

# 卫星高速宽带数传系统的变步长 LMS 均衡算法研究

李海滨, 韩延光, 庄述燕, 关新平

(燕山大学工业计算机控制工程河北省重点实验室, 秦皇岛 066004)

**摘 要:** 对码间干扰实现快速有效的均衡是卫星高速宽带数字传输的关键之一, 针对 S 型函数 (Sigmoid 函数和双曲正切函数) 变步长 LMS 均衡算法在误差  $e(n)$  接近零处  $\mu(n)$  变化大的缺陷及算法复杂度高的问题, 提出了一种改进的变步长 LMS 自适应均衡算法。算法通过简化步长更新式的复杂度, 增加误差信息量, 优化改进的 S 型函数结构, 建立了新的步长因子  $\mu(n)$  与误差函数  $e(n)$  非线性关系, 使算法误差接近零处步长因子变化平滑缓慢, 消除不相关噪声序列的影响, 且算法复杂度比其它同类改进算法小。仿真结果表明新算法性能优于其它改进算法。文中给出了卫星高速宽带数字传输系统的仿真模型, 将新算法应用到系统模型的自适应均衡器中, 系统误码性能得到较大改善。

**关键词:** 卫星高速宽带数字传输; 自适应均衡; 变步长; LMS 算法

中图分类号: TN911.72

文献标识码: A

文章编号: 1000-1328(2011)06-1423-05

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2011.06.033

## A Modified Variable Step LMS Adaptive Filtering Algorithm for Satellite High-Speed Broadband Digital Transmission System

LI Hai-bin, HAN Yan-guang, ZHUANG Shu-yan, GUAN Xin-ping

(Key Lab of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

**Abstract:** Equalizing inter-symbol interference (ISI) quickly and effectively is one of keys for satellite high-speed broadband digital transmission. A kind of S-type function (Sigmoid function and hyperbolic tangent function) variable step LMS algorithms is discussed in this paper. These algorithms have flaws that  $\mu(n)$  changes a lot when error  $e(n)$  is close to zero and high complexity. Therefore, an improved variable step LMS adaptive equalization algorithm is proposed. Through simplifying the complexity of step formula update, increasing the amount of error information, optimizing the structure of modified S-type functions and building new nonlinear relations between step factor  $\mu(n)$  and error function  $e(n)$ , the step of new algorithm changes not only smoothly and slowly when error  $e(n)$  is close to zero, but also eliminates the impact of uncorrelated noise sequences. The complexity of the new algorithm is smaller than other similar modified algorithms. Simulation results show that the performance of new algorithm is superior to other modified algorithms. The satellite high-speed broadband digital transmission system simulation model is also given in this paper. When the new algorithm is applied to the adaptive equalizer of system model, the system bit error rate (BER) performance is improved greatly.

**Key words:** Satellite high-speed broadband digital transmission; Adaptive equalization; Variable tap-length; LMS algorithm

### 0 引 言

在卫星高速宽带数字传输系统中, 星上转发器

的高功率放大器主要采用 TWTA (Traveling Wave Tube Amplifier, 行波管放大器), 该器件具有非线性特性, 当它工作在饱和区或接近饱和区时, 其群时延

曲线的不理想,会引起信道的严重非线性失真。采用均衡器补偿信道失真产生的码间干扰是一种重要的方法。实际的卫星高速宽带数字传输系统要求均衡器能够基于对信道特性的测量随时调整自身的系数,以适应信道特性的变化,而寻求高速的自适应均衡算法是自适应均衡器实现的关键。

传统的定步长 LMS 自适应均衡算法在收敛速度、时变系统跟踪速度与稳态精度方面对步长因子的要求是相互矛盾的。为此,文献[1]提出了一种 Sigmoid 函数变步长的 LMS 算法(SVSLMS),并给出了步长因子的调整原则。然而,文献[2]分析指出此算法的 Sigmoid 函数过于复杂,且在误差  $e(n)$  接近零处变化太大,不具有缓慢变化的特性,使得 SVSLMS 算法在自适应稳态阶段仍有较大的步长变化。文献[3,4]通过调整更新式,提高了算法性能,但缺点是复杂度提高,工程实现困难。基于此,本文提出一种改进的变步长 LMS 自适应均衡算法,利用步长因子和误差函数新的非线性关系,不仅误差接近零处变化缓慢,而且步长更新式更简单,大大减少了算法的运算量。与文献[2-4]算法进行仿真比较,本文算法具有较小的算法复杂度,且收敛速度和跟踪速度最快。应用到卫星高速宽带数字通信均衡系统中,有效改善了系统的误码性能。

