

漂浮基柔性空间机器人的鲁棒控制及振动抑制¹⁾

谢立敏²⁾ 陈力

(福州大学机械工程及自动化学院, 福州 350108)

摘要 讨论了漂浮基柔性空间机器人系统的动力学建模、运动控制算法设计以及关节、臂双重柔性振动的分级主动抑制问题. 利用系统动量、动量矩守恒关系和拉格朗日-假设模态法对系统进行动力学分析, 建立系统动力学方程. 基于奇异摄动法, 将系统分解为表示系统刚性运动部分的慢变子系统, 表示由柔性臂引起的系统柔性运动部分的快变子系统 1 和表示由柔性关节引起的系统柔性运动部分的快变子系统 2. 针对慢变子系统提出一种鲁棒控制方法来补偿系统参数的不确定性和柔性关节引起的转动误差, 实现系统期望运动轨迹的渐近跟踪; 针对快变子系统 1 采用线性二次型最优控制器来抑制由柔性臂引起的系统柔性振动; 针对快变子系统 2 设计了基于机械臂和电机转子的转角速度差值的反馈控制器来抑制由柔性关节引起的系统柔性振动. 因此, 系统的总控制律为以上 3 个子系统控制律的综合. 最后通过仿真实验证明了所提出的混合控制方法的有效性.

关键词 漂浮基空间机器人, 柔性关节, 柔性臂, 奇异摄动, 鲁棒

中图分类号: TP241 文献标识码: A 文章编号: 0459-1879(2012)06-1057-09

引言

空间机器人因其在空间活动中的重要作用而受到科学人员的密切重视, 有关空间机器人的动力学分析及控制方法研究也已取得了一定的成果. 但是目前大多数的研究是将空间机器人系统视为多刚体系统^[1-3]. 然而在空间实际应用当中, 空间机器人的机械臂的质量较轻、惯量较小, 在高速运动过程中容易发生柔性变形, 因此空间机器人的机械臂往往具有柔性^[4-5]. 同时, 空间机器人的机械臂与装配在关节处驱动机械臂运动的驱动电机转子之间的联接不可能为绝对刚性, 因此空间机器人的关节也往往具有柔性^[6-7]. 综上, 实际的空间机器人系统中机械臂和关节都存在着柔性. 因此, 实际的空间机器人系统应该为刚-柔耦合系统. 随着空间技术对轻质、高速、高精度的空间机器人的要求不断提高, 空间机器人在运动过程中产生的柔性变形对控制精度和稳定性的影响已不可忽视. 于是在对空间机器人系统进行研究时考虑柔性臂和柔性关节的存在就具有越来越重要的实际意义. 章定国等^[8]对柔性关节、柔性臂机器人进行了运动学、动力学分析, 并运用 Kane 法和假设模态法推导出系统动力学方程; Gao 等^[9]讨论了关节柔性和臂柔性对机械臂动力

学奇异的影响. Vakil 等^[10]利用假设模态法和 Lagrange 方程获得了柔性关节、柔性臂机器人的动力学模型, 并将系统分解为表示柔性臂、刚性关节的子系统 and 表示柔性关节的子系统. 但值得注意的是, 目前对同时具有柔性关节和柔性臂的系统研究主要集中于地面机器人, 而对空间机器人的研究还很少见. 尤其针对漂浮基空间机器人系统, 其载体为自由漂浮状态, 系统表现出非完整的动力学性质, 动力学方程与惯性参数之间不构成线性关系, 这种结构上的非线性和强耦合性使得惯常用于地面机器人的控制方法无法直接应用和推广到空间机器人的控制中. 因此, 具有柔性关节和柔性臂的漂浮基空间机器人的动力学分析和控制算法设计显得相当困难.

基于以上讨论, 本文同时考虑了柔性关节和柔性臂存在的情况, 研究了载体位置和姿态均不受控的漂浮基空间机器人系统的动力学建模过程、运动控制算法设计和双重柔性振动抑制问题. 利用动量、动量矩守恒关系和拉格朗日-假设模态法建立系统动力学方程. 基于奇异摄动法, 将系统分解为表示系统刚性运动部分的慢变子系统, 表示由柔性臂引起的系统柔性运动部分的快变子系统 1 和表示由柔性关节引起的系统柔性部分的快变子系统 2. 然后分别针对这 3 个子系统设计相应的控制算法来实

2012-05-24 收到第 1 稿, 2012-07-11 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金 (11072061, 10672040) 和福建省自然科学基金 (2010J01003) 资助项目.

2) E-mail: lucy_min@163.com

现系统期望运动轨迹的渐近跟踪和柔性振动抑制. 仿真实验证明了所提出的混合控制方法的有效性.

1 漂浮基柔性空间机器人系统动力学建模

如图 1 所示, 漂浮基柔性 (同时具有柔性关节和柔性臂) 空间机器人系统由载体 B_0 、刚性臂 B_1 和柔性臂 B_2 组成. O_i 为各分体与电机转子联接的关节转动铰. 建立惯性坐标系 (OXY) 及各分体 B_j ($j = 0, 1, 2$) 的主轴坐标系 $(O_jx_jy_j)$. 假设各分体在 (OXY) 平面内作平面运动. 载体 B_0 的姿态转角为 q_0 , 机械臂 B_i ($i = 1, 2$) 的运动转角为 q_i , 关节 O_i 处驱动电机转子的自转角速度为 q_{ai} . 各分体的转动角速度为 v_j , 电机转子的自转角速度为 v_{aj} . 载体 B_0 的质心 O_{c0} 相对于 O 的矢径为 r_0 , 刚性臂 B_1 的质心 O_{c1} 相对于 O 的矢径为 r_1 , 柔性臂 B_2 上任意一点相对于 O 的矢径为 r_2 , 系统总质心 C 相对于 O 的矢径为 r_c . 系统各分体主轴坐标系 x_j 轴的轴向单位向量为 e_j , 柔性臂 B_2 主轴坐标系 y_2 轴的轴向单位向量为 e_3 . O_{c0} 与 O_1 之间的长度为 l_0 , B_i 的长度为 l_i , O_{c1} 与 O_1 之间的长度为 d_1 . 载体 B_0 的质量为 m_0 , 刚性臂 B_1 的质量为 m_1 , 柔性臂 B_2 的线密度为 ρ , 则 B_2 的质量为 $m_2 = \rho l_2$, 电机质量可忽略不计 [11], 于是系统的总质量为 $M = m_0 + m_1 + m_2$. B_0 的转动惯量为 J_0 , B_1 的转动惯量为 J_1 , B_2 的抗弯刚度为 EI , 关节 O_i 处电机转子的自转惯量为 J_{ai} .

