文献[6]提出了基于打孔优化的 LDPC 码协作编码方案。在该方案中, 首先采用传统方法优化信源 LDPC 码, 通过打孔部分校验比特调整 LDPC 码码率, 中继译码恢复打孔

收稿日期: 2011-08-23; 修回日期: 2012-04-17

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(“973”计划)基金资助项目(2008CB317109); 国家自然科学基金资助项目(60972084, 61162007, 61102115); 广西省自然科学基金资助项目(2011GXNSFD018028); 广西省自然科学基金资助项目(0991241, 0832007Z); 广西无线宽带通信与信号处理重点实验室 2011 年度主任基金资助项目(11106, 11104)

Foundation Items: The National Basic Research Program of China (973 Program)(2008CB317109); The National Natural Science Foundation of China(60972084, 61162007, 61102115); The Natural Science Key Foundation of Guangxi Province (2011GXNSFD018028); The Natural Science Foundation of Guangxi Province (0991241,0832007Z); The Key Director Laboratory Fund of Guangxi Broadband Wireless Communication and Signal of 2011 (11106, 11104)

校验比特后重新进行编码,生成以打孔校验比特为信息的 LDPC 子码并转发至目的端,目的端根据从信源和中继接收的两部分消息译码恢复信源的信息。该方法的编码增益大于协作 Turbo 编码,然而,打孔造成了信源—中继信道上的 LDPC 子码误码性能损失。为避免因打孔造成的性能损失,文献[7,8]提出一种双边删除 LDPC(BE-LDPC, bilayer-expurgated LDPC)码的设计方案,中继为信源子码添加非零校验比特,经过独立编码后转发至目的端,目的端采用分步译码获得信源的信息。当中继时隙满足优化分配条件时, BE-LDPC 码可以获得较高的编码增益,而在一些固定时隙分配的通信(如 TD-SCDMA 和 TD-LTE)系统中,中继协助单个信源通信后可能剩余部分容量,此时 BE-LDPC 码方案会造成中继通信系统的容量损失。针对该问题,文献[9,10]提出一种独立处理(SP, separate processing)编码方案,中继采用 BE-LDPC 码方案协助信源通信,并采用传统方法设计逼近中继剩余容量的 LDPC 子码。结果表明,在固定时隙分配条件下, SP 码可以逼近中继信道容量。然而,由于中继对非零校验比特采用独立 LDPC 编码, BE-LDPC 码和 SP 码的编码增益受到较大的限制,当不计码长时,这些方案均能获得较好的渐进性能,而当码长一定时,独立编码降低了中继通信系统的整体编码增益。

针对 BE-LDPC 码和 SP 码不足,本文提出一种联合 LDPC (JLDPC, jointed LDPC) 码编码结构及其度分布优化方法。在该结构中,中继在协助信源通信的同时传输部分自己的信息比特,信源和中继子码是 JLDPC 码的一部分,目的端根据从信源和中继接收的消息联合译码,同时获得信源和中继的信息。结合 JLDPC 码的度分布约束条件和迭代译码收敛条件,提出了 JLDPC 码的度分布优化算法。考虑中继传输和不传输信息比特的 2 种情况,设计了一组 JLDPC 码,仿真结果验证了本文方法的有效性。

2 系统模型和 DF 中继信道容量

本文采用的中继通信系统包含 3 个节点(1 个信源, 1 个中继和 1 个目的端), 每个节点仅有 1 根天线, 半双工中继通信包含 2 个连续时隙。第 1 个时隙, 信源 S 向目的端 D 和中继 R 广播 ω_1 , 中继和目的端接收信号分别表示为

$$V_1 = h_{SR} \sqrt{P_{S,1}} \omega_1 + N_{R_1} \quad (1)$$

$$Y_{D_1} = h_{SD} \sqrt{P_{S,1}} \omega_1 + N_{D_1} \quad (2)$$

第 2 个时隙, 目的端接收来自信源和中继的信号 ω_2 和 ω_e

$$Y_{D_2} = h_{SD} \sqrt{P_{S,2}} \omega_2 + h_{RD} \sqrt{P_R} \omega_e + N_{D_2} \quad (3)$$

