

# 生物芯片中周期性电渗驱动液体薄膜的流动特性<sup>1)</sup>

唐文跃 胡国辉<sup>2)</sup>

(上海大学上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072)

**摘要** 研究了二维周期性电渗驱动液体薄膜的流动特性. 以 Debye-Hückel 假设近似下线性化的 Poisson-Boltzmann 方程描述双电层电动势分布和电荷密度的分布关系, 与黏性不可压缩流体 Navier-Stokes 方程相耦合, 得到流体在自由面与固壁之间的周期电渗流流场的精确解. 结果显示, 薄膜内速度振幅与流体黏性密切相关, 雷诺数越大, 速度振幅就越小. 该文还细致分析了雷诺数和自由面  $\zeta$  电势对自由面的流速振幅和薄膜内速度相位差的影响.

**关键词** 双电层, 自由面, 周期性电渗流, 雷诺数

**中图分类号:** O35 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2012)03-0600-07

## 引 言

微流控芯片实验室 (lab-on-chip) 是能够同时把生物化学样品的采样、混合、传输、反应、分离、检测等基本操作集成为一体的几平方厘米大小的芯片. 微尺度的特点使得芯片有样品消耗少、响应快、多列阵等特点, 在医学、生物、化学分析等领域有着光明的应用前景.

随着微流控芯片研发技术的发展, 芯片中的微流体的驱动和精确控制引起人们的极大兴趣. 电渗驱动和压力驱动是两种主要的微流体驱动手段<sup>[1]</sup>. 微流体在压力驱动过程中, 由于沿程阻力随管道直径的下降急剧上升, 使得驱动效率大大降低. 相比较而言, 电渗驱动更具有效率、便于控制和系统集成. 与压力驱动而形成的 Poiseuille 流相比, 电渗流形成的速度场横截面呈现近似平坦状分布, 更有利于芯片内样品的传输.

电渗现象最早是 Reuss 研究流体在外电场作用下渗透多孔介质时发现的<sup>[2]</sup>. 与流体在宏观尺寸的通道中的流动不同, 在微通道内的电动流体中, 必须考虑双电层对流动的影响. 当电解质溶液与通道壁面接触时, 壁面表面会被极化产生静电荷. 壁面电荷吸引溶液中的反离子, 于是在液固表面附近产生纳米尺度的双电层. 双电层内的流体由于受到外电场

库仑力的作用, 在固壁处产生电渗速度, 双电层外的流体由于黏性力的拖曳作用而发生流动, 这就是电渗流产生的机制<sup>[3]</sup>. 微通道内的离子分布可以用 Nernst-Planck(NP) 方程<sup>[4]</sup>来描述, 在一定条件下可以简化成 Gouy-Chapman 模型<sup>[3]</sup>, 这时电场分布可以用非线性的 Poisson-Boltzmann(PB) 方程刻画. 目前, 大量的研究致力于将其与 Navier-Stokes (NS) 方程耦合, 并利用 Debye-Hückel 假设把 PB 方程近似地线性化, 得到各种几何形状的微管道中电渗流的定常解<sup>[5-8]</sup>和周期解<sup>[9-12]</sup>. 许多学者基于多物理场方法, 对管道中的电渗流特性进行了数值研究<sup>[13-14]</sup>.

与定常的外电场作用相比, 微通道中周期电渗流可以提高生物液体和试剂液体的混合效率, 且医学领域中许多人体反应都与周期性电渗流有关, 近年来关于周期外电场下的电渗流引起广泛关注. Dutta 和 Beskok<sup>[9]</sup>解析求得了两平板之间的二维周期性电渗流的解析解, Wang 等<sup>[15]</sup>得到了矩形截面微通道中的周期性电渗流的半解析解. 这些结果显示, 周期电渗流和定常电渗流特性有许多差异. 定常电渗流在双电层外的流速均匀, 通道速度剖面呈栓塞状, 而周期电渗流的流场随时间周期性变化, 越远离双电层, 流速振幅越小, 剖面呈“凹”形. 雷诺数越大, 这种趋势就越明显. 在此基础上, 由于管道中流体可能存在电导率梯度, 将引起电流动不稳定,

2011-01-28 收到第 1 稿, 2011-09-09 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金项目 (10872122), 上海市科委重大项目 (10dz2212600), 教育部博士点基金项目 (20103108110004) 和教育部长江学者创新团队项目 (IRT0844) 资助.