### 1 本文变步长 LMS 算法

最小均方误差(LMS)均衡算法<sup>[5-6]</sup>是一种以期望响应  $d(n)$  和输出信号  $y(n)$  之间误差的均方值最小为准则的。输入信号  $x$  依次经过  $m - 1$  个延迟单元,在  $n$  时刻构成了一个信号矢量  $X(n)$ , 输入信号矢量为:

$$X(n) = [x(n), x(n - 1), \dots, x(n - m + 1)]^T \quad (1)$$

加权矢量为:

$$W(n) = [w_{n1}, w_{n2}, \dots, w_{nm}]^T \quad (2)$$

输出信号为:

$$y(n) = \sum_{i=1}^m w_{ni}x(n - i + 1) \quad (3)$$

误差信号为:

$$\begin{aligned} e(n) &= d(n) - y(n) \\ &= d(n) - W(n)^T X(n) \end{aligned} \quad (4)$$

基本 LMS 均衡算法的迭代方程<sup>[6]</sup>为:

$$W(n + 1) = W(n) + \mu(n)e(n)X(n) \quad (5)$$

其中  $\mu(n)$  为步长因子,当  $\mu(n)$  为常数时,算法为

固定步长 LMS 算法;当  $\mu(n)$  为一个变数时,算法为变步长 LMS 算法<sup>[7-8]</sup>。为了保证算法在迭代过程中收敛,步长因子需满足  $0 < \mu(n) < 1/\lambda_{\max}$ ,其中  $\lambda_{\max}$  为输入信号矩阵  $X(n)$  的最大特征值。

本文提出更新式如下:

$$\mu(n) = \beta e^2(n) \exp(\alpha |e(n)|) \quad (6)$$

如果  $\mu(n) > \mu_{\max}(n)$ ,则有  $\mu(n) = \mu_{\max}(n)$ 。其中  $\mu_{\max}(n)$  为步长调整值的最大值。参数  $\alpha > 0$  和  $\beta > 0$  用于控制  $\mu(n)$  与  $e(n)$  关系曲线的形状。

当  $\beta = 0.1$ 、 $\mu_{\max}(n) = 0.2$  时,  $\mu(n)$  与  $e(n)$  的关系曲线随  $\alpha$  的变化情况如图 1 所示。当  $\alpha = 5$ 、 $\mu_{\max}(n) = 0.2$  时,  $\mu(n)$  与  $e(n)$  的关系曲线随  $\beta$  的变化情况如图 2 所示。由图 1 和图 2 可知:在收敛范围内,初始阶段  $|e(n)|$  值较大,对应的步长值  $\mu(n)$  较大。当自适应均衡算法达到稳态阶段,此时  $|e(n)|$  值变小,相应的步长值变小,且具有缓慢变化的特性。这里对  $\mu(n)$  与  $e(n)$  关系曲线的平滑度  $k$  作如下定义: $k = a/b$ ,其中  $a$  为当  $\mu(n) = \mu_{\max}(n)$  时  $e(n)$  跨越的区间长度, $b$  为当  $\mu(n) = \mu_p$  时  $e(n)$  跨越的区间长度, $\mu_p$  为曲线接近零时步长选取的参考极小值。易得,当  $k$  越小时曲线接近零处的平滑性越好,反之,曲线越尖锐,平滑性越差。参数  $\alpha$ 、 $\beta$  和  $\mu_{\max}(n)$  的选择取决于实际系统的具体条件,且需要满足下列条件: $0 < \mu_{\max}(n) < 1/\lambda_{\max}$ 。以下参数选取的讨论均是在满足收敛条件下进行的,将不再重复说明。

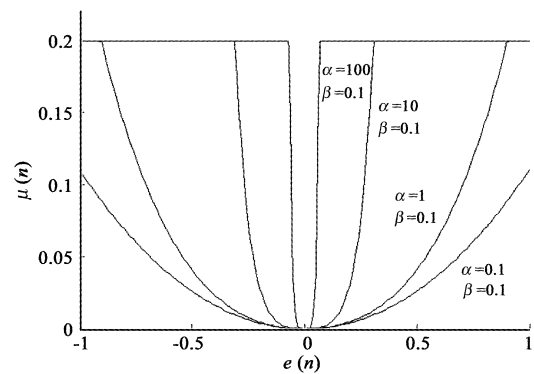


图 1  $\beta$  固定,  $\mu(n)$  与  $e(n)$  的关系曲线图  
Fig. 1 Relation diagram of  $\mu(n)$  and  $e(n)$  when  $\beta$  is fixed