式(1)~式(3)中, P_S 和 P_R 分别表示 S 和 R 的发射功率, 下标 1 和 2 分别表示第 1 和第 2 个时隙, h 表示信道增益, 下标 SD 、 SR 和 RD 分别表示 $S-D$ 、 $S-R$ 和 $R-D$ 信道, N_{R_1} 、 N_{D_1} 和 N_{D_2} 服从均值为 0, 方差为 σ_0 的高斯随机变量。令 $X_1 = \sqrt{P_{S,1}} \omega_1$, $X_2 = \sqrt{P_{S,2}} \omega_2$, $W_2 = \sqrt{P_R} \omega_e$, 用 $I(\cdot; \cdot)$ 表示互信息, DF 中继信道容量表示为^[11,12]

$$R_{DF} = \sup_{0 \leq t \leq 1} \min \{ tI(X_1; V_1) + (1-t)I(X_2; Y_{D_2} | W_2), \\ tI(X_1; Y_{D_1}) + (1-t)I(X_2; W_2; Y_{D_2}) \} \quad (4)$$

其中, t 表示第 1 个时隙占总时隙的比例, 式(4)中最低信噪比对应信道容量界(CB, capacity bound)。

3 JLDPC 码设计

3.1 JLDPC 码二部图结构

在解码前传半双工中继信道条件下, 文献[7,8]构造了 BE-LDPC 码二部图结构, 由上下层子图构成, 下层子图对应 $S-R$ 信道上的 LDPC 码, 上层子图对应非零校验节点, 中继通过上层子图生成非零校验信息。BE-LDPC 码二部图不包含上层校验结构的变量点, 中继必须对非零校验信息进行独立编码后转发至目的端。因此, 在 BE-LDPC 码方案中, 目的端对包含非零校验信息子码的正确译码是获得协作编码增益的前提。然而, 当 $R-D$ 信道条件较差时, 独立编码并不能保证目的端正确译码中继子码, 另一方面, 当码长一定时, 独立编码会降低通信系统的整体编码增益。

鉴于此, 本文提出了一种 JLDPC 码编码二部结构如图 1 所示。上层(实线框内)结构对应矩阵 H_1 , 变量点和校验点数分别为 n_1 和 k_1 。下层(虚线框内)结构对应矩阵 H_2 , 变量点和校验点数分别为 $n_1 + n_2$ 和 k_2 , n_2 表示中继子码变量点数目。

图 1 中, $n_2 \geq k_2$, 当取等号时, 中继只产生校验比特, 当取大于号时, 中继可以传输的信息为 $(n_2 - k_2)$ bit。目的端采用矩阵 H 进行联合译码, 其

中, n_1 和 n_2 个变量点初始消息分别来自 $S-D$ 信道和 $R-D$ 信道。JLDPC 码校验矩阵 H 可表示为

$$H = \begin{bmatrix} H_1 & \mathbf{0} \\ H_2 & \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中, $H_2 = [A \ B]$ 。文献[7,8]采用双边密度进化(BDE, bilayer density evolution)方法分析 BE-LDPC 码的渐进性能。虽然 JLDPC 码与 BE-LDPC 码均为上下层结构,但是 JLDPC 码与 BE-LDPC 码的校验矩阵结构存在明显的差异:BE-LDPC 码仅扩展了校验矩阵的行,而 JLDPC 码同时扩展了校验矩阵的行和列。因此, BDE 方法不能分析 JLDPC 码的渐进性能,需要重新设计性能分析方法。

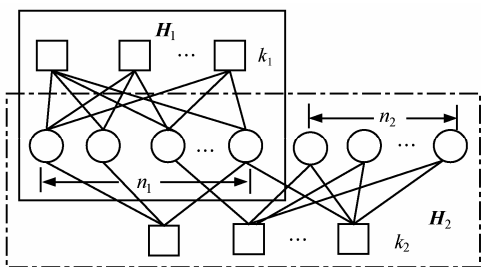


图 1 JLDPC 码二部结构

3.2 JLDPC 码的高斯近似密度进化算法

设 $\rho^1(x) = \sum_k \rho_k^1 x^{k-1}$ ($\rho^2(x) = \sum_k \rho_k^2 x^{k-1}$) 为上(下)子图校验点的度分布, m_u^l (n_u^l) 为从上(下)子图校验点输出消息的均值, $m_{i,j}^l$ ($n_{i,j}^l$) 为从度等于 (i, j) 的变量点输出到上(下)子图校验点的消息均值, l 为当前迭代次数, $\lambda_{i,j}$ 为与度等于 (i, j) 的变量点相连边数占总边的比例。