2) E-mail: ghhu@staff.shu.edu.cn

影响芯片中流体的混合特性，并导致一些有趣的流体动力学现象<sup>[16-17]</sup>。

对于非极性溶液，由于电导率较低，没有足够的离子在壁面附近形成双电层，所以电渗驱动存在一定的困难。Brask<sup>[18]</sup>提出了“双流体输运”的概念，即利用极性溶液的电渗流动以及黏性力间接地驱动非极性溶液。因此，电渗流驱动过程中的两层流体的液-液界面与液体自由面问题，是芯片实验室研究中的重要领域。一些学者以此为着眼点，理论探讨了双层电渗流的解析解及其稳定性特性<sup>[19-21]</sup>。但是，现有的研究一般假设流体界面是不变形的，或者没有考虑电场的影响以及在界面上引起的 Maxwell 应力。Choi 等<sup>[22]</sup>提出运用电流体力学中的 Taylor-Melcher 理论<sup>[23]</sup>，将流体处理成漏电介质，可能有助于克服其中的困难，并得到了电渗驱动液体薄膜的定常解析解。

本文将研究电渗驱动固体平板上的液体自由面问题，考虑界面上由电场引起的 Maxwell 应力和流体动力学应力，将 Choi 等<sup>[22]</sup>的工作推广到周期电场的情况，并分析其中的流动特性。

## 1 薄膜电渗流的控制方程以及边界条件

图 1 是电渗驱动液体薄膜的示意图。在本研究中，考虑不可压缩牛顿流体为漏电介质，忽略焦耳热对流场和离子分布的影响、流场和外加电场对离子分布的影响，且溶液中正负离子的扩散系数为相等的常数。

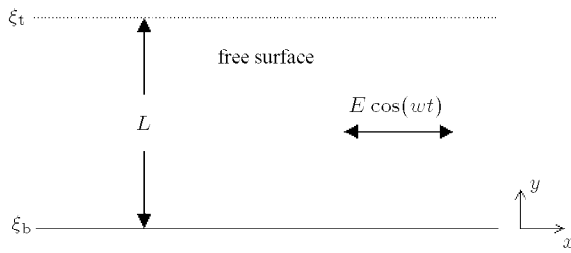


图 1 二维周期电渗驱动薄膜示意图

Fig.1 The sketch of two-dimensional periodic electroosmosis-driven film

根据静电学，系统中双电层电动势  $\varphi$  与电荷密度  $\rho_e$  的关系满足 Poisson 方程，根据 Gouy-Chapman 模型<sup>[3]</sup>，自由电荷满足 Boltzmann 分布，于是得到了关于双电层电动势的 PB 方程

$$\nabla^2 \varphi = \frac{2n_0 z e}{\varepsilon \varepsilon_0} \sinh\left(\frac{ze\varphi}{k_b T}\right) \quad (1)$$

式中， $n_0$  为双电层无穷远处的电荷密度， $e$  为电子电荷， $z$  为离子价， $\varepsilon$  和  $\varepsilon_0$  分别为流体和真空的介电常数， $k_b$  是 Boltzmann 常数， $T$  为系统的温度。需要注意的是，PB 方程的成立只限于对称电解质溶液。

PB 方程是描述离子输运的 NP 方程<sup>[4]</sup>在热力学平衡假设下的简化，它们都可以用来描述电渗流的双电层电动势的分布，且都没有考虑焦耳热对离子分布和流场的影响。但是，和 NP 方程相比，PB 方程忽略了流场对离子分布的影响。

方程 (1) 是非线性方程，通常利用 Debye-Hückel 近似对其进行线性化。假设在电动势比较小的情况下  $((ze\varphi)/(k_b T) \ll 1)$ ，该方程可以简化为<sup>[3]</sup>

$$\nabla^2 \varphi = \frac{2n_0 z^2 e^2 \varphi}{\varepsilon \varepsilon_0 k_b T} = \frac{\varphi}{\lambda_D^2} \quad (2)$$

其中，常数  $\lambda_D = (\varepsilon \varepsilon_0 k_b T / 2n_0 e^2 z^2)^{1/2}$  代表双电层的特征厚度，是由温度、溶液离子浓度等参数决定的。