由图 1 可以看出,当  $\alpha = 0.1$  和  $\beta = 0.1$  时,曲线开口较大,导致自适应均衡算法在迭代初始阶段  $|e(n)|$  较大,步长值  $\mu(n)$  却相对较小,起不到快速收敛和快速跟踪的作用,且  $|e(n)|$  接近零时,曲线

表现相对尖锐,说明步长值变化和稳态误差较大。当  $\alpha = 100$  和  $\beta = 0.1$  时,曲线开口较小,算法在初始阶段始终以最大的步长值更新权向量,从而实现快速收敛和对时变系统的快速跟踪。均衡算法步长值经过一段骤然下降的过程,该过程同样反映算法的收敛速度和跟踪速度较快,在  $|e(n)|$  接近零时,  $\mu(n)$  曲线变化平滑缓慢地接近于零。易得,参数  $\alpha$  对  $|e(n)|$  与  $\mu(n)$  关系曲线的开口度影响更大。

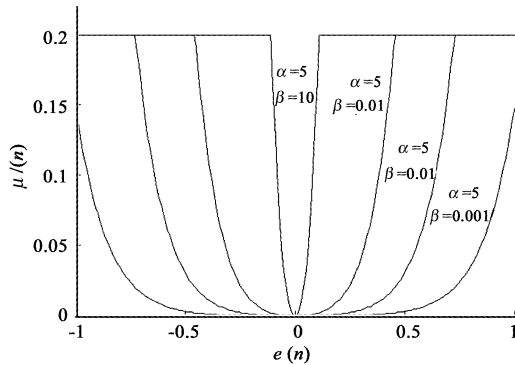


图 2  $\alpha$  固定,  $\mu(n)$  与  $e(n)$  的关系曲线图

Fig. 2 Relation diagram of  $\mu(n)$  and  $e(n)$  when  $\alpha$  is fixed

由图 2 可以看出,当  $\alpha = 5$  和  $\beta = 0.001$  时,曲线底部较大,同样导致自适应均衡算法在迭代的初始阶段  $|e(n)|$  较大,步长值  $\mu(n)$  却相对较小,起不到快速收敛和快速跟踪的效果,且  $|e(n)|$  还相对较大(如  $|e(n)| = 0.5$ ) 时,曲线就过早地进入平滑缓慢的变化状态,说明步长值过早地变小,导致收敛速度和跟踪速度变慢。当  $\alpha = 5$  和  $\beta = 10$  时,曲线底部宽度较小,均衡算法在初始阶段同样以最大的步长值更新权向量,从而实现快速收敛和对时变系统的快速跟踪。算法步长值经过一段平滑下降的过程,该过程同样反映算法的收敛速度和跟踪速度较快,在  $|e(n)|$  接近零时,  $\mu(n)$  曲线变化相对( $\alpha = 100$  和  $\beta = 0.1$ ) 尖锐地接近于零。易得,参数  $\beta$  对  $|e(n)|$  与  $\mu(n)$  关系曲线的底部斜率有更大的影响。

综上所述,  $\alpha$  越大,曲线上部的开口度越小,说明算法在初始阶段收敛速度越快,但如果  $\alpha$  过大,则会导致平滑度  $k$  越尖锐,使  $e(n)$  接近零时步长值变化大。  $\beta$  越大,虽然曲线底部斜率变大,但如果此时选择最佳的  $\alpha$  值,使  $e(n)$  接近零时曲线平滑度  $k$  最小,则可以得到最佳的曲线形状。实验得出最佳参数为  $\alpha = 1000$  和  $\beta = 150$ 。

## 2 均衡算法性能分析

收敛性能、时变信道跟踪性能和稳态性能是检验均衡算法性能优劣的重要指标。下面分析参数  $\alpha$  和  $\beta$  对改进的变步长 LMS 自适应均衡算法性能的影响。仍然采用传统 S 型函数改进算法<sup>[1-4]</sup> 中的模拟条件: 自适应均衡器阶数  $L = 2$ ; 不妨先将卫星高速宽带数字传输系统模拟为 FIR 滤波器,其系数为  $W^* = [0.8, 0.5]^T$ , 在第 500 个迭代次数时刻卫星高速宽带数字传输系统发生时变,系数矢量变为  $W^* = [0.4, 0.2]^T$ ; 参考输入信号  $x(n)$  是零均值,方差为 1 的高斯白噪声;  $v(n)$  是与  $x(n)$  不相关的高斯白噪声,其均值为零,方差为 0.04。分别做 200 次独立的仿真,迭代次数为 1000,然后求其统计平均,得出学习曲线。