初始化: 变量点输出消息初值为

$$s_0 = 2/\sigma_{SD}^2, \quad s_1 = 2/\sigma_{RD}^2 \quad (6)$$

其中, σ_{SD} (σ_{RD}) 表示 $S-D$ ($R-D$) 信道噪声均方值。

Step1 度等于 (i, j) 的变量点输出消息均值 $m_{i,j}^l$ ($n_{i,j}^l$) 表示为

$$m_{i,j}^l = (i-1)m_u^{l-1} + jn_u^{l-1} + s_0, \quad i \geq 2, j \geq 0 \quad (7)$$

$$n_{i,j}^l = \begin{cases} im_u^{l-1} + (j-1)n_u^{l-1} + s_0, & i \neq 0, j \geq 1 \\ (j-1)n_u^{l-1} + s_1, & i = 0, j \geq 1 \end{cases} \quad (8)$$

Step2 校验点输出消息的均值 m_u^l (n_u^l) 表示为

$$m_u^l = \sum_k \rho_k^1 \phi^{-1} \left(1 - \left[1 - \frac{1}{\eta} \sum_{i \geq 2, j \geq 0} \frac{i}{i+j} \lambda_{i,j} \phi(m_{i,j}^l) \right]^{k-1} \right) \quad (9)$$

$$n_u^l = \sum_k \rho_k^2 \phi^{-1} \left(1 - \left[1 - \frac{1}{1-\eta} \sum_{i \geq 0, j \geq 0} \frac{j}{i+j} \lambda_{i,j} \phi(n_{i,j}^l) \right]^{k-1} \right) \quad (10)$$

其中, $\phi(x)$ 定义可参考文献[13], η 定义为上层子图的边数占总边比例^[7]。

$$\eta = \bar{d}_{c_1} k_1 / (\bar{d}_{c_1} k_1 + \bar{d}_{c_2} k_2) \quad (11)$$

其中, \bar{d}_{c_1} (\bar{d}_{c_2}) 表示上(下)子图校验点的平均度。

反复迭代 Step1 和 Step2, 直到译码器收敛。第 l 次迭代后, 变量点到上(下)子图校验点的消息均值 p_m^l (p_n^l) 表示为

$$p_m^l = \frac{1}{\eta} \sum_{i \geq 0, j \geq 0} \frac{i}{i+j} \lambda_{i,j} m_{i,j}^l \quad (12)$$

$$p_n^l = \frac{1}{1-\eta} \sum_{i \geq 0, j \geq 0} \frac{j}{i+j} \lambda_{i,j} n_{i,j}^l \quad (13)$$

JLDPC 码的译码器输出消息为

$$p_{out}(p_m^l, p_n^l) = \sum_{i \geq 0, j \geq 0} (i \cdot m_{i,j}^l + j \cdot n_{i,j}^l) \lambda_{i,j} / (i+j) \quad (14)$$

为保证译码收敛, $p_{out}(p_m^l, p_n^l)$ 应随 l 增加趋于无穷^[13], 所以, JLDPC 码的迭代译码条件为

$$p_{out}(p_m^l, p_n^l) > \eta p_m^{l-1} + (1-\eta) p_m^{l-1} \quad (15)$$

3.3 JLDPC 码的度分布优化

设信源子码的码率为 R_1 , 变量点度分布为 $\{\lambda_i\}$, 平均校验点度为 \bar{d}_{c_1} , JLDPC 码码率为 R , 变量点度分布为 $\{\lambda_{i,j}\}$, 下层校验点平均度为 \bar{d}_{c_2} 。在 JLDPC 码中, 扩展变量点数大于等于下层校验点数, 即

$$\sum_j \lambda_{0,j} / j \geq (1-\eta) / \bar{d}_{c_2} \quad (16)$$

当式(16)取等号时, 中继不传输信息比特, 当取大于号时, 中继协助信源通信的同时可以传输部分自己的信息。令信源子码码长占 JLDPC 码码长的百分比为 β , 则 k_1, k_2 可表示为

$$k_1 = \beta N(1-R_1)$$

$$k_2 = N(1-\beta + \beta R_1 - R) \quad (17)$$

其中, N 表示 JLDPC 码码长。将式(17)代入式(11)可得到 \bar{d}_{c_2} 为

$$\bar{d}_{c_2} = \frac{\bar{d}_{c_1} \beta (1-R_1)(1-\eta)}{(1-\beta + \beta R_1 - R)\eta} \quad (18)$$