由于假设流体是漏电介质<sup>[23]</sup>，在外电场的作用下，自由电荷会聚集在自由面处，且吸引溶液中异电荷，因此在自由面处也会产生双电层的效应。故方程 (2) 的边界条件为

$$\begin{aligned} \varphi &= \xi_b, \quad y = 0 \\ \varphi &= \xi_t, \quad y = L \end{aligned} \quad (3)$$

式中， $\xi_b, \xi_t$  分别为固壁和自由面的  $\zeta$  电势。

黏性不可压缩流体的 Navier-Stokes 方程如下

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{v}_t + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}) &= -\nabla p + \rho_e \mathbf{E} + \mu \nabla^2 \mathbf{v} \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

式中， $\rho, \mu, p$  分别表示流体的密度、黏性系数和压力，电荷密度  $\rho_e = -2n_0 z e \sinh(ze\varphi/k_b T)$ ， $\mathbf{v} = (u, v)$  为速度矢量， $\mathbf{E}$  为外加电场强度。

在自由面上，动力学边界条件需要同时考虑流体的应力张量  $\boldsymbol{\tau}$  和电场引起的 Maxwell 张量  $\mathbf{T}$ <sup>[24]</sup>，它们分别写成

$$\boldsymbol{\tau} = -p\mathbf{I} + \mu[\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T] \quad (5)$$

$$\mathbf{T} = \varepsilon \varepsilon_0 [\mathbf{E}\mathbf{E} - \frac{1}{2}|\mathbf{E}|^2 \mathbf{I}] \quad (6)$$

其中， $\mathbf{I}$  为单位矩阵。

速度在固壁  $y = 0$  上的边界条件为

$$\mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (7)$$

在本文中由于自由面  $h(x, t) = L$  为常数, 则在  $y = L$  上运动学边界条件可以忽略. 动力学边界条件, 即黏性应力、Maxwell 应力和表面张力平衡, 可以表述为

$$\mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\tau} + \mathbf{T}) = \kappa \sigma \mathbf{n} \quad (8)$$

其中,  $\mathbf{n}, \kappa$  和  $\sigma$  分别表示自由面的法向量、曲率和表面张力. 若自由面为常数, 上式可以简化为  $\mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\tau} + \mathbf{T}) \cdot \mathbf{t} = 0$ , 其中  $\mathbf{t}$  为自由面的切向量.

假设系统在外加水平方向电场  $E_x = \text{Re}(E_0 \exp(i\omega t))$  作用下, 仅有  $x$  方向速度分量, 且忽略内部电场对流场的影响, 则流体的动量方程简化为一维的形式

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \mu \nabla^2 u + \rho_e E_0 \quad (9)$$

假设周期电渗流速度可以写成如下形式

$$u = \text{Re}(u_0(y) \exp(i\omega t)) \quad (10)$$

其中  $u_0$  为复振幅. 把上式带入控制方程 (9) 以及边界条件 (7),(8) 中, 且将电荷密度、电动势、速度、长度进行无量纲化

$$\rho_e^* = -\frac{\rho_e L^2}{\varepsilon \varepsilon_0 \xi_b}, \quad \varphi^* = \frac{\varphi}{\xi_b}, \quad u_0^* = \frac{u_0 \mu}{\varepsilon \varepsilon_0 \xi_b E_0}, \quad \eta = y/L$$

整理后得到电动势的无量纲控制方程

$$\frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial \eta^2} = \rho_e^* \quad (11)$$

$$\rho_e^* = \alpha^2 \varphi^* \quad (12)$$

其中  $\alpha = L/\lambda_D$  是薄膜高度与双电层厚度之比. 电动势在固壁和自由面的边界条件分别为

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= 1, & \eta &= 0 \\ \varphi &= z, & \eta &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中,  $z = \xi_t/\xi_b$ . 无量纲后的流体运动方程

$$\frac{\partial^2 u_0^*}{\partial \eta^2} - i Re u_0^* = \frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial \eta^2} \quad (14)$$

