文章编号: 1001-0920 (2013) 07-1037-04

基于二型三角诱导OWA算子的多准则决策方法

王坚强，韩知秋

(中南大学 商学院，长沙 410083)

摘 要: 定义了二型三角模糊数的相关概念、运算规则和可能度公式, 并针对隶属度难以用精确数进行衡量的多准则决策问题, 提出了基于二型三角诱导 OWA 算子的多准则决策方法. 该方法通过二型三角诱导 OWA 算子确定方案的综合准则值, 并由二型三角模糊数的可能度公式计算出综合准则值的排序, 进而得到方案的排序. 最后通过实例分析验证了所提出方法的有效性和可行性.

关键词: 多准则决策；二型三角模糊数；二型三角诱导 OWA 算子

中图分类号: C934　　**文献标志码:** A

Multi-criteria decision-making method based on triangular type-2 induced OWA operator

WANG Jian-qiang, HAN Zhi-qiu

(School of Business, Central South University, Changsha 410083, China. Correspondent：WANG Jian-qiang，E-mail: jqwang@csu.edu.cn)

Abstract：The concepts, operating rules and possibility degree of triangular type-2 fuzzy numbers are proposed. For the problem of the multi-criteria decision making that the uncertainty of the criteria values is difficult to give with an accurate number, triangular type-2 fuzzy number is used to show the decision information. And multi-criteria decision-making method based on triangular type-2 induced OWA operator is proposed. In this method, the comprehensive criteria are attained by using the triangular type-2 induced OWA operator. Then the ranking of alternatives is obtained by using the possibility degree. Finally, an example analysis shows the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Key words：multiple-criteria decision-making；triangular type-2 fuzzy number；triangular type-2 induced OWA operator

0 引 言

在实际决策中存在着大量的模糊信息, 使得已有的精确决策方法常常变得不可行. 为此, Zadeh[1]提出了模糊集理论, 并已成功地应用于多准则决策问题[2]. 在模糊多准则决策中, 应用模糊数表示准则值和权重值能更有效地表示决策信息. 目前, 模糊多准则决策取得了众多研究成果[2-6], 如杨静等[4]针对准则权重未知而准则值为三角模糊数的决策问题, 提出了一种基于线性规划和投影技术的决策方法; Hejazi 等[5]使用模糊数进行了模糊风险分析; Nezhad 等[6]将梯形模糊数与 TOPSIS 方法相结合, 以解决多准则决策问题. 然而, 传统模糊集中的隶属度是精确数, 而在实际决策中有时隶属度是不确定的, 很难用精确数加以衡量. 为了进一步描述信息的不确定性, 人们提出了二型模糊集, 并在随后进行了广泛研究, 如 Hwang 等[7]提出了基于 Sugeno 积分的二型模糊集的相似度、包含度和熵; Walker 等[8]研究了二型模糊集中真值为非零函数的取大取小运算; Yang 等[9]将二型模糊集的相似度和包含度方法应用于聚类分析; Aisbett 等[10]分析了二型模糊集与多变量模型的关系. 二型模糊集也同样被应用于多准则决策问题, 如 Sevastjanov 等[11]综合了二型模糊集和二级模糊集, 并用于解决模糊多准则决策问题; Liu[12]提出了二型直觉模糊 Choquet 积分算子并用以决策; Chen 等[13]定义了区间二型模糊集的运算规则, 并提出了基于区间二型模糊集的推理方法, 用以处理多准则群决策问题.

在上述研究中, 隶属度大多以区间数的形式表示, 往往难以满足决策需求, 这是因为将隶属度表示

收稿日期: 2012-04-12；**修回日期:** 2012-10-29.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71271218)；国家创新研究群体科学基金项目(71221061).

作者简介: 王坚强(1963−), 男, 教授, 博士, 从事决策理论与应用、风险管理与控制等研究；韩知秋(1988−), 女, 硕士生, 从事决策理论与应用、信息管理的研究.

为区间数暗含了决策者对区间内所有元素的确定度是相同的, 显然不足以描述现实情况, 而用一组三角模糊数表示这些连续的隶属度则更加合理, 这种二型模糊数称为二型三角模糊数.