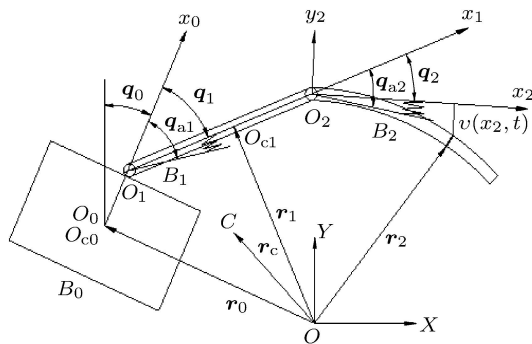


图 1 漂浮基柔性空间机器人

Fig. 1 Free-floating flexible space robot

1.1 柔性臂的简化模型

假设柔性臂 B_2 为细长杆, 其长度远大于截面面积, 因此可忽略其在运动过程中的转动惯量和剪切变形. 利用 Euler-Bernoli 梁理论和假想模态法 [12],

柔性臂 B_2 上任意一点的弹性变形可描述为

$$v(x_2, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x_2)\delta_i(t) \tag{1}$$

式中, $\varphi_i(x_2)$ 为第 i 阶模态函数, $\delta_i(t)$ 为与 $\varphi_i(x_2)$ 相对应的模态坐标, n 为保留模态数. 本文取二阶模态, 即选取 $n = 2$.

1.2 柔性关节的简化模型

根据 Spong 的假设 [11], 柔性关节可简化为图 2 所示刚度系数为 k 的无惯量线性扭簧, 这意味着电机转子与机械臂之间的联接为柔性, 当关节 O_i 处的电机转子转过角度 q_{ai} 时, 受其驱动的机械臂 B_i 因扭簧弹性力的作用, 其转动角度为 $q_i = q_{ai} - a_i$, 其中, a_i 为柔性关节引起的转动误差. 电机转子与机械臂之间的弹性作用力为 $k_i(q_{ai} - q_i)$.

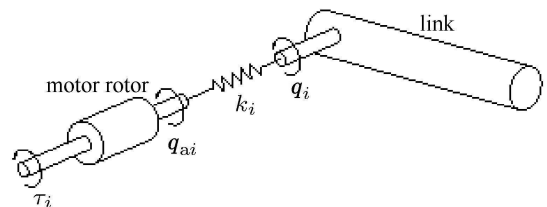


图 2 柔性关节的简化模型

Fig. 2 Simple model of flexible-joint

1.3 系统动力学方程的建立

根据系统的几何位置关系

$$r_1 = r_0 + l_0e_0 + d_1e \tag{2}$$

$$r_2 = r_0 + l_0e_0 + l_1e_1 + x_2e_2 - v(x_2, t)e_3 \tag{3}$$

以及系统的总质心定理

$$m_0r_0 + m_1r_1 + \rho \int_0^{l_2} r_2 dx_2 = Mr_c \tag{4}$$

可将各分体矢径 r_j 表示为

$$r_j = r_c + R_{j0}e_0 + R_{j1}e_1 + R_{j2}e_2 + (R_{j3}\delta_1 + R_{j4}\delta_2)e_3 \tag{5}$$

式中, $R_{j0}, R_{j1}, R_{j2}, R_{j3}, R_{j4}$ 为惯性参数组合函数.

对 r_j 求一阶导, 可得到

$$\dot{r}_j = R_{j0}\dot{e}_0 + R_{j1}\dot{e}_1 + R_{j2}\dot{e}_2 + (R_{j3}\dot{\delta}_1 + R_{j4}\dot{\delta}_2)\dot{e}_3 + (R_{j3}\dot{\delta}_1 + R_{j4}\dot{\delta}_2)e_3 \tag{6}$$

漂浮基柔性空间机器人系统为无外力作用的无根多体系统, 系统相对于惯性坐标系 (OXY) 满足动

量、动量矩守恒关系. 不失一般性, 假设系统的初始动量、动量矩为零, 于是有:

动量守恒关系

$$m_0 \dot{\mathbf{r}}_0 + m_1 \dot{\mathbf{r}}_1 + \rho \int_0^{l_2} \dot{\mathbf{r}}_2 dx_2 = \mathbf{0} \quad (7)$$

动量矩守恒关系

$$(m_0 \mathbf{r}_0 \times \dot{\mathbf{r}}_0 + J_0 \mathbf{v}_0) + (m_1 \mathbf{r}_1 \times \dot{\mathbf{r}}_1 + J_1 \mathbf{v}_1) + \rho \int_0^{l_2} (\mathbf{r}_2 \times \dot{\mathbf{r}}_2) dx_2 + \sum_{i=1}^2 J_{ai} \mathbf{v}_{ai} = \mathbf{0} \quad (8)$$

由于考虑了柔性关节的存在, 因此在对漂浮基柔性空间机器人系统进行动力学分析时, 不仅要由载体和机械臂组成的空间机器人进行动力学分析, 还要对电机转子进行动力学分析. 于是系统的总动能 T 应该为空间机器人的动能 T_r 和电机转子的动能 T_a 之和. 由于电机转子的质量可忽略不计, 其移动动能可通过质量集中的方法转移到与其相联接的机械臂中求取, 而只保留电机转子的转动动能. 于是系统的总动能可表示为

$$T = T_r + T_a \quad (9)$$

式中, $T_r = T_0 + T_1 + T_2$, $T_a = T_{a1} + T_{a2}$. $T_0 = (m_0 \dot{\mathbf{r}}_0^2 + J_0 \mathbf{v}_0^2)/2$ 为载体 B_0 的动能; $T_1 = (m_1 \dot{\mathbf{r}}_1^2 + J_1 \mathbf{v}_1^2)/2$ 为刚性臂 B_1 的动能; $T_2 = \rho \int_0^{l_2} \dot{\mathbf{r}}_2^2 dx_2/2$ 为柔性臂 B_2 的动能; $T_{ai} = J_{ai} \mathbf{v}_{ai}^2/2$ 为关节 O_i 处电机转子的动能.

在宇宙环境中, 忽略微弱的重力作用, 系统的总势能 U 为柔性关节简化扭簧的弹性变形势能 U_a 和柔性臂的弯曲应变能 U_r 之和, 即

$$\left. \begin{aligned} U &= U_a + U_r, \quad U_a = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 k_i (\mathbf{q}_{ai} - \mathbf{q}_i)^2 \\ U_r &= \frac{1}{2} EI \int_0^{l_2} \left(\frac{\partial^2 v(x_2, t)}{\partial x_2^2} \right)^2 dx_2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