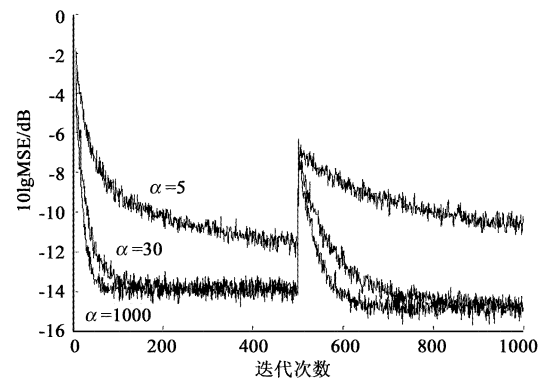


图 3  $\beta$  固定,不同  $\alpha$  值收敛特性图

Fig. 3 Convergence diagram vary with changes of  $\alpha$  when  $\beta$  is fixed

当  $\beta = 0.001$ ,  $\mu_{\max}(n) = 0.08$  时,均衡算法收敛曲线随  $\alpha$  的变化情况如图 3 所示。可以看出,当  $\alpha = 5$  时,自适应均衡算法收敛曲线的性能很差。算法迭代 400 次后才趋于收敛,稳态误差约为  $-12$  dB,空间信道发生突变后,算法跟踪性能很差。当  $\alpha = 30$  时,算法性能得到很大改善。算法迭代 100 次后收敛,且稳态精度高,约为  $-14$  dB,卫星高速宽带数字传输系统发生突变后,算法跟踪速度较快。当  $\alpha = 1000$  时,均衡算法性能进一步提高,算法迭代 70 次后收敛,稳态精度变化不大。卫星高速宽带传输系统发生突变后,算法跟踪速度进一步加快。图中参数  $\alpha$  在 5 到 30 之间变化时,算法收敛曲线变化较明显,性能改善较快,说明对算法性能的影响较大,在 30 到 1000 之间变化时,算法收敛曲线变化较小,性能提高较慢,说明对算法性能的影响较小,随着  $\alpha$  的

进一步增大,算法收敛曲线变化不明显,性能几乎没有提高。

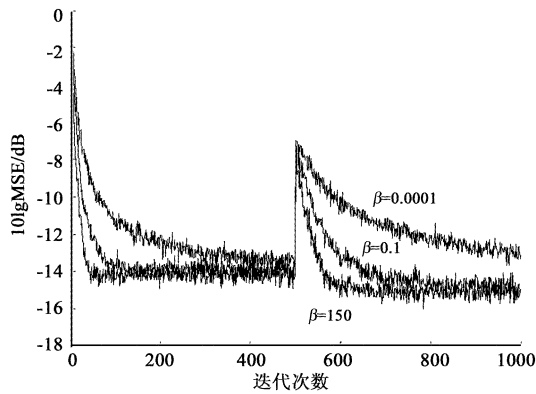


图 4  $\alpha$  固定,不同  $\beta$  值收敛特性图

Fig. 4 Convergence diagram varying with changes of  $\beta$  when  $\alpha$  is fixed

当  $\alpha = 1000$ ,  $\mu_{\max}(n) = 0.08$  时,自适应均衡算法收敛曲线随  $\beta$  的变化情况如图 4 所示。可以看出,当  $\beta = 0.0001$  时,自适应均衡算法收敛曲线的性能很差。算法迭代 300 次后才趋于收敛,稳态误差约为  $-13\text{dB}$ ,卫星高速宽带数字传输系统发生突变后,算法跟踪性能很差。当  $\beta = 0.1$  时,算法性能得到很大改善。算法迭代 60 次后收敛,且稳态精度高,约为  $14\text{dB}$ ,未知系统发生突变后,算法跟踪速度较快。当  $\beta = 150$  时,算法性能进一步提高,算法迭代 40 次后收敛,稳态精度变化不大。卫星高速宽带传输系统发生突变后,算法跟踪速度进一步加快。图中参数  $\beta$  在  $0.0001$  到  $0.1$  之间变化时,算法收敛曲线变化较明显,性能改善较快,说明对算法性能的影响较大,在  $0.1$  到  $150$  之间变化时,算法收敛曲线变化较小,性能提高较慢,说明对算法性能的影响较小,随着  $\beta$  的进一步增大,算法收敛性能会有所改善,但不明显。综上对参数  $\alpha$  和  $\beta$  的分析,实验得出使算法收敛速度快且稳态性能好的最佳参数为  $\alpha = 1000$  和  $\beta = 150$ 。