信息集结的方法极为重要. 一型模糊数的集结算子已经取得了很多成果[14-17], 诱导算子由于更加符合思维习惯, 近年来已引起人们广泛的关注, 如徐泽水等[18]使用Choquet积分来集结直觉模糊信息, 研究了诱导的直觉模糊集结算子; 魏贵武等[19-20]给出了诱导关联集结算子和诱导直觉模糊几何集结算子在多准则群决策中的应用; Su 等[21]给出了诱导直觉模糊OWA 算子在多准则群决策中的应用. 为此, 本文在研究二型三角模糊数运算规则和可能度公式的基础上, 将诱导算子应用于二型模糊多准则决策问题, 提出了基于诱导二型三角模糊集结算子的多准则决策方法.

1 二型三角模糊数

论域 X 上的二型模糊集定义为

$$\tilde{a}=\{((x,u),\gamma_{\tilde{u}_x}(x,u))|\forall x\in X,\ \forall u\in u_x\subseteq[0,1],\ 0\leqslant\gamma_{\tilde{u}_x}(x,u)\leqslant 1\}.$$

其中: u_x 称为主隶属度, $\gamma_{\tilde{u}_x}(x,u)$ 称为次隶属度.

定义 1 实数集上的二型三角模糊数

$$\tilde{a}=\langle[a,b,c];[\mu^L,\mu^M,\mu^R]\rangle,\ 0\leqslant\mu^L\leqslant\mu^M\leqslant\mu^R\leqslant 1,$$

其主隶属度函数为

$$\mu_{\tilde{a}}(x)=[\mu^L(x),\mu^M(x),\mu^R(x)]=\begin{cases}\dfrac{x-a}{b-a}[\mu^L,\mu^M,\mu^R],\ a\leqslant x\leqslant b;\\ \dfrac{c-x}{c-b}[\mu^L,\mu^M,\mu^R],\ b<x\leqslant c;\\ 0,\ \text{others}.\end{cases}\tag{1}$$

次隶属度函数为

$$\gamma_{\tilde{\mu}(x)}(\mu)=\begin{cases}\dfrac{\mu-\mu^L(x)}{\mu^M(x)-\mu^L(x)},\ \mu^L(x)\leqslant\mu\leqslant\mu^M(x);\\ \dfrac{\mu^R(x)-\mu}{\mu^R(x)-\mu^M(x)},\ \mu^M(x)<x\leqslant\mu^R(x);\\ 0,\ \text{others}.\end{cases}\tag{2}$$

其中: $0\leqslant\mu^L(x)\leqslant\mu^M(x)\leqslant\mu^R(x)\leqslant 1, 0\leqslant\gamma_{\tilde{\mu}(x)}\leqslant 1$. 二型三角模糊数的示意图如图 1 所示.

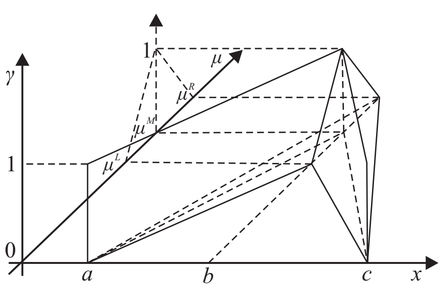

图 1 二型三角模糊数 $\tilde{a}$ 的示意图

定义 2 设

$$\tilde{a}_1=\langle[a_1,b_1,c_1];[\mu_1^L,\mu_1^M,\mu_1^R]\rangle,$$
$$\tilde{a}_2=\langle[a_2,b_2,c_2];[\mu_2^L,\mu_2^M,\mu_2^R]\rangle$$

为两个二型三角模糊数, 而

$$||\tilde{a}_i||=\frac{a_i+2b_i+c_i}{4},\ a_i\geqslant 0,\ \mu_i^R\leqslant 1,\ i=1,2,$$