利用式 (1) ~ 式 (10) 及拉格朗日方程, 可解得载体位置、姿态均不受控的漂浮基柔性空间机器人系统完全驱动形式的动力学方程

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_a & \mathbf{0}_{2 \times 4} \\ \mathbf{0}_{4 \times 2} & \mathbf{D}(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_a \\ \ddot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \mathbf{C}(\theta, \dot{\theta}, \dot{\mathbf{q}}_a) \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_a \mathbf{a} \\ -\mathbf{K}_a \mathbf{a} \\ \mathbf{K}_\delta \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} \\ \mathbf{0}_{4 \times 1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中, $\mathbf{q}_a = [\mathbf{q}_{a1} \quad \mathbf{q}_{a2}]^T \in \mathbf{R}^2$ 为由电机转子的转角 \mathbf{q}_{a1} , \mathbf{q}_{a2} 组成的向量; $\mathbf{q} = [\mathbf{q}_1 \quad \mathbf{q}_2]^T \in \mathbf{R}^2$ 为由机械臂的转角 \mathbf{q}_1 , \mathbf{q}_2 组成的向量; $\delta = [\delta_1 \quad \delta_2]^T \in \mathbf{R}^2$ 为由柔性臂的模态坐标 δ_1 , δ_2 组成的向量; $\theta = [\mathbf{q}_0 \quad \mathbf{q} \quad \delta]^T \in \mathbf{R}^5$ 为由 \mathbf{q}_0 , \mathbf{q} 和 δ 组成的向量; $\mathbf{a} = \mathbf{q}_a - \mathbf{q} \in \mathbf{R}^2$ 为由柔性关节引起的转动误差组成的向量; $\mathbf{J}_a = \text{diag}(J_{a1}, J_{a2}) \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$ 为电机的对角正定惯量矩阵; $\mathbf{D}(\theta) \in \mathbf{R}^{4 \times 4}$ 为空间机器人的对称正定惯量矩阵; $\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta}, \dot{\mathbf{q}}_a) \in \mathbf{R}^4$ 为包含科氏力和离心力的列向量; $\mathbf{K}_a = \text{diag}(k_1, k_2) \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$ 为关节刚度系数矩阵; $\mathbf{K}_\delta = \text{diag}(k_{\delta 1}, k_{\delta 2}) \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$ 为柔性臂的刚度系数矩阵, $k_{\delta i} = \int_0^{l_2} EI \varphi_i'^T \varphi_i'' dx_2$, φ_i 为模态函数向量; $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \quad \tau_2]^T \in \mathbf{R}^2$ 为由关节 O_1 和 O_2 处电机的输出力矩 τ_1 和 τ_2 组成的向量.

系统动力学方程 (11) 可分解写成如下形式

$$\mathbf{J}_a \ddot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{K}_a \mathbf{a} = \boldsymbol{\tau} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{K}_a \mathbf{a} \\ \mathbf{K}_\delta \delta \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (13)$$

式中, $\mathbf{D}_{11} \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$, $\mathbf{D}_{12} = \mathbf{D}_{21}^T \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$ 和 $\mathbf{D}_{22} \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$ 均为 $\mathbf{D}(\theta) \in \mathbf{R}^{4 \times 4}$ 的子矩阵; $\mathbf{C}_1 \in \mathbf{R}^2$ 和 $\mathbf{C}_2 \in \mathbf{R}^2$ 均为 $\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta}, \dot{\mathbf{q}}_a) \in \mathbf{R}^4$ 的子矩阵. 式 (12) 表示电机转子的动力学方程, 式 (13) 表示空间机器人的动力学方程.

2 系统动力学方程奇异摄动分解

柔性因素的存在会影响系统的控制精度和稳定性. 为了同时实现对漂浮基柔性空间机器人系统期望运动轨迹的跟踪和柔性关节、柔性臂的双重柔性振动的主动抑制, 本文基于奇异摄动法, 将系统近似地分解为相互独立的表示系统刚性运动部分的慢变子系统和表示系统柔性运动部分的快变子系统, 并分别为各子系统设计合适的控制算法. 其中, 慢变子系统控制律 $\boldsymbol{\tau}_s$ 用来实现系统期望运动轨迹的渐近跟踪; 快变子系统控制律 $\boldsymbol{\tau}_f$ 用来抑制柔性臂和柔性关节引起的系统柔性振动, 保证系统的稳定性. 于是, 系统的总控制律可表示为

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_s + \boldsymbol{\tau}_f \quad (14)$$

2.1 慢变子系统动力学分析

定义对称正定矩阵 $D(\theta)$ 的逆矩阵为

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}^{-1} \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} M_{11} &= (D_{11} - D_{12}D_{22}^{-1}D_{21})^{-1} \\ M_{12} &= -D_{11}^{-1}D_{12}(D_{22} - D_{21}D_{11}^{-1}D_{12})^{-1} \\ M_{21} &= -D_{22}^{-1}D_{21}(D_{11} - D_{12}D_{22}^{-1}D_{21})^{-1} \\ M_{22} &= (D_{22} - D_{12}D_{11}^{-1}D_{21})^{-1} \end{aligned}$$

则可将系统动力学方程 (12) 和 (13) 写成如下形式

$$\ddot{\mathbf{a}} = \ddot{\mathbf{q}}_a - \ddot{\mathbf{q}} = -\mathbf{J}_a^{-1}\mathbf{K}_a\mathbf{a} + \mathbf{J}_a^{-1}\boldsymbol{\tau} - \ddot{\mathbf{q}} \quad (16)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = -\mathbf{M}_{11}\mathbf{C}_1 - \mathbf{M}_{12}\mathbf{C}_2 - \mathbf{M}_{12}\mathbf{K}_\delta\boldsymbol{\delta} + \mathbf{M}_{11}\mathbf{K}_a\mathbf{a} \quad (17)$$

$$\ddot{\boldsymbol{\delta}} = -\mathbf{M}_{21}\mathbf{C}_1 - \mathbf{M}_{22}\mathbf{C}_2 - \mathbf{M}_{22}\mathbf{K}_\delta\boldsymbol{\delta} + \mathbf{M}_{21}\mathbf{K}_a\mathbf{a} \quad (18)$$

定义奇异摄动因子 $\varepsilon^2 = 1/\min\{k_{\delta 1}, k_{\delta 1}\}$, 变量 $\mathbf{z} = \boldsymbol{\delta}/\varepsilon^2$, $\mathbf{z}_a = \mathbf{a}/\varepsilon^2$ 和矩阵 $\bar{\mathbf{K}}_\delta = \varepsilon^2\mathbf{K}_\delta$ 和 $\bar{\mathbf{K}}_a = \varepsilon^2\mathbf{K}_a$. 于是可将式 (16) ~ 式 (18) 改写成如下形式

$$\varepsilon^2\ddot{\mathbf{z}}_a = -\mathbf{J}_a^{-1}\bar{\mathbf{K}}_a\mathbf{z}_a + \mathbf{J}_a^{-1}\boldsymbol{\tau} - \ddot{\mathbf{q}} \quad (19)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = -\mathbf{M}_{11}\mathbf{C}_1 - \mathbf{M}_{12}\mathbf{C}_2 - \mathbf{M}_{12}\bar{\mathbf{K}}_\delta\mathbf{z} + \mathbf{M}_{11}\bar{\mathbf{K}}_a\mathbf{z}_a \quad (20)$$

$$\varepsilon^2\ddot{\mathbf{z}} = -\mathbf{M}_{21}\mathbf{C}_1 - \mathbf{M}_{22}\mathbf{C}_2 - \mathbf{M}_{22}\bar{\mathbf{K}}_\delta\mathbf{z} + \mathbf{M}_{21}\bar{\mathbf{K}}_a\mathbf{z}_a \quad (21)$$