其中雷诺数  $Re = \frac{\rho \omega L^2}{\mu}$ , 交变的外电场频率越大, 雷诺数就越大. 速度在固壁的无滑移边界条件和自由面上的动力学边界条件分别是

$$u_0^* = 0, \quad \eta = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial u_0^*}{\partial \eta} - \frac{\partial \varphi^*}{\partial \eta} = 0, \quad \eta = 1 \quad (16)$$

## 2 液体薄膜中周期电渗流精确解

控制方程 (11) 和 (12) 的解可以表示为

$$\varphi^* = A_1 \exp(\alpha \eta) + A_2 \exp(-\alpha \eta) \quad (17)$$

其中,  $A_1, A_2$  为待定常数. 将上式代入边界条件 (13), 可以求出

$$A_1 = \frac{z - \exp(-\alpha)}{\exp \alpha - \exp(-\alpha)}, \quad A_2 = \frac{\exp \alpha - z}{\exp \alpha - \exp(-\alpha)}$$

方程 (14) 的解可表示为齐次方程的通解和方程 (14) 的特解之和, 即  $u_0^* = u_{0c}^* + u_{0p}^*$ . 设  $\beta^2 = Re i$ , 则  $u_{0c}^*, u_{0p}^*$  分别表示为以下形式

$$u_{0c}^* = C_1 \exp(\beta \eta) + C_2 \exp(-\beta \eta) \quad (18)$$

$$u_{0p}^* = D_1(\eta) \exp(\beta \eta) + D_2(\eta) \exp(-\beta \eta) \quad (19)$$

其中  $C_1, C_2, D_1(\eta), D_2(\eta)$  是待定的. 根据常数变易法,  $D_1(\eta), D_2(\eta)$  必须满足条件

$$\frac{dD_1(\eta)}{d\eta} \exp(\beta \eta) + \frac{dD_2(\eta)}{d\eta} \exp(-\beta \eta) = 0 \quad (20)$$

将式 (19) 代入控制方程 (14) 中, 得到

$$\frac{dD_1(\eta)}{d\eta} \exp(\beta \eta) - \frac{dD_2(\eta)}{d\eta} \exp(-\beta \eta) = \frac{1}{\beta} \frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial \eta^2} \quad (21)$$

将方程 (20), (21) 联立得到

$$\frac{dD_1(\eta)}{d\eta} = \frac{1}{2\beta} \frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial \eta^2} \exp(-\beta \eta) \quad (22)$$

$$\frac{dD_2(\eta)}{d\eta} = -\frac{1}{2\beta} \frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial \eta^2} \exp(\beta \eta) \quad (23)$$

于是积分得到

$$\left. \begin{aligned} D_1(\eta) &= \frac{1}{2\beta} \left[ \frac{A_1 \alpha^2}{\alpha - \beta} \exp(\alpha \eta - \beta \eta) - \frac{A_2 \alpha^2}{\alpha + \beta} \exp(-\alpha \eta - \beta \eta) \right] - \\ &\quad \frac{1}{2\beta} \left( \frac{A_1 \alpha^2}{\alpha - \beta} - \frac{A_2 \alpha^2}{\alpha + \beta} \right) \\ D_2(\eta) &= -\frac{1}{2\beta} \left[ \frac{A_1 \alpha^2}{\alpha + \beta} \exp(\alpha \eta + \beta \eta) - \frac{A_2 \alpha^2}{\alpha - \beta} \exp(-\alpha \eta + \beta \eta) \right] + \\ &\quad \frac{1}{2\beta} \left( \frac{A_1 \alpha^2}{\alpha + \beta} - \frac{A_2 \alpha^2}{\alpha - \beta} \right) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

最后，从边界条件 (15), (16) 可以得到

$$C_1 = \left[ A_1 \alpha \exp \alpha - A_2 \alpha \exp(-\alpha) + D_2(1) \beta \exp(-\beta) - D_1(1) \beta \exp \beta \right] / \left[ \beta \exp \beta + \beta \exp(-\beta) \right], \quad C_1 = -C_2 \quad (25)$$

至此，得到了周期电场驱动的液体薄膜电渗流的解析解。

### 3 结果分析

本节通过分析得到的解析解，研究在不同雷诺数以及自由面  $\zeta$  电势的情况下，液体薄膜中周期电渗流流速的分布，以及对自由面速度、速度相位差的影响。根据表达式 (24),(25)，周期性电渗流振幅分布取决于薄膜厚度与双电层特征厚度之比  $\alpha$ 、雷诺数  $Re$ 、自由面  $\zeta$  电势  $z$  等参数。