则有

$$\tilde{a}_1+\tilde{a}_2=\Big\langle[a_1+a_2,b_1+b_2,c_1+c_2];\frac{||\tilde{a}_1||\mu_1^L+||\tilde{a}_2||\mu_2^L}{||\tilde{a}_1||+||\tilde{a}_2||},\frac{||\tilde{a}_1||\mu_1^M+||\tilde{a}_2||\mu_2^M}{||\tilde{a}_1||+||\tilde{a}_2||},\frac{||\tilde{a}_1||\mu_1^R+||\tilde{a}_2||\mu_2^R}{||\tilde{a}_1||+||\tilde{a}_2||}\Big\rangle;\tag{3}$$

$$\tilde{a}_1-\tilde{a}_2=\Big\langle[a_1-c_2,b_1-b_2,c_1-a_2];\frac{||\tilde{a}_1||\mu_1^L+||\tilde{a}_2||\mu_2^L}{||\tilde{a}_1||+||\tilde{a}_2||},\frac{||\tilde{a}_1||\mu_1^M+||\tilde{a}_2||\mu_2^M}{||\tilde{a}_1||+||\tilde{a}_2||},\frac{||\tilde{a}_1||\mu_1^R+||\tilde{a}_2||\mu_2^R}{||\tilde{a}_1||+||\tilde{a}_2||}\Big\rangle;\tag{4}$$

$$\lambda\tilde{a}_1=\langle[\lambda a_1,\lambda b_1,\lambda c_1];[\mu_1^L,\mu_1^M,\mu_1^R]\rangle,\ \lambda\geqslant 0.\tag{5}$$

特别地, 当 $||\tilde{a}_1||=|\tilde{a}_2||=0$ 时, 有

$$\mu^s_{\tilde{a}_1+\tilde{a}_2}=\frac{\mu_{\tilde{a}_1}+\mu_{\tilde{a}_2}}{2},\ s=L,M,R.\tag{6}$$

定义 3 设

$$\tilde{a}_1=\langle[a_1,b_1,c_1];[\mu_1^L,\mu_1^M,\mu_1^R]\rangle,$$
$$\tilde{a}_2=\langle[a_2,b_2,c_2];[\mu_2^L,\mu_2^M,\mu_2^R]\rangle$$

为两个二型三角模糊数, $a_i\geqslant 0, i=1,2$, 若 $\tilde{a}_1$ 和 $\tilde{a}_2$ 满足 $0.5\leqslant P(\tilde{a}_1\geqslant\tilde{a}_2)\leqslant 1$, 则称 $\tilde{a}_1\geqslant\tilde{a}_2$, 否则 $\tilde{a}_1<\tilde{a}_2$. 其中

$$P(\tilde{a}_1\geqslant\tilde{a}_2)=\frac{\min\{l_1\mu_1+l_2\mu_2,\max((b_1+c_1)\mu_1-(a_2+b_2)\mu_2,0)\}}{l_1\mu_1+l_2\mu_2}$$

为 $\tilde{a}_1\geqslant\tilde{a}_2$ 的可能度, $l_i=c_i-a_i, \mu_i=\dfrac{\mu_i^L+2\mu_i^M+\mu_i^R}{4}$, $i=1,2$.

易证以下各式成立:

$$0\leqslant P(\tilde{a}_1\geqslant\tilde{a}_2)\leqslant 1,\tag{7}$$

$$P(\tilde{a}_1\geqslant\tilde{a}_1)=0.5,\tag{8}$$

$$P(\tilde{a}_1\geqslant\tilde{a}_2)+P(\tilde{a}_2\geqslant\tilde{a}_1)=1.\tag{9}$$

2 二型三角诱导 OWA 算子

定义 4 二型三角模糊数 $\tilde{a}=\langle[a,b,c];[\mu^L,\mu^M,\mu^R]\rangle$ 的信心水平定义为 $\beta=\mu^L+2\mu^M+\mu^R$.

定义 5 设 $\tilde{a}_i=\langle[a_i,b_i,c_i];[\mu_i^L,\mu_i^M,\mu_i^R]\rangle(i=1,2,\cdots,n)$ 为一组二型三角模糊数, $a_i\geqslant 0,\mu_i^R\leqslant 1$, 并设 $\text{ITT2OWA}:\varOmega^n\to\varOmega$, 若

$$\text{ITT2OWA}((\beta_1,\tilde{a}_1),(\beta_2,\tilde{a}_2),\cdots,(\beta_n,\tilde{a}_n))=\sum_{i=1}^n\omega_i\tilde{a}_{\theta(i)},$$

则称ITT2OWA为二型三角模糊诱导有序加权平均算子. 其中: Ω 为全体二型三角模糊数的集合; $\omega=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)^{\mathrm{T}}$ 为与ITT2OWA相关联的加权向量, $\omega_i\in[0,1]$, $\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_i=1, i=1,2,\cdots,n$; $\theta(i)$ 为 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n$ 中第 i 大的元素对应的下标, $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n$ 称为诱导变量.