为了消除系统中的柔性变量, 令 $\varepsilon = 0$, 于是式 (19) ~ 式 (21) 可写为

$$\mathbf{0} = -\mathbf{J}_a^{-1}\bar{\mathbf{K}}_a\bar{\mathbf{z}}_a + \mathbf{J}_a^{-1}\boldsymbol{\tau}_s - \ddot{\mathbf{q}} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{q}} &= -\bar{\mathbf{M}}_{11}\bar{\mathbf{C}}_{1a} - \bar{\mathbf{M}}_{12}\bar{\mathbf{C}}_{2a} - \bar{\mathbf{M}}_{12}\bar{\mathbf{K}}_\delta\bar{\mathbf{z}} + \\ &\quad \bar{\mathbf{M}}_{11}\bar{\mathbf{K}}_a\bar{\mathbf{z}}_a \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{0} &= -\bar{\mathbf{M}}_{21}\bar{\mathbf{C}}_{1a} - \bar{\mathbf{M}}_{22}\bar{\mathbf{C}}_{2a} - \bar{\mathbf{M}}_{22}\bar{\mathbf{K}}_\delta\bar{\mathbf{z}} + \\ &\quad \bar{\mathbf{M}}_{21}\bar{\mathbf{K}}_a\bar{\mathbf{z}}_a \end{aligned} \quad (24)$$

式中, \mathbf{C}_{1a} 和 \mathbf{C}_{2a} 为消除矩阵 \mathbf{C}_1 和 \mathbf{C}_2 中有关柔性关节的变量 (即令 $\dot{\mathbf{q}}_a = \dot{\mathbf{q}}$) 后得到的新矩阵. 带上划线“—”的变量表示变量在慢变时标中计算.

由式 (22) 可解得

$$\bar{\mathbf{z}}_a = \bar{\mathbf{K}}_a^{-1}(\boldsymbol{\tau}_s - \mathbf{J}_a\ddot{\mathbf{q}}) \quad (25)$$

将式 (25) 代入式 (24) 可解得

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{z}} &= \bar{\mathbf{K}}_\delta^{-1}\bar{\mathbf{M}}_{22}^{-1}[-\bar{\mathbf{M}}_{21}\bar{\mathbf{C}}_{1a} - \bar{\mathbf{M}}_{22}\bar{\mathbf{C}}_{2a} + \\ &\quad \bar{\mathbf{M}}_{21}(\boldsymbol{\tau}_s - \mathbf{J}_a\ddot{\mathbf{q}})] \end{aligned} \quad (26)$$

再将式 (25) 和式 (26) 代入式 (23), 并利用式 (15) 中 \mathbf{M} 的定义, 可得到如下形式的慢变子系统动力学方程

$$\ddot{\mathbf{q}} = (\bar{\mathbf{D}}_{11} + \mathbf{J}_a)^{-1}(-\bar{\mathbf{C}}_{1a} + \boldsymbol{\tau}_s) \quad (27)$$

2.2 快变子系统动力学分析及控制算法设计

柔性关节和柔性臂都会引起系统的柔性振动, 而且振动级别不一定相同. 因此, 考虑将快变子系统再次分解为仅表示柔性臂引起的系统柔性运动部分的快变子系统 1 和仅表示柔性关节引起的系统柔性运动部分的快变子系统 2. 对快变子系统 1 设计控制律 $\boldsymbol{\tau}_{f1}$ 来抑制柔性臂引起的系统柔性振动; 对快变子系统 2 设计控制律 $\boldsymbol{\tau}_{f2}$ 来抑制柔性关节引起的系统柔性振动. 则快变子系统总控制律可写为

$$\boldsymbol{\tau}_f = \boldsymbol{\tau}_{f1} + \boldsymbol{\tau}_{f2} \quad (28)$$

2.2.1 快变子系统 1 的动力学分析及控制算法设计

此时只考虑柔性臂对系统的影响, 忽略柔性关节的影响. 按照前文的分析, 消除系统动力学方程 (19) ~ 式 (21) 中有关柔性关节的量, 令 $\mathbf{a} = \mathbf{0}$, 则系统动力学方程可近似地表示为

$$\mathbf{0} = -\mathbf{J}_a^{-1}\bar{\mathbf{K}}_a\mathbf{z}_a + \mathbf{J}_a^{-1}\boldsymbol{\tau}_{k1} - \ddot{\mathbf{q}} \quad (29)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = -\mathbf{M}_{11}\mathbf{C}_{1a} - \mathbf{M}_{12}\mathbf{C}_{2a} - \mathbf{M}_{12}\bar{\mathbf{K}}_\delta\mathbf{z} + \mathbf{M}_{11}\bar{\mathbf{K}}_a\mathbf{z}_a \quad (30)$$

$$\varepsilon^2\ddot{\mathbf{z}} = -\mathbf{M}_{21}\mathbf{C}_{1a} - \mathbf{M}_{22}\mathbf{C}_{2a} - \mathbf{M}_{22}\bar{\mathbf{K}}_\delta\mathbf{z} + \mathbf{M}_{21}\bar{\mathbf{K}}_a\mathbf{z}_a \quad (31)$$

式中 $\boldsymbol{\tau}_{k1} = \boldsymbol{\tau}_s + \boldsymbol{\tau}_{f1}$. 由式 (29) 可解得

$$\mathbf{z}_a = \bar{\mathbf{K}}_a^{-1}(\boldsymbol{\tau}_{k1} - \mathbf{J}_a\ddot{\mathbf{q}}) \quad (32)$$

将式 (32) 代入式 (30) 和式 (31) 并整理后可得到

$$\ddot{\mathbf{q}} = -\mathbf{M}_{11}^*\mathbf{C}_{1a} - \mathbf{M}_{12}^*\mathbf{C}_{2a} - \mathbf{M}_{12}^*\bar{\mathbf{K}}_\delta\mathbf{z} + \mathbf{M}_{11}^*\boldsymbol{\tau}_{k1} \quad (33)$$

$$\varepsilon^2\ddot{\mathbf{z}} = -\mathbf{M}_{21}^*\mathbf{C}_{1a} - \mathbf{M}_{22}^*\mathbf{C}_{2a} - \mathbf{M}_{22}^*\bar{\mathbf{K}}_\delta\mathbf{z} + \mathbf{M}_{21}^*\boldsymbol{\tau}_{k1} \quad (34)$$

式中

$$\begin{aligned} M_{11}^* &= (I + M_{11}J_a)^{-1}M_{11} \\ M_{12}^* &= (I + M_{11}J_a)^{-1}M_{12} \\ M_{21}^* &= M_{21} - (I + M_{11}J_a)^{-1}M_{21}J_aM_{11} \\ M_{22}^* &= M_{22} - (I + M_{11}J_a)^{-1}M_{21}J_aM_{12} \end{aligned}$$