令 $\bar{d}_c = 1/(\eta/\bar{d}_{c_1} + (1-\eta)/\bar{d}_{c_2})$ ，则 R 可表示为

$$R = 1 - (1/\bar{d}_c) / \sum_{i,j} \lambda_{i,j} / (i+j) \quad (19)$$

给定信源、中继和目的端位置，优化 JLDPC 码变量点度分布，使 R 最大。为了降低运算量，首先采用传统方法优化上层子图，结合码率兼容条件^[9]、式(15)和式(16)，优化 JLDPC 码二部图的下层结构。因此，JLDPC 码的度分布优化问题转化为一定约束条件下求最大值的问题。

$$\begin{cases} \max_{\lambda_{i,j}} \sum \lambda_{i,j} / (i+j) \\ \text{s.t.} \quad \sum_{j \geq 0} \frac{i}{i+j} \lambda_{i,j} = \eta \lambda_i \\ \sum_j \frac{\lambda_{0,j}}{j} \geq \frac{1-\eta}{\bar{d}_{c_2}} \\ \sum_{i \geq 0, j \geq 0} (i \cdot m_{i,j}^l + j \cdot n_{i,j}^l) \lambda_{i,j} / (i+j) > \eta p_m^{l-1} + (1-\eta) p_n^{l-1} \\ \sum_{i,j} \lambda_{i,j} = 1 \end{cases} \quad (20)$$

其中，第 1 个约束保证信源子码是 JLDPC 码的一部分；第 2 个约束使中继变量点数不少于校验点数，当取等于号时，中继自己不传输信息比特，当取大于号时，中继协助信源通信的同时可以传输自己的信息；第 3 个约束使 JLDPC 码译码收敛。

式(20)可采用线性规划算法或非线性优化搜索算法实现。由于 JLDPC 码的度分量比较多，用线性规划方法求解复杂度较高。差分进化(DE, differential evolution)算法是一种有效的非线性优化搜索算法，广泛应用于 LDPC 码的度分布优化问题^[14,15]。令 $\Omega_{p,m}$ ($p=1,2,\dots, NP$) 表示进化矢量， m 表示当前进化次数， NP 表示进化矢量数目。在 DE 算法中，成员变量 Ω_p^m 中各分量必须保持相互独立，而式(20)中的约束表明 JLDPC 码度分量具有很强的相关性，为消除相关性，须根据约束关系式舍弃部分度分量，选择 L 个度分量构成一个进化矢量。根据式(20)中第 1 个约束关系，当 $i \neq 0$ 时，舍弃 $\{\lambda_{i,j}\}$ 中 $j=0$ 分量，剩余分量为 $P = \{\lambda_{i,j} | i \geq 2, j \geq 1\}$ 。根据第 2 和第 4 个约束关系，当 $i=0$ 时，舍弃 $\{\lambda_{i,j}\}$ 中 $j=2$ 和 $j=3$ 分量，剩余分量为 $Q = \{\lambda_{i,j} | i=0, j \geq 4\}$ 。因此， Ω_p^m 表示为

$$\Omega_p^m = P \cup Q \quad (21)$$

其中， Ω_p^m 的维数等于 L 。设 Ω_p^m 表示 $\{\lambda_{i,j}\}_p^m$ 去相关

后的进化矢量，结合式(20)中目标函数，则可用 JLDPC 码的码率 R_p^m 表示 Ω_p^m 的代价。下面给出 JLDPC 码度分布优化的差分进化搜索算法。

1) 初始化。随机产生一组 L 维进化矢量 Ω_p^m ($p=1,2,\dots, NP$)。由 Ω_p^m 确定 JLDPC 码度分布 $\{\lambda_{i,j}\}_p^m$ ，运用 JLDPC 码噪声门限分析方法，确定给定中继信道条件下的最大 JLDPC 码码率 R_p^m ，令 $R_{\text{best}}^m = \max(\{R_p^m | p=1,2,\dots, NP\})$ ，称与 R_{best}^m 对应矢量为最佳矢量，用 Ω_{best}^m 表示。

2) 进化。随机选择不同于 Ω_p^m 的矢量 $\Omega_{n_1}^m$ 和 $\Omega_{n_2}^m$ ，生成矢量 $\tilde{\Omega}_p^{m+1}$ 为

$$\tilde{\Omega}_p^{m+1} = \Omega_p^m + F(\Omega_{n_1}^m - \Omega_{n_2}^m) \quad (22)$$