### 3 仿真研究

#### 3.1 本文算法与其它算法性能比较

文献[2]提出的均衡算法克服了 Sigmoid 函数在自适应稳态阶段步长调整过程中的不足,并指出 Sigmoid 函数过于复杂。但该文算法复杂度同样相对较大。文献[3]提出的均衡算法同样是针对 Sigmoid 函数存在不足进行的改进,但步长值更新式只是对 Sigmoid 函数的简单修改,复杂度比 Sigmoid 函数还高,其实质还是 Sigmoid 形式。文献[4]针对

另一类 S 型函数(双曲正切函数)算法存在的缺陷进行的改进,该算法获得了同其它 S 型函数改进算法类似的性能,但算法复杂度高,运算量仍相对较大。本文均衡算法运算量与文献[2]、文献[3]和文献[4]的运算量比较如表 1 所示,其中  $N$  为均衡器阶数。

表 1 均衡算法运算量

Table 1 Equalization algorithm operations

均衡算法	乘除运算	加减运算	指数运算
文[2]算法	$2N + 4$	$N + 3$	1
文[3]算法	$2N + 6$	$N + 4$	1
文[4]算法	$2N + 4$	$N + 4$	1
本文算法	$2N + 5$	$N + 1$	1

由表 1 可以看出,本文均衡算法同其它三种均衡算法相比,本文算法比文献[2]和[4]算法乘法运算增加一次,但加减运算分别减少 2 次和 3 次。由于 DSP 芯片(如 TMS320 系列)具有专用的硬件乘法器,乘法可在一个指令周期内完成,故本文算法的运算量相对较小,复杂度低。

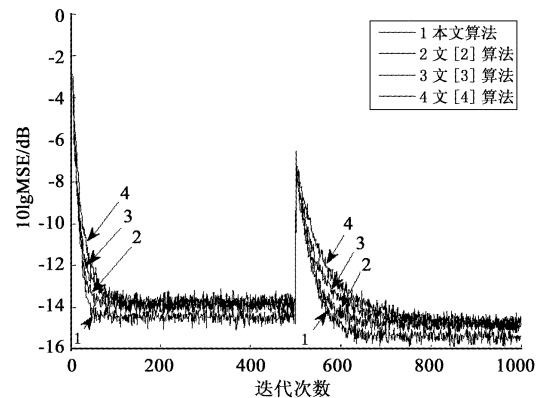


图 5 本文算法与文献[2]、[3]和[4]算法性能比较图

Fig. 5 Performance comparison diagram among algorithms in this paper, Ref. [2], Ref. [3] and Ref. [4]

当本文算法选取参数  $\mu_{\max}(n) = 0.08$ 、 $\alpha = 1000$  和  $\beta = 150$ ,文献[2]算法参数  $\alpha = 300$  和  $\beta = 0.2$ ,文献[3]算法参数  $\alpha = 10000$  和  $\beta = 0.2$ ,文献[4]算法参数  $\alpha = 80$ 、 $\beta = 0.2$  和  $h = 2000$ 。分别做 300 次独立仿真,本文算法与文献[2]、[3]和[4]算法性能比较图如图 5 所示。由图中可以看出,在四种均衡算法稳态性能相同的条件下,本文算法具有更快的收敛速度、跟踪速度和较好的稳态性能。因此,本文均衡算法比文献[2]、[3]和[4]提出的均衡算法性能更优越。

3.2 本文算法在卫星高速宽带数传系统中的应用

卫星高速宽带数传系统的仿真模型如图 6 所示。

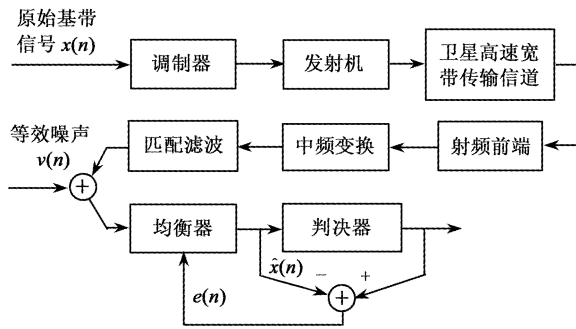


图 6 卫星高速宽带数传系统仿真模型

Fig.6 Simulation model of satellite high-speed broadband digital transmission system