图 2 是在 Debye-Hückel 近似假设下，自由面电动势对薄膜内电荷密度分布的影响。结果表明，电荷密度主要集中在固壁和自由面上。在远离固壁和自由面处，电荷密度几乎趋近零。这就意味着，在电荷密度为零的区域中，周期性外电场产生的周期性电场力在这一区域不起主要作用，而惯性力是占主导因素的。反之在固壁和自由面附近，由于电荷密度比较大，周期性电场力就占了主导作用，所以可以推断在周期性变化的外电场下，双电层内外流体流动的相位角会有很大的差异。

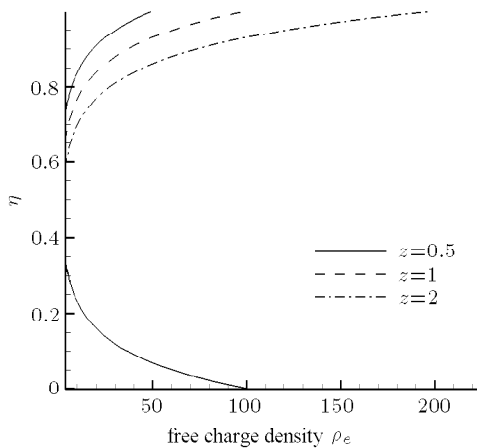
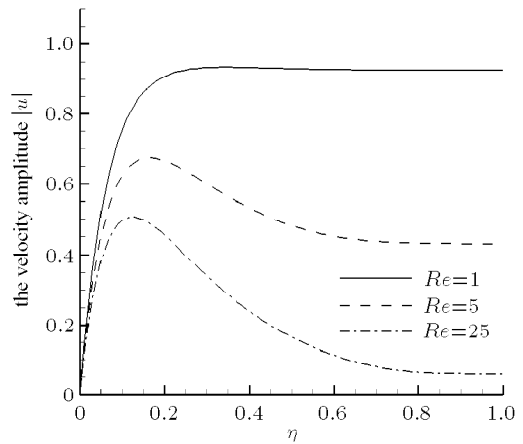


图 2 不同的  $\zeta$  电势所对应电荷密度沿着垂向高度分布

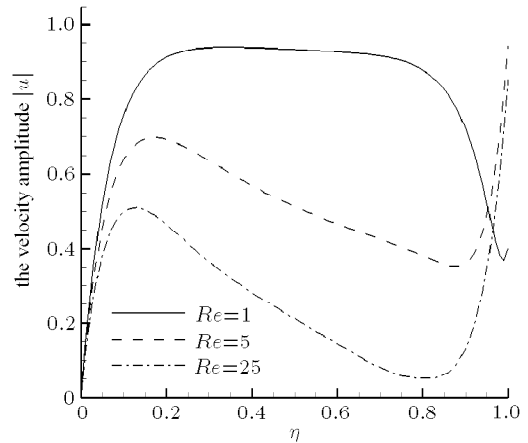
Fig.2 Profiles of free charge density in vertical direction for different  $\zeta$  potentials

图 3 是不同雷诺数下流场速度的振幅随薄膜高度的变化。从图中可以看出，靠近双电层的区域中，

速度振幅的变化梯度比较大，沿着垂直方向越远离双电层，变化趋于缓和。雷诺数越大，固壁附近双电层中流体速度越小，流体内部的电渗流速度也会变小。这是由于雷诺数较大意味着流体黏性减小，对中心流体的拖曳作用减弱。若自由面的  $\zeta$  电势不为零 (图 3(b))，则此处同样出现电渗现象，速度变化非常剧烈，雷诺数较低时速度振幅下降，而雷诺数较高时速度振幅上升。通过比较图 3(a) 和图 3(b)，发现自由面双电层电动势的变化对流场中心区域的流场分布作用很小，只影响到边界附近的流体速度。