引入快变时标 $t_f = t/\varepsilon$ 及边界层修正项 $\zeta_1 = z - \bar{z}$ 和 $\zeta_2 = \varepsilon\dot{z}$. 在快变系统中 $d\bar{z}/dt_f = \varepsilon\dot{z} = 0$, 结合式 (34), 边界层系统可写为

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\zeta_1}{dt_f} &= \zeta_2 \\ \frac{d\zeta_2}{dt_f} &= -M_{21}^*C_{1a} - M_{22}^*C_{2a} - \\ &M_{22}^*\bar{K}_\delta(\zeta_1 + \bar{z}) + M_{21}^*(\tau_s + \tau_{f1}) \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

设 $\varepsilon = 0$, 并结合式 (34), 可将式 (35) 写成

$$\frac{d\zeta_1}{dt_f} = \zeta_2, \quad \frac{d\zeta_2}{dt_f} = -\bar{M}_{22}^*\bar{K}_\delta\zeta_1 + \bar{M}_{21}^*\tau_{f1} \quad (36)$$

从而可得到快变子系统 1 的动力学方程

$$\frac{d\zeta}{dt_f} = A_f\zeta + B_f\tau_{f1} \quad (37)$$

$$\text{式中, } \zeta = [\zeta_1 \quad \zeta_2]^T, \quad A_f = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I \\ -\bar{M}_{22}^*\bar{K}_\delta & \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

$$B_f = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \bar{M}_{21}^* \end{bmatrix}.$$

注意到式 (37) 是一线性系统, 且完全可控, 因此, 采用线性二次型最优控制器 (linear quadratic regulator, LQR) 来调节系统状态 ζ , 使其到达零, 从而达到抑制柔性臂引起的系统柔性振动的目的. 于是, 选取最优控制的性能指标泛函为

$$J_f = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\zeta^T Q_f \zeta + \tau_{f1}^T R_f \tau_{f1}) dt_f$$

则快变子系统 1 的 LQR 控制可设计为

$$\tau_{f1} = -R_f^{-1} B_f^T P \zeta \quad (38)$$

式中, Q_f, R_f, P 为对称正定矩阵. 且 P 为 Riccati 方程 $(-PA_f - A_f^T P + PB_f R_f^{-1} B_f^T P - Q_f = 0)$ 唯一解.

2.2.2 快变子系统 2 的动力学分析及控制算法设计

此时只考虑柔性关节的影响, 忽略柔性臂的影

响. 消除系统动力学方程 (19) ~ 式 (21) 中有关柔性臂的量, 令 $\delta = \mathbf{0}$, 则系统动力学方程可近似表示为

$$\varepsilon^2 \ddot{z}_a = -J_a^{-1} \bar{K}_a \bar{z}_a + J_a^{-1} \tau_{k2} - \ddot{q} \quad (39)$$

$$\ddot{q} = -\bar{M}_{11} \bar{C}_1 - \bar{M}_{12} \bar{C}_2 - \bar{M}_{12} \bar{K}_\delta \bar{z} + \bar{M}_{11} \bar{K}_a \bar{z}_a \quad (40)$$

$$\mathbf{0} = -\bar{M}_{21} \bar{C}_1 - \bar{M}_{22} \bar{C}_2 - \bar{M}_{22} \bar{K}_\delta \bar{z} + \bar{M}_{21} \bar{K}_a \bar{z}_a \quad (41)$$

式中 $\tau_{k2} = \tau_s + \tau_{f2}$. 由式 (41) 解得

$$\bar{z} = \bar{K}_\delta^{-1} (-\bar{M}_{22}^{-1} \bar{M}_{21} \bar{C}_1 - \bar{C}_2 + \bar{M}_{22}^{-1} \bar{M}_{21} \bar{K}_a \bar{z}_a) \quad (42)$$

并将其代入式 (39) 和式 (40) 可得到

$$\varepsilon^2 \ddot{z}_a = -J_a^{-1} \bar{K}_a \bar{z}_a + J_a^{-1} \tau_{k2} - \ddot{q} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \ddot{q} &= (\bar{M}_{12} \bar{M}_{22}^{-1} \bar{M}_{21} - \bar{M}_{11}) (\bar{C}_1 - \bar{K}_a \bar{z}_a) \\ &\quad - \bar{D}_{11}^{-1} (\bar{C}_1 - \bar{K}_a \bar{z}_a) \end{aligned} \quad (44)$$

设计如下的速度反馈控制律

$$\tau_{f2} = K_f (\dot{q} - \dot{q}_a) \quad (45)$$

式中 $K_f = K_2/\varepsilon$, K_2 为正定对角阵. 可见, 该控制律是将电机转子和机械臂的转动角速度的差值反馈回控制器, 然后通过调节参数 K_f 来保证快变子系统 2 (将式 (45) 代入式 (43) 可得到)

$$\varepsilon^2 \ddot{z}_a = J_a^{-1} (\tau_s - \bar{K}_a \bar{z}_a - J_a \dot{q}) - \varepsilon J_a^{-1} K_2 \dot{z}_a \quad (46)$$

的稳定性, 从而抑制柔性关节引起的系统柔性振动.

综上, 式 (27), 式 (37) 和式 (46) 描述的即为漂浮基柔性空间机器人系统的奇异摄动模型. 下面将对式 (27) 描述的慢变子系统设计控制律 τ_s .

3 慢变子系统的鲁棒控制律设计

为了便于慢变子系统控制律的设计, 将式 (27) 改写成准线性化的形式

$$N(q_0, q) \ddot{q} + H(q_0, q, \dot{q}) \dot{q} = \tau_s \quad (47)$$

式中, $N(q_0, q) = \bar{D}_{11} + J_a$, $H(q_0, q, \dot{q}) \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$.

式 (47) 中的相关矩阵具有以下性质:

性质 1: $H(q_0, q, \dot{q})$ 的形式不唯一, 但适当选取可满足: 对 $\forall x \in \mathbf{R}^2$ 有

$$x^T [\dot{N}(q_0, q) - 2H(q_0, q, \dot{q})] x = 0$$

性质 2: \bar{D}_{11} 和 J_a 均为对称正定矩阵, 故 $N(q_0, q)$ 也为对称正定矩阵, 且有界, 即存在 $\lambda_m, \lambda_M > 0$, 对 $\forall x_1 \in \mathbf{R}^2$ 有

$$\lambda_m \|x_1\|^2 \leq x_1^T N(q_0, q) x_1 \leq \lambda_M \|x_1\|^2$$

而考虑到系统参数的不确定性, 系统在建模时存在模型误差, 故式 (47) 中的相关矩阵应该表示为

$$N(q_0, q) = \hat{N}(q_0, q) + \Delta N(q_0, q) \quad (48a)$$

$$H(q_0, q, \dot{q}) = \hat{H}(q_0, q, \dot{q}) + \Delta H(q_0, q, \dot{q}) \quad (48b)$$

式中, $\hat{N}(q_0, q)$, $\hat{H}(q_0, q, \dot{q})$ 为当系统的未知参数选取为估计值时得到的 $N(q_0, q)$ 和 $H(q_0, q, \dot{q})$ 的近似矩阵. 假设不确定参数是有界的, 则 $\Delta N(q_0, q)$ 和 $\Delta H(q_0, q, \dot{q})$ 也为有界. 将式 (48) 代入式 (47) 可得到

$$\begin{aligned} \tau_s = & [\hat{N}(q_0, q) + \Delta N(q_0, q)]\ddot{q} + \\ & [\hat{H}(q_0, q, \dot{q}) + \Delta H(q_0, q, \dot{q})]\dot{q} \end{aligned} \quad (49)$$

定义 $q_d = [q_{1d} \ q_{2d}]^T$ 为慢变子系统的期望输出向量, 则其与实际输出向量 q 之间的输出误差向量为 $e = q - q_d$; 速度跟踪误差向量为 $\dot{e} = \dot{q} - \dot{q}_d$.