在此选取某卫星高速宽带数字传输系统参数,原始基带信号的符号速率 375M 符号/秒,卫星信道群时延失真在 2 倍奈奎斯特带宽内为 6ns,调制方式为 QPSK。数据量  $10^8$  个,将本文算法应用到该系统的自适应均衡器中,得到如图 7 所示的误码率比较图。

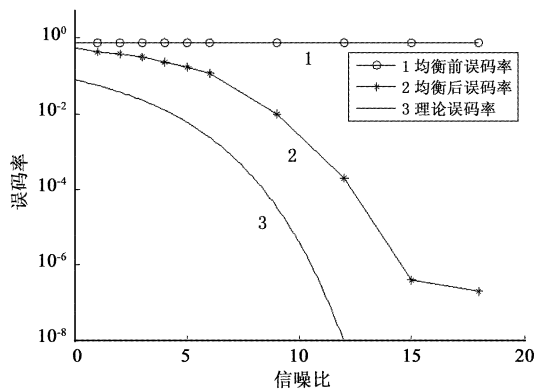


图 7 误码率比较图

Fig.7 Bit error rate(BER) comparison diagram

由图 7 可以看出,发送信号经过卫星高速宽带数字传输信道后,产生了严重的码间干扰,致使系统均衡前误码率很大。当引入基于本文算法的自适应均衡器后,系统误码性能得到较大改善。误码率为  $P_e = 10^{-6}$  时,信噪比损失约为 3.9dB。

4 结 论

本文提出了改进的变步长 LMS 自适应均衡算法,研究了参数  $\alpha$  和  $\beta$  对算法的影响,分析了一类 S 型函数(Sigmoid 函数和双曲正切函数)算法及其改进算法的缺陷,重点说明了新算法比其它改进算法

复杂度低、运算量小,在保证算法稳态性能的同时,提高了算法收敛和跟踪性能。仿真结果验证了新算法的优越性。在卫星高速宽带数字传输系统中具有很好的应用前景。

参 考 文 献

[1] 覃景繁, 欧阳景正. 一种新的变步长自适应滤波算法[J]. 数据采集与处理, 1997, 12(3): 171 - 174. [Tan Jing-fan, Ouyang Jing-zheng. A novel variable step size LMS adaptive filtering algorithm based on sigmoid function[J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 1997, 12(3): 171 - 174.]

[2] 高鹰, 谢胜利. 一种变步长 LMS 自适应滤波算法及分析[J]. 电子学报, 2001, 29(8): 1094 - 1097. [Gao Ying, Xie Sheng-li. A variable step size LMS adaptive filtering algorithm and its analysis[J]. Acta Electronica Sinica, 2001, 29(8): 1094 - 1097.]

[3] 罗小东, 贾振红, 王强. 一种新的变步长 LMS 自适应滤波算法[J]. 电子学报, 2006, 34(6): 1123 - 1126. [Luo Xiao-dong, Jia Zhen-hong, Wang Qiang. A new variable step size LMS adaptive filtering algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(6): 1123 - 1126.]

[4] 张中华, 张瑞金. 一种新的变步长 LMS 自适应滤波算法及性能分析[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(9): 2238 - 2241. [Zhang Zhong-hua, Zhang Rui-jin. New variable step size LMS adaptive filtering algorithm and its performance analysis[J]. Systems Engineering and Electronics, 2009, 31(9): 2238 - 2241.]

[5] 邱天爽, 魏东兴. 通信中的自适应信号处理[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005.

[6] 张贤达, 保铮. 通信信号处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.

[7] Kwong R H, Johnston E W. A variable step size LMS algorithm [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1992, 40(7): 1636 - 1642.

[8] Aboulnasr T, Mayyas K. A robust variable step-size LMS-type algorithm: analysis and simulations [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1997, 45(3): 631 - 639.

作者简介:李海滨(1978 - ),男,副教授,硕士生导师,主要从事航天测控技术、机器视觉等领域的研究。  
通信地址:秦皇岛燕山大学电气工程学院(066004)  
电话:(0335)8387556  
E-mail:hbli@ysu.edu.cn

(编辑:余 未)