定理 1　设 $\tilde{a}_i=\langle[a_i,b_i,c_i];[\mu_i^L,\mu_i^M,\mu_i^R]\rangle(i=1,2,\cdots,n)$ 为一组二型三角模糊数, $a_i\geqslant 0, \mu_i^R\leqslant 1, \tilde{a}_{\theta(i)}=\langle[a_{\theta(i)},b_{\theta(i)},c_{\theta(i)}];[\mu_{\theta(i)}^L,\mu_{\theta(i)}^M,\mu_{\theta(i)}^R]\rangle, \theta(i)$ 为 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n$ 中第 i 大的元素对应的下标, 则由ITT2OWA算子对 $\tilde{a}_i$ 集结后的结果仍为二型三角模糊数, 且有

$$\begin{aligned}&\mathrm{ITT2OW}A_\omega(\tilde{a}_i)=\\&\Big\langle\Big[\sum_{i=1}^{n}\omega_i a_{\theta(i)},\sum_{i=1}^{n}\omega_i b_{\theta(i)},\sum_{i=1}^{n}\omega_i c_{\theta(i)}\Big];\\&\Big[\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_i||\tilde{a}_{\theta(i)}||\mu_{\theta(i)}^L}{\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_i||\tilde{a}_{\theta(i)}||},\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_i||\tilde{a}_{\theta(i)}||\mu_{\theta(i)}^M}{\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_i||\tilde{a}_{\theta(i)}||},\\&\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_i||\tilde{a}_{\theta(i)}||\mu_{\theta(i)}^R}{\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_i||\tilde{a}_{\theta(i)}||}\Big]\Big\rangle,\end{aligned}\tag{10}$$

其中 $||\tilde{a}_{\theta(i)}||=\dfrac{a_{\theta(i)}+2b_{\theta(i)}+c_{\theta(i)}}{4}$.

3　基于二型三角诱导 OWA 算子的多准则决策方法

对于一多准则决策问题, 设有 m 个方案 $A=\{A_1,A_2,\cdots,A_m\}$, n 个决策准则 $C=\{C_1,C_2,\cdots,C_n\}$, 准则权重 $\omega=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)^{\mathrm{T}}, \omega_i\in[0,1], \sum\limits_{i=1}^{n}\omega_i=1$. 决策者以二型三角模糊数的形式给出方案的准则值, 其决策矩阵为 $R'=(r_{ij})$, 其中 $r_{ij}=\langle[\eta_{ij}^1,\eta_{ij}^2,\eta_{ij}^3];[\mu_{ij}^L,\mu_{ij}^M,\mu_{ij}^R]\rangle$, 试确定最佳方案.

上述问题的决策步骤如下:

Step 1: 规范化处理. 对决策矩阵进行规范化处理, 得到规范化的决策矩阵 $R=(\tilde{a}_{ij})$, 其中 $\tilde{a}_{ij}=\langle[a_{ij}^1,a_{ij}^2,a_{ij}^3];[\mu_{ij}^L,\mu_{ij}^M,\mu_{ij}^R]\rangle$. 对于效益型准则, 有

$$a_{ij}^k=\frac{\eta_{ij}^k-\min\limits_j\eta_{ij}^1}{\max\limits_j\eta_{ij}^3-\min\limits_j\eta_{ij}^1},$$
$$\mu_{\tilde{a}_{ij}}^s=\mu_{\tilde{\eta}_{ij}}^s,\ k=1,2,3,\ s=L,M,R.$$

对于成本型准则, 有

$$a_{ij}^k=\frac{\max\limits_j\eta_{ij}^3-\eta_{ij}^k}{\max\limits_j\eta_{ij}^3-\min\limits_j\eta_{ij}^1},$$
$$\mu_{\tilde{a}_{ij}}^s=\mu_{\tilde{\eta}_{ij}}^s,\ k=1,2,3,s=L,M,R.$$

Step 2: 计算信心水平矩阵. 诱导变量为准则的信心水平 β_i, 表示对准则的确定程度. 计算方案 $\tilde{a}_i$ 的信心水平 $\beta_i=\mu_i^L+2\mu_i^M+\mu_i^R$, 得到信心水平矩阵.