设计如下的慢变子系统鲁棒控制方法

$$\tau_s = u + \hat{N}(q_0, q)\ddot{q}_d + \hat{H}(q_0, q, \dot{q})\dot{q}_d \quad (50)$$

式中 u 为鲁棒补偿项.

将式 (50) 代入式 (47) 可得到系统的误差方程

$$\begin{aligned} N(q_0, q)\ddot{e} + H(q_0, q, \dot{q})\dot{e} = \\ u - \Delta N(q_0, q)\ddot{q}_d - \Delta H(q_0, q, \dot{q})\dot{q}_d \end{aligned} \quad (51)$$

于是, 设计鲁棒补偿项 u 为

$$u = -Ps_1 - s_2 - s_3 \quad (52)$$

式中, $s_1 = \dot{e} + \beta e$; $s_2 = \hat{N}(q_0, q)\beta\dot{e} + \hat{H}(q_0, q, \dot{q})\beta e$; $P = \text{diag}(P_1, P_2)$; $P_1, P_2, \beta > 0$. s_3 的具体形式将在下文给出. 由 $s_1 = \dot{e} + \beta e$ 可得到 $\dot{e} = s_1 - \beta e$, 从而有 $\ddot{e} = \dot{s}_1 - \beta\dot{e}$. 于是可将式 (51) 写为

$$\begin{aligned} N(q_0, q)\dot{s}_1 = & -H(q_0, q, \dot{q})s_1 + u + s_2 - \\ & \Delta N(q_0, q)\ddot{q}_d - \Delta H(q_0, q, \dot{q})\dot{q}_d + \\ & \Delta N(q_0, q)\beta\dot{e} + \Delta H(q_0, q, \dot{q})\beta e = \\ & -H(q_0, q, \dot{q})s_1 + u + s_2 + \Psi \end{aligned} \quad (53)$$

式中, $\Psi = \Delta N(q_0, q)(\dot{s}_1 - \dot{e}) + \Delta H(q_0, q, \dot{q})(s_1 - \dot{q})$ 表示系统的模型误差. 不失一般性, 假设 Ψ 有界, 即

$$\|\Psi\| \leq \alpha, \quad \alpha > 0 \quad (54)$$

于是设计 s_3 为如下形式

$$s_3 = \frac{s_1 \alpha^2}{\|s_1\| \alpha + \sigma}, \quad \sigma > 0 \quad (55)$$

定理 对于慢变子系统式 (47), 控制律式 (50) 和鲁棒补偿项式 (52) 保证: 对 $\forall t > 0, \lim_{t \rightarrow 0} e = 0, \lim_{t \rightarrow 0} \dot{e} = 0$.

证明 构造如下的 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} s_1^T N(q_0, q) s_1 \quad (56)$$

根据性质 2 可知 $\frac{1}{2} \lambda_m \|s_1\|^2 \leq V \leq \frac{1}{2} \lambda_M \|s_1\|^2$.

将 V 对时间求导, 并利用式 (53) 和性质 1 可解得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & s_1^T N(q_0, q) \dot{s}_1 + \frac{1}{2} s_1^T \dot{N}(q_0, q) s_1 = \\ & s_1^T (u + s_2 + \Psi) \end{aligned} \quad (57)$$

根据柯西不等式和式 (52), (55) 可将式 (57) 写为

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & s_1^T (-Ps_1 - s_3) + \|s_1\| \cdot \|\Psi\| \leq \\ & -s_1^T Ps_1 - s_1^T \frac{s_1 \alpha^2}{\|s_1\| \alpha + \sigma} + \|s_1\| \cdot \alpha = \\ & -s_1^T Ps_1 - \frac{\|s_1\|^2 \alpha^2}{\|s_1\| \alpha + \sigma} + \\ & \frac{\|s_1\|^2 \alpha^2 + \|s_1\| \cdot \alpha \cdot \sigma}{\|s_1\| \alpha + \sigma} = \\ & -s_1^T Ps_1 + \frac{\|s_1\| \alpha}{\|s_1\| \alpha + \sigma} \sigma \leq -\lambda_3 \|s_1\|^2 + \sigma \end{aligned}$$

式中 $\lambda_3 = \min\{P_1, P_2\}$.

于是在设计慢变子系统控制律式 (50) 的过程中, 选择较大的 P_1, P_2, β 和较小的 σ , 当 $\|s_1\| \geq \sqrt{\sigma/\lambda_3}$ 时可保证 $\dot{V} \leq 0$. 进一步, 当 $\sigma \rightarrow 0$ 时, $\|s_1\| \rightarrow 0$. 而由于 $s_1 = \dot{e} + \beta e$, 故可得到 $\lim_{t \rightarrow 0} e = 0, \lim_{t \rightarrow 0} \dot{e} = 0$. 定理得证.

4 仿真算例

以图 1 所示作平面运动的漂浮基柔性空间机器人系统为例. 系统的惯性参数如下: $l_0 = 0.5\text{m}$,

$l_1 = l_2 = 2\text{ m}$, $d_1 = 1\text{ m}$, $m_0 = 50\text{ kg}$, $m_1 = 5\text{ kg}$, $J_0 = 35\text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $J_1 = 3\text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $J_{a1} = J_{a2} = 0.5\text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $\rho = 1\text{ kg/m}$, $EI = 300\text{ N}\cdot\text{m}^2$, $\mathbf{K}_a = \text{diag}(100\ 100)$. 仿真时假设柔性杆的杆长 l_2 为不确定参数, 其不确定范围为 $1\text{ m} \leq l_2 \leq 3\text{ m}$, 估计值选取为 2.5 m . 利用本文提出的由线性二次型最优控制器 (式 (38))、速度反馈控制方法 (式 (45)) 和鲁棒控制方法 (式 (50) 和式 (52)) 组成的混合控制方法进行仿真实验. 仿真初始值 $\mathbf{q}(0) = [0.1\ 1.4]^T\text{ rad}$, $\mathbf{q}_a(0) = [0.1\ 1.4]^T\text{ rad}$, 仿真时间 $t = 10\text{ s}$. 假设空间机器人的转角期望运动轨迹为 $q_{1d} = 0.5\pi[0.1t - 0.5\sin(0.2\pi t)/\pi]$, $q_{2d} = 0.5\pi[1 - 0.1t + 0.5\sin(0.2\pi t)/\pi]$. 仿真结果如图 3 ~ 图 5 所示. 其中, 图 3 为空间机器人转角运动的实际轨迹和期望轨迹对比图; 图 4 为电机转子转角运动的实际轨迹和空间机器人转角运动的期望轨迹对比图; 图 5 为柔性臂模态坐标变量的变化曲线; 图 6 为电机的输出力矩图. 为了对比, 还给出了关