其中， F 表示交叉变异常数。

3) 选择。计算 $\tilde{\Omega}_p^{m+1}$ 的代价 \tilde{R}_p^{m+1} 。当 $\tilde{R}_p^{m+1} > R_p^m$ 时， $\Omega_p^{m+1} = \tilde{\Omega}_p^{m+1}$ ，重新确定最佳矢量 $\Omega_{\text{best}}^{m+1}$ 和 R_{best}^{m+1} ，否则， $\Omega_p^{m+1} = \Omega_p^m$ 。

4) 停止准则。如果超过了最大迭代次数或所有矢量的代价已经充分接近，则停止进化，输出 $\Omega_{\text{best}}^{m+1}$ 及 R_{best}^{m+1} ，否则跳转到 2) 继续下一次迭代。

4 JLDPC 码性能分析

4.1 JLDPC 码高斯近似密度进化算法的性能分析

本节比较了 JLDPC 码高斯近似密度进化算法与 BDE 方法的性能。为了方便描述，称 JLDPC 码高斯近似密度进化算法为本文分析方法。虽然本文分析方法针对 JLDPC 码进行设计，如令 $s_0 = s_1$ ，该方法同样可用于分析 BE-LDPC 码的渐进性能。下面对比本文分析方法和 BDE 方法对 BE-LDPC 码的性能分析结果。

令 (SNR_{SD}, SNR_{RD}) 表示 $S-D$ 和 $R-D$ 信道接收信噪比^[7]。本文选取 2 组中继信道 (SNR_{SD}, SNR_{RD}) 为 $(1.760 \text{ dB}, 15.256 \text{ dB})$ 和 $(-2.040 \text{ dB}, 5.437 \text{ dB})$ ，分别用 L_1 和 L_2 表示。称 L_1 和 L_2 条件下的 BE-LDPC 码为码 A 和码 B。表 1 给出了本文分析方法与 BDE 方法对码 A 和码 B 的性能分析结果。

表 1 本文分析方法与 BDE 方法性能比较

使用方法	码 A/dB	码 B/dB
本文分析方法	2.125 8	0.132 6
BDE 分析方法	2.050 2	0.094 8

由表 1 可知，本文分析方法的渐进门限略高于

BDE 分析方法。可解释为，BDE 采用密度进化算法计算变量点和校验点的输出消息，运算精度较高，而本文分析方法对变量点度和校验点消息做了高斯近似，造成了一定的性能损失。虽然本文分析方法的性能较 BDE 方法略差，本文采用高斯近似的方法将迭代计算的多维问题转化为更新高斯密度均值的一维问题，极大地简化了分析算法的复杂度^[13]，便于联合 LDPC 码度分布的优化搜索实现。

4.2 JLDPC 码渐进性能分析

本节比较了 JLDPC 码与 BE-LDPC 码、SP 码的渐进性能。JLDPC 码中信源子码采用文献[12]的方法设计，变量点度分布为 $\lambda(x)=0.174 1x+0.207 2 x^2+0.086 5x^5+0.152 3x^6+0.063 5x^{18}+0.316 4x^{19}$ ，平均校验点度 $\bar{d}_c=15$ ，码率为 R_1 ； Gap_1 和 Gap_2 分别表示信源 LDPC 码和 JLDPC 码的噪声门限与理论限之差。在下文的设计中，为了简化设计复杂度，仅考虑 R 位于 $S-D$ 连线上。

为了与 BE-LDPC 码公平比较，令式(20)第 2 个约束取等号，JLDPC 码度分布如表 2 所示。其中，码 C 和码 D 信道条件分别对应 L_1 和 L_2 ，采用本文方法码 C 和码 D 噪声门限为 1.988 1dB、-0.116 2dB，与理论值分别相差 0.110 6 dB 和 0.303 3dB。而在 L_1 和 L_2 条件下 BE-LDPC 码收敛门限与理论值相差 0.172 7 dB 和 0.514 3dB。码 C 和码 D 收敛门限与理论值之差分别较 BE-LDPC 码减少 0.062 0 dB 和 0.211 0 dB。