Step 3: 集成方案的准则值. 利用二型三角诱导OWA算子对方案 $\tilde{a}_i$ 的准则值进行集结, 得到方案 $\tilde{a}_i$ 的综合准则值

$$\tilde{z}_i=\mathrm{ITT2OW}A_\omega(\tilde{a}_{ij})=\sum_{j=1}^{n}\omega_j\tilde{a}_{i\theta(j)},$$

其中 $\theta(j)$ 为信心水平 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n$ 中第 j 大的元素所对应的下标.

Step 4: 方案排序. 利用定义3中的可能度公式进行两两比较, 得到 $\tilde{z}_i$ 的排序, 进而得到方案的排序.

4　实例分析

一家软件公司招聘一名系统分析师, 经过一系列的筛选后, 公司选出最优秀的3名应聘者 A_1, A_2 和 A_3, 并决定在他们之中招聘1名. 主要考虑5个效益型准则: 情绪稳定性 C_1、沟通能力 C_2、个性 C_3、工作经验 C_4 和自信程度 C_5, 准则权重为0.16, 0.25, 0.15, 0.32, 0.12. 决策者以二型三角模糊数的形式给出自己的判断以及判断的确定程度, 其决策信息如表1所示.

Step 1: 本例中的准则均为效益型, 且标度相同, 因此不需规范化处理.

Step 2: 计算方案 A_i 在各准则下的信心水平, 得到信心水平表(见表2).

Step 3: 利用ITT2OWA算子对方案 A_i 的准则值进行集结, 得到 A_i 的综合准则值为

$$\tilde{z}_1=\langle[6.4,8.0,9.5];[0.62,0.8,0.94]\rangle,$$
$$\tilde{z}_2=\langle[8.7,9.9,10];[0.6,0.7,0.88]\rangle,$$
$$\tilde{z}_3=\langle[7.1,8.9,9.9];[0.6,0.8,0.92]\rangle.$$

表 1　方案的准则值

准则	方案		
	A_1	A_2	A_3
C_1	$\langle[5,7,9];[0.7,0.9,1.0]\rangle$	$\langle[7,9,10];[0.6,0.8,0.9]\rangle$	$\langle[9,10,10];[0.4,0.9,1.0]\rangle$
C_2	$\langle[7,9,10];[0.5,0.7,0.8]\rangle$	$\langle[9,10,10];[0.6,0.8,1]\rangle$	$\langle[5,7,9];[0.4,0.7,0.8]\rangle$
C_3	$\langle[4,7,8];[0.5,0.7,1]\rangle$	$\langle[9,10,10];[0.6,0.7,0.8]\rangle$	$\langle[7,9,10];[0.6,0.9,1]\rangle$
C_4	$\langle[9,10,10];[0.9,1.0,1.0]\rangle$	$\langle[9,10,10];[0.8,0.9,1.0]\rangle$	$\langle[7,9,10];[0.9,1.0,1.0]\rangle$
C_5	$\langle[7,8,10];[0.5,0.7,0.9]\rangle$	$\langle[9,10,10];[0.3,0.5,0.7]\rangle$	$\langle[7,9,10];[0.6,0.7,0.8]\rangle$

表 2 信心水平表 R_2

准则	方案		
	A_1	A_2	A_3
C_1	3.5	3.1	3.2
C_2	2.7	3.2	2.6
C_3	2.9	2.8	3.4
C_4	3.9	3.6	3.9
C_5	2.8	2.0	2.8

Step 4: 方案排序. 利用可能度公式对 $\tilde{z}_i$ 进行比较, 得到

$$P(\tilde{z}_1 \geqslant \tilde{z}_2) = 0.016,$$
$$P(\tilde{z}_2 \geqslant \tilde{z}_3) = 0.65,$$
$$P(\tilde{z}_1 \geqslant \tilde{z}_3) = 0.25.$$

进而可知 $\tilde{z}_1 < \tilde{z}_2, \tilde{z}_2 \geqslant \tilde{z}_3, \tilde{z}_1 < \tilde{z}_3$. 因此方案的排序为 $A_2 \succ A_3 \succ A_1$.