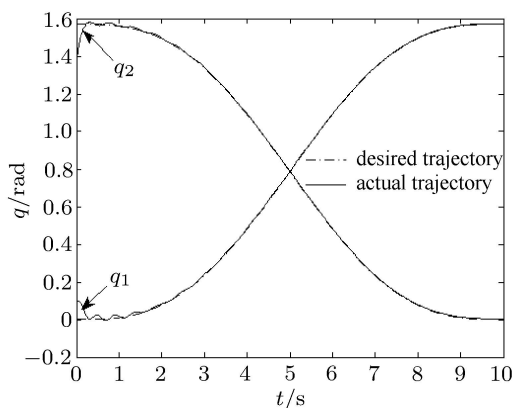


图 3 空间机器人转角运动轨迹

Fig. 3 The trajectories of the space robot

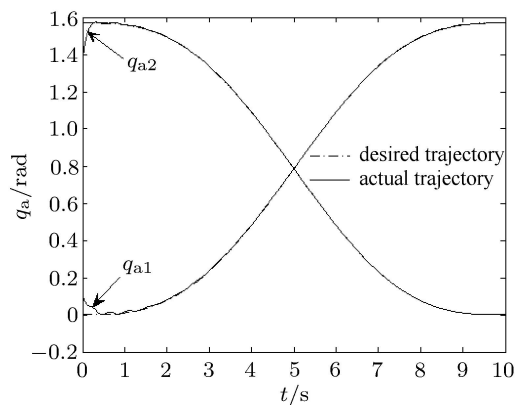


图 4 电机转子转角运动轨迹

Fig. 4 The trajectories of the motor rotors

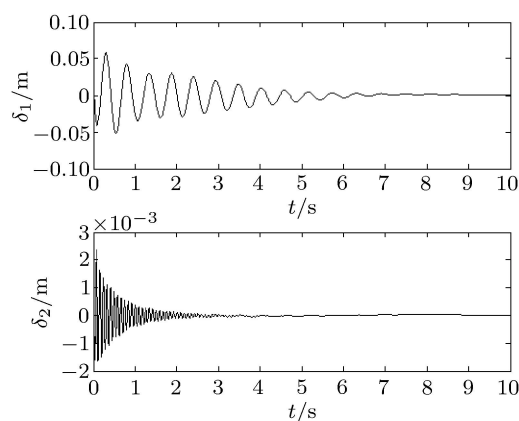


图 5 模态坐标变量的变化曲线

Fig. 5 Curves of the mode coordinates

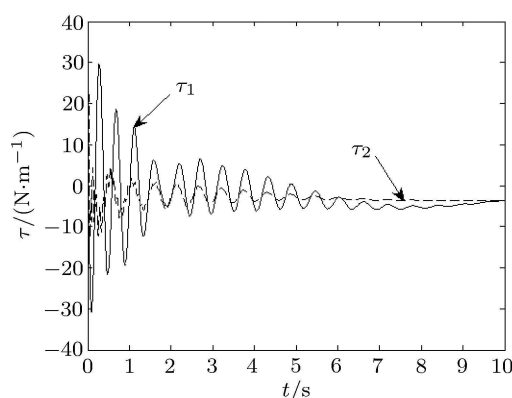


图 6 电机的输出力矩 τ

Fig. 6 The output torques τ of the motors

闭鲁棒补偿项 \mathbf{u} 后空间机器人转角运动轨迹跟踪误差图 (如图 7 所示) 和关闭快变控制器 τ_f 后空间机器人转角运动轨迹跟踪误差图 (如图 8 所示). 同时还给出了在本文提出的控制方法控制下, 漂浮基刚性关节、柔性臂空间机器人的转角运动轨迹跟踪图 (如图 9 所示).

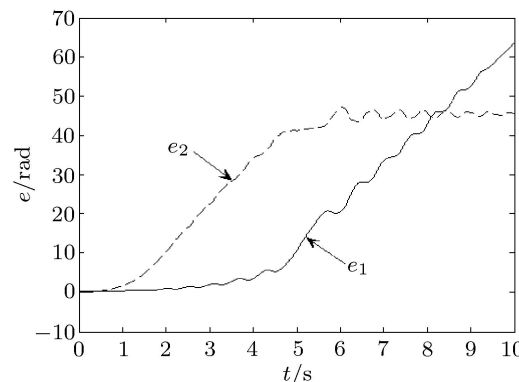


图 7 关闭 \mathbf{u} 后空间机器人转角运动轨迹跟踪误差

Fig. 7 The tracking errors of the space robot when \mathbf{u} is closed

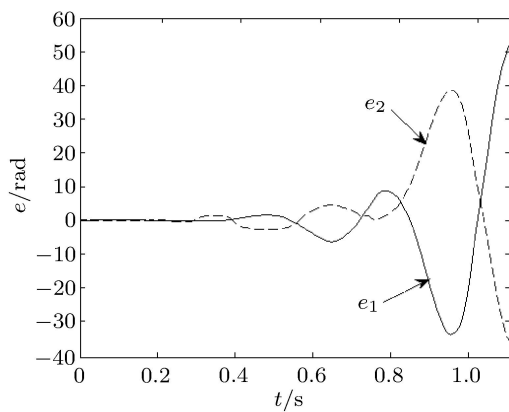


图 8 关闭 τ_f 后空间机器人转角运动轨迹跟踪误差

Fig. 8 The tracking errors of the space robot when τ_f is closed

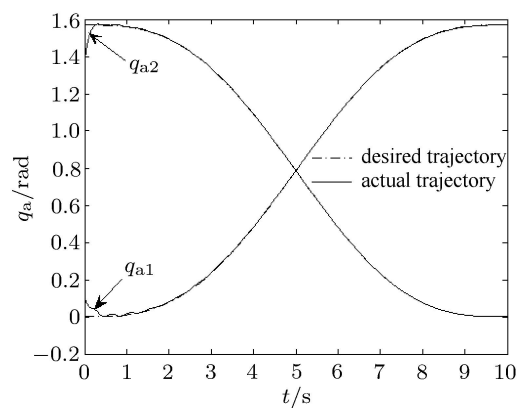


图 9 漂浮基刚性关节、柔性臂空间机器人转角运动轨迹

Fig. 9 The trajectories of free-floating rigid-joint flexible-link space Robot

从图 3 和图 4 可看出,在本文提出的混合控制方法的控制下,空间机器人和电机转子的转角运动都能够精确且稳定地跟踪上同一期望运动轨迹,这说明本文提出的混合控制方法能够有效地补偿柔性关节引起的系统转动角度误差,并且能够抑制系统的柔性振动.由图 5 可看出,柔性臂的振动得到了有效抑制.由图 7 可看出,当关闭鲁棒补偿项 u 之后,空间机器人转角运动轨迹的跟踪误差变得很大,从而说明本文所提出的鲁棒补偿项 u 对补偿系统不确定参数,保证系统控制精度的有效性.由图 8 可看出,当关闭快变控制器 τ_f 后,空间机器人转角运动轨迹的跟踪误差在仿真开始 1 s 时就变得很大,继而发散(仿真失效),控制失效,从而说明本文所设计的快变控制器 τ_f 能够有效抑制系统的柔性振动,保证系统的稳定性.由图 9 可看出,无论是针对带柔性关节的空间机器人系统,还是针对传统的刚性关节空间机器人系统,本文所提出的控制方法都能够