(a)  $z = 0$



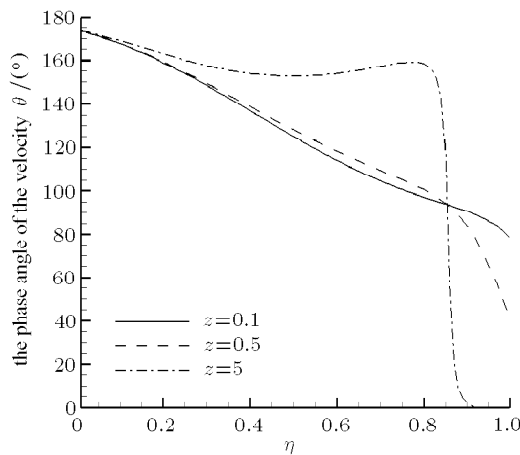
(b)  $z = 1$

图 3 不同雷诺数时速度振幅沿着垂向高度的分布

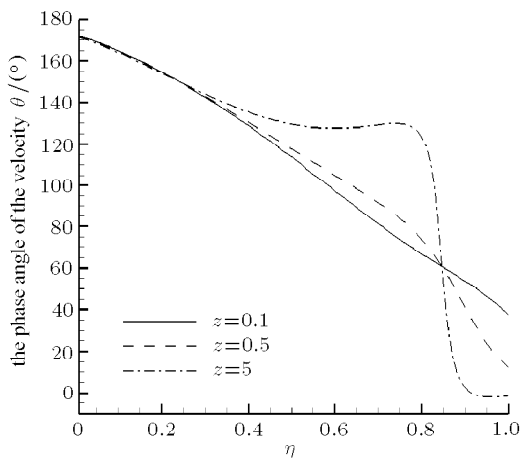
Fig.3 Profiles of velocity amplitude in vertical direction for different Reynolds numbers

另外，分析了流场内速度场与周期性外电场的相位差  $\theta$  随自由面电动势以及雷诺数的变化规律。引起周期电渗流动中存在相位差的原因非常复杂，包括自由面上 Maxwell 应力、流体黏性、电荷密度在区域内分布的不均匀性以及由此导致的双电层内

外区域的周期性库仑力在时间和空间上的变化. 从图 4 可以看出, 固壁附近双电层内的电渗速度与周期性外电场的相位差  $\theta$  为  $180^\circ$ , 这意味着当地的瞬态速度始终与外电场方向相反, 这是因为本文采用的模型在固壁附近带负离子所导致的. 当雷诺数  $Re$  增大时, 黏性的拖曳效应变弱, 流体内部的相位差变大. 自由面的  $\zeta$  电势主要对附近流体的速度相位差产生影响.  $z$  越大, 自由面处的相位差  $\theta$  就越接近于  $0$ , 这是由于 Maxwell 应力在自由面处的作用. 当  $z$  充分大且大于零时, 自由面速度的相位差  $\theta$  为  $0$ , 即此时自由面与固壁的瞬态流体速度方向始终相反.



(a)  $Re = 5$



(b)  $Re = 10$

图 4 速度相位差随垂直坐标的变化

Fig.4 The variation of velocity phase difference in vertical direction for different  $\zeta$  potentials

图 5 是在不同雷诺数的情况下, 自由面流体速度振幅随自由面双电层电动势的变化示意图. 值得

注意的是, 雷诺数稍大时 (图中大约为  $Re > 3$ ) 的情况下, 电渗速度振幅随电动势  $z$  呈线性变化, 即  $z$  越大, 电渗速度振幅越大. 若给定自由面的  $\zeta$  电势, 当  $z$  较小时, 自由面的电渗速度振幅随雷诺数的增加而减小, 这时固壁附近电渗的驱动效应较强; 而当  $z$  较大时, 自由面的电渗速度振幅随雷诺数的增加而升高, 并趋于常值, 这反映自由面附近的电渗运动起主要作用.

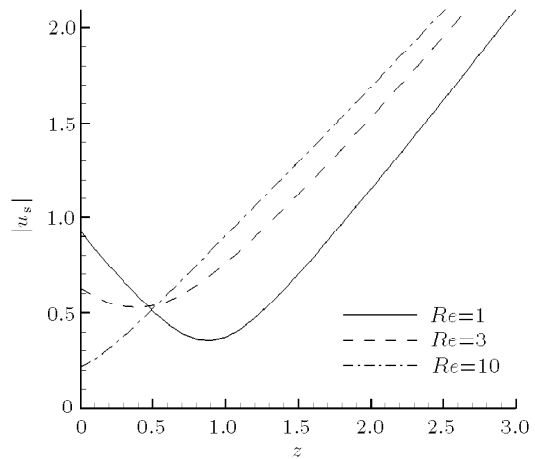


图 5 自由面电动势和自由面滑动速度振幅的关系图

Fig.5 Dependence of surface velocity amplitude on  $\zeta$  potential for different Reynolds numbers