由上述数据分析可知, 上述结果是合理的.

5 结 论

本文定义了二型三角模糊数的运算法则和可能度公式, 给出了基于二型三角诱导OWA算子的多准则决策方法, 并详细讨论了其实现步骤. 由于现实问题的复杂性以及人类思维的模糊性, 人们对自己所做的判断的确定程度常常是模糊的, 很难用精确的数字来衡量, 而用二型三角模糊数来反映决策信息则更为恰当. 因此, 基于二型三角模糊数的多准则决策方法更符合实际需要, 利用本文提供的方法求解模糊多准则决策问题能够更准确地反映真实情况.

参考文献(References)

[1] Zadeh L A. Fuzzy set[J]. Information and Control, 1965, 8(2): 338-353.

[2] Bellman R E, Zadeh L A. Decision-making in a fuzzy environment[J]. Management Science, 1970, 17(5): 141-164.

[3] Wang J W, Cheng C H, Huang K-C. Fuzzy hierarchical TOPSIS for supplier selection[J]. Applied Soft Computing, 2009, 9(1): 377-386.

[4] 杨静, 邱菀华. 基于投影技术的三角模糊数型多属性决策方法研究[J]. 控制与决策, 2009, 24(4): 637-640.
(Yang J, Qiu W H. Method for multi-attribute decision-making based on projection[J]. Control and Decision, 2009, 24(4): 637-640.)

[5] Hejazi S R, Doostparast A, Hosseini S M. An improved fuzzy risk analysis based on a new similarity measures of generalized fuzzy numbers[J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(8): 9179-9185.

[6] Nezhad S S, Damghani K K. Application of a fuzzy TOPSIS method base on modified preference ratio and fuzzy distance measurement in assessment of traffic police centers performance[J]. Applied Soft Computing, 2010, 10(4): 1028-1039.

[7] Hwang C M, Yang M S, Hung W L, et al. Similarity, inclusion and entropy measures between type-2 fuzzy sets based on the Sugeno integral[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2011, 53(9/10): 1788-1797.

[8] Walker C L, Walker E A. Sets with type-2 operations[J]. Int J of Approximate Reasoning, 2009, 50(1): 63-71.

[9] Yang M S, Lin D C. On similarity and inclusion measures between type-2 fuzzy sets with an application to clustering[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2009, 57(6): 896-907.

[10] Aisbett J, Rickard J T, Morgenthaler D. Multivariate modeling and type-2 fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2011, 163(1): 78-95.

[11] Sevastjanov P, Figat P. Aggregation of aggregating modes in MCDM: Synthesis of type 2 and level 2 fuzzy sets[J]. Omega, 2007, 35(5): 505-523.

[12] Liu H C. Type 2 Generalized intuitionistic fuzzy choquet integral operator for multi-criteria decision making[J]. Int Symposium on Parallel and Distributed Processing with Applications, 2010, 46: 605-611.

[13] Chen S M, Lee L W. Fuzzy interpolative reasoning for sparse fuzzy rule-based systems based on interval type-2 fuzzy sets[J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(8): 9947-9957.

[14] Beliakov G, Bustince H, Goswami D P, et al. On averaging operators for Atanassov's intuitionistic fuzzy sets[J]. Information Sciences, 2011, 181(6): 1116-1124.

[15] Zeng S, Su W. Intuitionistic fuzzy ordered weighted distance operator[J]. Knowledge-Based Systems, 2011, 24(8): 1224-1232.

[16] Xia M, Xu Z S. Hesitant fuzzy information aggregation in decision making[J]. Int J of Approximate Reasoning, 2011, 52(3): 395-407.

[17] Xu Z S. Approaches to multiple attribute group decision making based on intuitionistic fuzzy power aggregation operators[J]. Knowledge-Based Systems, 2011, 24(6): 749-760.

[18] Xu Z S, Xia M. Induced generalized intuitionistic fuzzy operators[J]. Knowledge-Based Systems, 2011, 24(2): 197-209.

[19] Wei G W, Zhao X. Some induced correlated aggregating operators with intuitionistic fuzzy information and their application to multiple attribute group decision making[J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39((2): 2026-2034.

(下转第1054页)