保证空间机器人转角运动轨迹的渐近跟踪,体现了该控制方法良好的有效性和可靠性.

5 结 论

(1) 利用系统动量、动量矩守恒关系和拉格朗日-假设模态法成功地建立了具有柔性关节和柔性臂的漂浮基柔性空间机器人系统的动力学方程.

(2) 基于奇异摄动法将系统分解为 3 个相互独立的子系统:表示系统刚性运动的慢变子系统,表示由柔性臂引起的系统柔性运动的快变子系统 1 和表示由柔性关节引起的系统柔性运动的快变子系统 2.

(3) 分别针对 3 个子系统设计相应的控制算法来实现系统期望运动轨迹的渐近跟踪和柔性振动抑制.

(4) 仿真结果表明,所提出的混合控制方法能够补偿系统模型中参数的不确定性和柔性关节引起的转动误差,保证空间机器人完成期望运动轨迹的渐近跟踪;同时能够有效地抑制柔性关节和柔性臂引起的系统柔性振动,保证系统的控制精度和稳定性.

参 考 文 献

- 1 Abiko S, Hirzinger G. Adaptive control for a torque controlled free-floating space robot with kinematic and dynamic model uncertainty. In: Proceeding of the 2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. St. Louis, USA: IEEE, 2009: 2359-2364
- 2 陈力, 刘延柱. 漂浮基空间机械臂关节轨迹跟踪的增广鲁棒控制方法. 固体力学学报, 2001, 22(3): 225-230 (Chen Li, Liu Yanzhu. The robust control scheme for free-floating space manipulator to track the desired trajectory in jointspace. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2001, 22(3): 225-230 (in Chinese))
- 3 李俊峰, 王照林. 带空间机械臂的充液航天器姿态动力学研究. 宇航学报, 1999, 20(2): 81-86 (Li Junfeng, Wang Zhaolin. Study on attitude dynamics of a liquid-filled spacecraft with manipulators. *Journal of Astronautics*, 1999, 20(2): 81-86 (in Chinese))
- 4 洪昭斌, 陈力. 柔性空间机械臂基于奇异摄动法的鲁棒跟踪控制和柔性振动主动控制. 工程力学, 2010, 27(8): 191-198 (Hong Zhaobin, Chen Li. Robust control and active vibration control of space flexible manipulator by singular perturbation approach. *Engineering Mechanics*, 2010, 27(8): 191-198 (in Chinese))
- 5 Bahrami M, Jamilnia R, Naghash A. Trajectory optimization of space manipulators with flexible links using a new approach. *International Journal of Robotics*, 2009, 1(1): 48-55
- 6 陈志勇, 陈力. 漂浮基带柔性铰空间机器人的动力学建模及奇异摄动控制研究. 中国机械工程, 2011, 22(18): 2151-2155

- (Chen Zhiyong, Chen Li. Study on dynamics modeling and singular perturbation control of free-floating space robot with flexible joints. *China Mechanical Engineering*, 2011, 22(18): 2151-2155 (in Chinese))
- 7 Xie LM, Chen L. Singular perturbation and fuzzy variable structure sliding mode control of space robot system with flexible joint in inertial space. In: Proceeding of the 62nd International Astronautical Congress, Cape Town, SA: IEEE, 2011
- 8 章定国, 周胜丰. 柔性杆柔性铰机器人动力学分析. *应用数学和力学*, 2006, 27(5): 615-623 (Zhang Dingguo, Zhou Shengfeng. Dynamic analysis of flexible-link and flexible-joint robots. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2006, 27(5): 615-623 (in Chinese))
- 9 Gao ZH, Yun C, Bian YS. Coupling effect of flexible joint and flexible link on dynamic singularity of flexible manipulator. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2008, 21(1): 9-12
- 10 Vakil M, Fotouhi R, Nikiforuk PN. A new method for dynamic modeling of flexible-link flexible-joint manipulators. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2012, 134(1): 14503-14513
- 11 Spong MW. Modeling and control of elastic joint robots. *Journal of Dynamics Systems, Measurement, and Control*, 1987, 109: 310-319
- 12 蔡国平, 洪嘉振. 旋转运动柔性梁的假设模态方法研究. *力学学报*, 2005, 37(1): 48-56 (Cai Guoping, Hong Jiazhen. Assumed mode method of a rotating flexible beam. *Acta Mechanica Sinica*, 2005, 37(1): 48-56 (in Chinese))

DOI: 10.6052/0459-1879-12-156

(责任编辑: 刘希国)

ROBUST CONTROL AND VIBRATION SUPPRESSION OF FREE-FLOATING FLEXIBLE SPACE ROBOT¹⁾

Xie Limin²⁾ Chen Li

(School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China)

Abstract The dynamics modeling, algorithm design of motion control and step active suppression of joint-link double flexible vibration of free-floating flexible space robot are discussed. The system dynamic equations are established according to system momentum conservation, angular momentum conservation and Lagrange-assumed mode method. Based on singular perturbation method, the system is decomposed into a slow subsystem (represents the system's rigid motion), a fast subsystem 1 (represents the system's flexible motion caused by flexible-link), and a fast subsystem 2 (represents the system's flexible motion caused by flexible-joint). For the slow subsystem, a robust controller is proposed to compensate the uncertain parameters and rotation errors, and to realize the asymptotic tracking of the system's motion trajectory. For the fast subsystem 1, linear quadric regulator (LQR) is used to suppress the flexible vibration caused by flexible-link. For the fast subsystem 2, a feedback controller based on the velocity difference between the link and the motor is used to suppress the flexible vibration caused by flexible-joint. So the system's controller is a synthesize controller by the three controllers. The simulation results prove the controller's efficiency.

Key words free-floating space robot, flexible-joint, flexible-link, singular perturbation, robust

Received 24 May 2012, revised 11 July 2012.

1) The project was supported by the National Natural Science Foundation of China (11072061, 10672040) and the Natural Science Foundation of Fujian Province (2010J01003).

2) E-mail: lucy_min@163.com