为了与 SP 码作公平比较，令式(20)第 2 个约束取大于号且 $\beta=0.5$ ，JLDPC 码参数如表 3 所示，码 E 和码 F 信道条件分别为 L_1 和 L_2 ，码 E 和码 F 的渐进噪声门限与理论值之差分别为 0.126 3dB 和 0.309 0dB，而在 L_1 和 L_2 信道条件下，SP 总码率分别为 0.787 8dB、0.579 4dB，与理论值分别差 0.152 9dB 和 0.450 3dB。因此，码 E 和码 F 渐进门限与理论值之差较 SP 码减小了 0.026 6dB 和 0.141 3dB。

表 2 JLDPC 码 (码 C 和码 D)

码字参数	码字参数的取值							
	码 C				码 D			
i 的取值	$\lambda_{i,0}$	$\lambda_{i,1}$	$\lambda_{i,2}$	$\lambda_{i,3}$	$\lambda_{i,0}$	$\lambda_{i,1}$	$\lambda_{i,2}$	$\lambda_{i,3}$
$i=0$	0	0	0.028 29	0.001 198	0	0	0.123 36	0.002 41
$i=2$	0.128 08	0.008 226	0.011 025	0.025 028	0.058 39	0.006 04	0.005 22	0.126 35
$\lambda_{i,j}$ $i=3$	0.122 36	0.068 772	0.002 226	0.004 321	0.056 46	0.002 62	0.000 38	0.157 78
$i=6$	0.011 431	0.037 589	0.000 262	0.045 34	0.013 97	0.003 53	0.000 46	0.060 12
$i=7$	0.125 42	0.004 258	0.000 03	0.001 790	0.050 14	0.038 80	0.010 38	0.012 75
$i=19$	0.000 125	0.000 05	0.000 295	0.062 456	0.037 67	0.000 41	0.001 55	0.003 12
$i=20$	0.000 105	0.001 417	0.000 330	0.309 57	0.049 80	0.042 70	0.041 71	0.093 88
\bar{d}_c, \bar{d}_c	15, 9.876 9				15, 5.380 7			
$\eta(R_1, R_2)$	0.856 35 (0.7, 0.638 5)				0.663 8 (0.7, 0.477 3)			
Gap_1, Gap_2	0.084 78, 0.110 6				0.084 78, 0.303 3			

表 3 JLDPC 码 (码 E 和码 F)

码字参数	码字参数的取值							
	码 E				码 F			
i 的取值	$\lambda_{i,0}$	$\lambda_{i,1}$	$\lambda_{i,2}$	$\lambda_{i,3}$	$\lambda_{i,0}$	$\lambda_{i,1}$	$\lambda_{i,2}$	$\lambda_{i,3}$
$i=0$	0	0	0.132 34	0.180 93	0	0	0.221 5	0.026 579
$i=2$	0.092 299	0.000 804	0.012 413	0.012 737	0.049 654	0.002 999	0.003 246	0.113 01
$\lambda_{i,j}$ $i=3$	0.031 406	0.099 618	0.018 24	0.013 742	0.048 289	0.010 549	0.002 509	0.118 99
$i=6$	0.014 561	0.033 1	0.009 477	0.002 547	0.010 884	0.005 957	0.001 297	0.047 948
$i=7$	0.037 223	0.039 93	0.017 848	0.007 219	0.043 398	0.001 008	0.000 658	0.059 079
$i=19$	0.021 232	0.002 581	0.003 710	0.012 668	0.016 807	0.001 373	0.010 832	0.009 270
$i=20$	0.077 04	0.011 041	0.036 444	0.078 851	0.069 901	0.011 091	0.002 355	0.110 82
\bar{d}_c, \bar{d}_c	15, 30.936				15, 6.835 7			
$\eta(R_1, \hat{R}_2)$	0.598 14 (0.7, 0.789 5)				0.565 65(0.7, 0.590 6)			
Gap_1, Gap_2	0.084 78, 0.126 3				0.084 78, 0.309 0			

以上结果表明，JLDPC 码的渐进性能优于 BE-LDPC 码和 SP 码。当 R_1 和 R 相差较小时，中继离目的端较近，中继生成少量校验比特就可以协助目的端成功译码，因此，JLDPC 码的渐进性能与 BE-LDPC 码相差不大。当 R_1 和 R 相差较大时，中继离目的端的距离较远，中继需要产生较多冗余比特才能协助目的端成功译码，此时 JLDPC 码的渐进性能明显优于 BE-LDPC 码。SP 码是 BE-LDPC 码和 LDPC 子码的组合码，由于采用独立优化，LDPC 子码具有较好的渐进性能，因此，SP 码的渐进性能优于 BE-LDPC 码。然而 SP 码的渐进性能很大程度上仍然取决于 BE-LDPC 码，当 R_1 和 R 相差较大时，SP 码渐进门限与理论值之差较大。由于 JLDPC 码视信源和中继子码为总码字的不同部分，渐进性能与目的端接收消息的平均值相关，因此，JLDPC 码的渐进性能更优。