实际上, 当  $z > 0$  时, 随着  $z$  的增大, 自由面电渗速度  $u_s$  与固壁附近的电渗速度的相位差逐渐接近  $180^\circ$ , 因此自由面上 Maxwell 应力的影响使自由面与固壁的瞬态速度方向相反, 这意味着此时流体在固壁附近的流动引起的黏性效应会阻碍自由面的流动速度. 另一方面, 当  $z$  增大时, 意味着自由面的电荷密度越大, 外电场引起的电场力越大, 自由面的速度就越大. 这种相互竞争的结果是自由面速度振幅随  $z$  的变化可能是非单调的.

### 4 结 论

本文基于线性化的 Poisson-Boltzmann 方程和黏性不可压缩流 Navier-Stokes 方程, 得到了固体平板上二维周期性电渗驱动液体薄膜流动的解析解. 在薄膜特征厚度与双电层特征厚度之比  $\alpha = 10$  的情况下, 本文讨论了周期性电渗流动特征以及自由面双电层电动势  $z$  以及雷诺数  $Re$  的影响. 我们发现周期电渗流速振幅大小分布与雷诺数有关. 在固壁附近, 雷诺数  $Re$  变大, 流体速度振幅就会变小, 与固壁与自由面的电动势之比  $z$  关系不大. 在自由面临近区域, 当  $Re$  较大时, 电渗速度振幅的大小与电动

势  $z$  呈线性关系; 当  $Re$  较小时, 电渗速度振幅随自由面电动势  $z$  的增大先减小后增大, 然后再随  $z$  呈线性增长. 电荷密度空间分布、自由面上的 Maxwell 应力引起流体内部的流动相位差. 流场的雷诺数越大, 黏性越小, 薄膜内相位差就越明显. 当自由面的  $\zeta$  电势增大, 自由面和固壁的速度相位差将会变大, 当自由面  $\zeta$  电势足够大的正值时, 两者的相位差接近  $180^\circ$ .