4.3 误码性能分析

为了比较 JLDPC 码与 BE-LDPC 码、SP 码的误码性能。发送序列采用 BPSK 调制，信道为加性白高斯噪声(AWGN)信道。仿真时，码长度等于 10^4 ，和积译码算法的最大迭代次数为 100，每个信噪比下统计错误帧等于 200，校验矩阵采用随机构造，内部无 4 环，信源和中继采用相同比特发射功率。

图 2 和图 3 中，码 C 和码 D 表示 JLDPC 码；BE-LDPC1 和 BE-LDPC2 表示 BE-LDPC 码；SPC1 和 SPC2 表示 SP 码。BE-LDPC1、SPC1 和码 C 的信道条件为 L_1 ；BE-LDPC2、SPC2 和码 D 的信道条件为 L_2 。图 2 和图 3 中可以看出，当误码率等于 10^{-4} 时，码 C 和码 D 较 BE-LDPC 码获得约 0.3dB、0.5dB 的增益，码 E 和码 F 分别较 SP 码获得 0.7dB、0.9dB 增益。因此，JLDPC 码的误码性能优于 BE-LDPC 码和 SP 码，主要原因有：1) SP 码

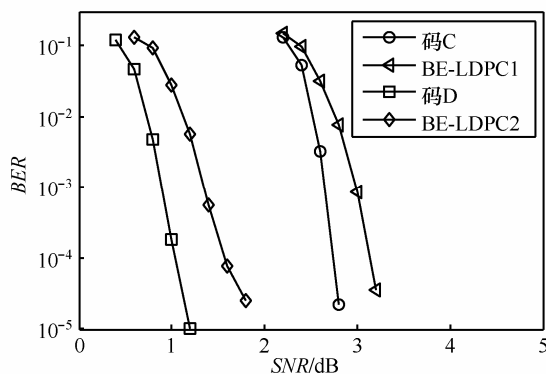


图2 JLDPC 码与 BE-LDPC 码误码性能比较

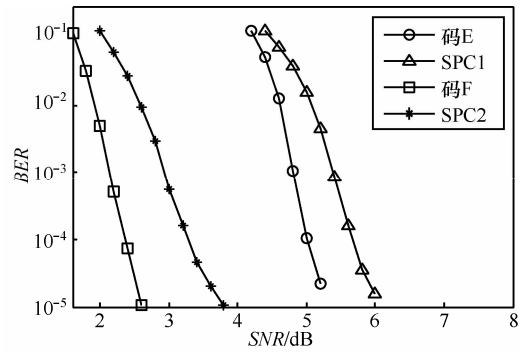


图3 JLDPC 码与 SP 码误码性能比较

和 BE-LDPC 码的误码性能严重依赖目的端对中继子码的译码，目的端对中继子码的译码错误降低了 SP 码和 BE-LDPC 码的整体误码性能，而 JLDPC 码误码性能仅与平均对数释然比消息相关；2)在 SP 码和 BE-LDPC 码中，中继对非零校验比特独立编码，并且在 SP 码中，中继还产生包含信息比特的独立 LDPC 子码。当码长固定时，SP 码和 BE-LDPC 码的误码率较高，而本文方法采用联合编译码方案，因此获得了更大的编码增益。

4.4 复杂度分析

在编码复杂度方面，由于 JLDPC 码因子图的下层校验矩阵结构较 BE-LDPC 码复杂，JLDPC 码编码复杂度略高于 BE-LDPC 码。在译码复杂度方面，JLDPC 码译码矩阵维数大于 BE-LDPC 码，译码复杂度高于 BE-LDPC 码。而 SP 码可视为 BE-LDPC 码与传统 LDPC 码的组合码，编译码复杂度高于 BE-LDPC 码，低于 JLDPC 码。

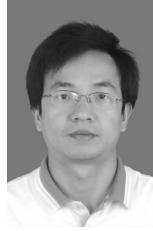
5 结束语

本文提出了一种应用于 DF 半双工中继信道下的 JLDPC 码，该算法采用联合编码结构，使信源和中继子码为 JLDPC 码的一部分，通过优化编码结构变量点与校验点之间连线的网络结构，得到了一组不同中继信道条件下的 JLDPC 码。仿真结果表明，新编码算法渐进性能和误比特性能均优于 BE-LDPC 码和 SP 码，特别是当 R_1 和 R 相差较大时，JLDPC 码较 BE-LDPC 码和 SP 码获得了更大的编码增益。由于 JLDPC 码的校验矩阵维数较大且结构相对复杂，JLDPC 码的编译码复杂度高于 BE-LDPC 码及 SP 码，在后续工作中将进一步研究 JLDPC 码的快速编译码优化方法。

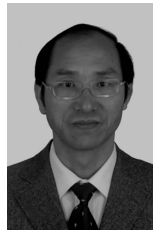
参考文献:

- [1] ISHIBASHI K, ISHII K, OCHIAI H. Dynamic coded cooperation using multiple turbo codes in wireless relay networks[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2011, 5(1):197-207.
- [2] YOUSSEF R, GRAELL I, AMAT A. Distributed serially concatenated codes for multi-source cooperative relay networks[J]. IEEE Transactions on Communications, 2011, 10(1):1536-1276.
- [3] LI J, YUAN J H, MALANCY R. Full-diversity binary frame-wise network coding for multiple-source multiple-relay networks over slow-fading channels[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2012, 61(3):1346-1360.
- [4] XU X, FIANAGAN M F, GOERTZ N, *et al.* Joint channel and network coding for cooperative diversity in a shared-relay environment[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(8):2420-2423.
- [5] KONG L K, SOON X N, MAUNDER R G, *et al.* Maximum-throughput irregular distributed space-time code for near-capacity cooperative communications[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2010, 59(3):1511-1517.
- [6] HU J, DUMAN T M. Low density parity check codes over wireless relay channels[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2007, 6(9):3384-3394.
- [7] RAZAGHI R, WEI Y. Bilayer low-density parity-check codes for decode-and forward in relay channels[J]. IEEE Trans Inform Theory, 2007, 53(10):3723-3739.
- [8] CANCES J, MEGHDADI V. Optimized low density parity check codes designs for half duplex relay channels[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(7):3390-3395.
- [9] AZMI M H, YUAN J. Design of multi-edge type bilayer-expurgated LDPC codes[A]. IEEE International Symposium on Information Theory[C]. 2009. 1988-1992.
- [10] AZMI M H, YUAN J, GOTTFRIED L. Design of multi-edge-type bilayer-expurgated LDPC codes for decode-and-forward in relay channels[J]. IEEE Transactions on Communications, 2011, 59(11): 2993-3006.
- [11] NGUYEN T V, NOSRATINIA A, DIVSALAR D. Bilayer protograph codes for half-duplex relay channels[A]. IEEE International Symposium on Information Theory[C]. 2010. 948-952.
- [12] MADHUKUMAR A S, TIO S D, KURNIAWAN E. Throughput optimization in cooperative communications based on incremental relaying[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2011, 60(1): 317-323.
- [13] ARDAKANI M, KSCHISCHANG F R. A more accurate one-dimensional analysis and design of irregular LDPC codes[J]. IEEE Transactions on Communications, 2004, 52(12):2106-2114.
- [14] 李二保, 雷菁, 徐富兵. 非规则 LDPC 度分布优化设计[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(11):2788-2791.
- LI E B, LEI J, XU F B. Design and optimization of degree distributions of irregular LDPC[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2008, 30(11):2788-2791.
- [15] GONG L, GUI L, LIU B, *et al.* Improve the performance of LDPC coded QAM by selective bit mapping in terrestrial broadcasting system[J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2011, 57(2):263-269.

作者简介:



陈紫强 (1973-), 男, 湖南益阳人, 西安电子科技大学博士生, 主要研究方向为信道编码、协同通信。



欧阳缙 (1960-), 男, 江西安福人, 西安电子科技大学教授、博士生导师, 主要研究方向为自适应信号处理、通信信号处理及神经网络等。



肖海林 (1975-), 男, 湖北黄陂人, 桂林电子科技大学教授, 主要研究方向为通信信号处理、MIMO 通信。



谢跃雷 (1975-), 男, 河北邯郸人, 桂林电子科技大学副教授, 主要研究方向为通信信号处理。