### 参 考 文 献

- Dutta P, Beskok A, Warburton TC. Numerical simulation of mixed electroosmotic/pressure driven micro flows. *Numerical Heat Transfer Part A*, 2002, 41: 131-148
- Reuss F. Sur un nouvel effet de le electricite glavanique. *Mem Soc Imp Nat Mosc*, 1809, 2: 327-37
- Ghosal S. Electrokinetic flow and dispersion in capillary electrophoresis. *Annu Rev Fluid Mech*, 2006, 38: 309-338
- Park HW, Lee JS, Kim TW. Comparison of the Nernst-Planck model and the Poisson-Boltzmann model for electroosmotic flows in microchannels. *J Colloid Interface Sci*, 2007, 315: 731-739
- Burgreen D, Nakache FR. Electrokinetic flow in ultrafine capillary slits. *J Phys Chem*, 1964, 68: 1084-1091
- Levine S, Marriott JR, Neale G, et al. Theory of electrokinetic flow in fine cylindrical capillaries at high zeta-potentials. *J Colloid Interface Sci*, 1975, 52: 136-149
- Tsao HK. Electroosmotic flow through an annulus. *J Colloid Interface Sci*, 2000, 225: 247-250
- Wang CY, Liu YH, Chang CC. Analytical solution of electro-osmotic flow in a semicircular microchannel. *Phys Fluids*, 2008, 20: 063105
- Dutta P, Beskok A. Analytical solution of time periodic electroosmotic flows: analogies to stokes' second problem. *Anal Chem*, 2001, 73: 5097-5102
- Ghosal S. Lubrication theory for electroosmotic flow in a microfluidic channel of slowly varying cross-section and wall charge. *Journal of Fluid Mechanics*, 2002, 459: 103-128
- Jian Y, Yang L, Liu Q. Time periodic electro-osmotic flow through a microannulus. *Physics of Fluids*, 2010, 22: 042001
- 吴健康, 王贤明. 生物芯片微通道周期性电渗流特性. *力学学报*, 2006, 38(3): 309-315 (Wu Jiankang, Wang Xianming. Flow behavior of periodical electroosmosis in microchannel for biochips. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2006, 38(3): 309-315 (in Chinese))
- 聂德明, 林建忠. 突扩微通道中流体电渗驱动的 LBM 模拟研究. *力学学报*, 2010, 42(5): 838-846 (Nie Deming, Lin Jianzhong. Lattice Boltzmann simulation of electroosmotic flows in microchannel with a sudden expansion. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2010, 42(5): 838-846 (in Chinese))
- 聂德明, 林建忠, 石兴. 弯管电渗流场的数值模拟及研究. *分析化学*, 2004, 32(8): 988-992 (Nie Deming, Lin Jianzhong, Shi Xing. Numerical simulation and research on the electroosmotic flow in the curve channel. *Chinese J Anal Chem*, 2004, 32(8): 988-992 (in Chinese))
- Wang XM, Chen B, Wu JK. A semianalytical solution of periodical electro-osmosis in a rectangular microchannel. *Phys Fluids*, 2007, 19: 127101
- Oddy MH, Antiago JG, Mikkelsen JG. Electrokinetic instability micromixing. *Analytical Chemistry*, 2001, 73: 5822-5832
- Suresh V, Homsy GM. Stability of time-modulated electroosmotic flow. *Physics of Fluids*, 2004, 16: 2349
- Brask A, Geranovic G, Mads J Jensen, et al. A novel electro-osmotic pump design for nonconducting liquids: theoretical analysis of flow rate-pressure characteristics and stability. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2005, 15: 883-891
- Ngoma GD, Erchiqui F. Pressure gradient and electroosmotic effects on two immiscible fluids in a microchannel between two parallel plates. *J Micromech Microeng*, 2006, 16: 83-91
- Gao Y, Weng FN, Yang C, et al. Transient two-liquid electroosmotic flow with electric charges at the interface. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 2005, 266: 117-128
- Joo SM. A nonlinear study on the interfacial instabilities in electro-osmotic flows based on the Debye-Hockel approximation. *Microfluidics and Nanofluidics*, 2008, 5: 417-423
- Choi W, Sharma A, Lim G, et al. Is free surface free in micro-scale electrokinetic flows. *Journal of Colloid and Interface Science*, 2010, 347: 153-155
- Saville DA. Electrohydrodynamics: the Taylor-Melcher leaky dielectric model annual. *Review of Fluid Mechanics*, 1997, 29: 27-64
- Uguz AK, Ozen O, Aubry N. Electric field effect on a two-fluid interface instability in channel flow for fast electric times. *Physics of Fluids*, 2008, 20: 031702

(责任编辑: 刘 丽)

## FLOW CHARACTERISTICS OF LIQUID FILMS DRIVEN BY PERIODIC ELECTRO-OSMOSIS IN BIOCHIPS<sup>1)</sup>

Tang Wenyue Hu Guohui<sup>2)</sup>

(*Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai University, Shanghai 200072, China*)

**Abstract** The flow of a thin film on a solid substrate driven by periodic electro-osmosis is studied in the present paper. To describe the relation between potential of electric double layer and charge density, the Poisson-Boltzmann equation is utilized under the Debye-Hückel approximation. An analytical solution for the film is obtained by solving the periodic electro-osmosis driven system, coupling with the Navier-Stokes equation for incompressible viscous fluid. Results indicate that amplitude of the flow velocity in the thin film strongly depends on the Reynolds number, i.e., the amplitude decreases as the Reynolds number increasing. The influence of the  $\zeta$  potential, as well as the viscosity, is also analyzed on the flow velocity at the free surface and phase difference of the oscillating velocity.

**Key words** electric double layer, free surface, periodical electro-osmosis, Reynolds number

---

Received 28 January 2011, revised 9 September 2011.

1) The project was supported by the National Natural Science Foundation of China (10872122), Science and Technology Commission of Shanghai Municipality (10dz2212600), Ph.D. Programs Foundation of Ministry of Education of China (20103108110004) and Program for Changjiang Scholars and Innovative Research Team in University (IRT0844).

2) E-mail: ghhu@staff.shu.edu.cn