

基于有限时间 H_2 性能指标的 导弹机动突防策略设计

郭 杨^{1,2}, 姚 郁¹, 王仕成², 贺风华¹

(1. 哈尔滨工业大学控制与仿真中心, 哈尔滨 150080; 2. 第二炮兵工程学院科研部, 西安 710025)

摘要: 针对导弹机动突防策略设计中存在的对主要性能指标缺乏综合评价手段的问题, 基于有限时间 H_2 性能指标, 给出系统性能分析与设计的准则, 综合考虑脱靶量和机动消耗的能量, 设计了脱靶量/能量最优的机动形式。考虑拦截器制导律信息存在不确定性, 提出了有限时间鲁棒 H_2 性能分析方法与有限时间鲁棒 H_2 保性能控制准则, 设计了在拦截器制导律信息存在不确定性时的保性能机动。结果表明, 突防导弹在拦截末段的大幅度机动最为有效, 能够以较小的能量代价换取较大的拦截脱靶量。

关键词: 机动突防; 有限时间; H_2 控制; 保性能控制

中图分类号: V448.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328(2010)010-2289-06

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2010.10.009

Finite-Time H_2 Performance Measure-Based Strategy Design

GUO Yang^{1,2}, YAO Yu¹, WANG Shi-cheng², HE Feng-hua¹

(1. Control and Simulation Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

2. Department of Scientific Research, Xi'an Research Institute of High-Tech, Xi'an 710025, China)

Abstract: Based on finite-time H_2 performance measure, a criterion of analysis and design is given and a type of optimal maneuver is designed in consideration of both energy cost and miss distance. In the light of an interceptor guidance law with uncertainties, a method of finite-time robust H_2 performance analysis and a guaranteed cost control criterion are derived, and the guaranteed performance maneuver is designed under the condition of interceptor guidance law with uncertainty. The results show that a substantial maneuvering near the end of penetration process is most effective, and able to cause large miss distance by minimum energy consumption.

Key words: Maneuvering; Finite-time; H_2 control; Guaranteed cost control

0 引言

随着各种导弹拦截系统的发展, 导弹突防问题变得日益突出。对于以拦截脱靶量作为评价指标的追踪—逃逸问题(pursuit-evasion game), 有许多研究成果^[1-3], 但机动突防问题有其特殊性, 主要表现在关注拦截脱靶量的同时还需要考虑机动消耗的能量和对最终打击精度的影响等指标^[4]。文献[5-6]不具体考虑拦截过程, 从弹道设计的角度研究了弹道导弹机动对最终打击精度的影响。同时兼顾多个

指标的研究成果往往也只是先分别研究机动策略与某单一性能指标的映射关系, 再综合调整机动策略^[7]。文献[8]以线性矩阵不等式(LMI)为工具研究了有限时间系统镇定的充分条件和控制器设计方法, 文献[9]又考虑了具有非零初始条件的性能指标, 为本文的研究奠定了理论基础。文献[10]提出将有限时间 H_2 性能指标用于末制导系统性能分析, 在将有限时间 H_2 性能指标与末制导过程中的主要参数结合方面做出了有效的尝试。

导弹机动突防问题现有的研究成果对拦截脱靶

量、突防消耗的能量等突防过程中重要的性能指标缺乏统一的度量及评价方法,从而在系统设计中往往只能单一以拦截脱靶量作为指标,缺少进行性能指标综合优化的手段,存在系统分析与设计脱节的问题;同时,已有的两种主要模型^[11-12]有小角度的假设,虽然简化了分析方法,但使得模型的适用范围受到限制;另外,为了改善方法的适应性,实际系统相对于标称模型的摄动也应加以考虑。

本文将利用有限时间 H₂ 性能指标对拦截脱靶量和机动突防消耗的能量进行综合考虑,给出此性能指标最优时的最佳逃逸机动。考虑突拦双方的信息不对称,在突防一方不能精确获得拦截器制导律信息的情况下,提出有限时间鲁棒 H₂ 性能分析准则与有限时间鲁棒 H₂ 保性能控制准则,在此情形下,设计保性能逃逸机动。

1 问题描述

在拦截器与目标的相对运动过程中,认为突防导弹(evader)与拦截器(pursuer)常速接近,考虑视线的转动,得到突防导弹与拦截器的视线运动方程

$$\ddot{q} = -2 \frac{\dot{R}}{R} \dot{q} + \frac{a_E - a_P}{R} \quad (1)$$

其中, q 为突防导弹相对于拦截器的视线角; R 为二者之间的相对距离; a_E 和 a_P 则分别是突防导弹加速度和拦截器加速度在视线法向上的分量。在突防过程中,拦截一方通过 a_P 控制视线角速率 \dot{q} ,使其趋近于零,进而拦截目标,相应地,突防一方则希望在突防即将结束时的视线转率足够大,从而引起足够的拦截脱靶量。

认为突防导弹与拦截器常速接近,考虑到许多导引规律可以概括为比例导引加修正项的形式,因此采用修正的比例导引律,形式如下

$$a_{PC} = NV_c \dot{q} + \frac{K}{2} a_E \quad (2)$$

其中, a_{PC} 为拦截器在视线法向方向上的加速度指令; $V_c = -\dot{R}$ 为二者常值接近速度; N 为有效导航比; K 是修正系数。

设拦截器与突防导弹的过载响应时间分别为 τ_P, τ_E , 则其各自的指令加速度与实际加速度之间的关系分别为

$$\dot{a}_P = (a_{PC} - a_P)/\tau_P \quad (3)$$

$$\dot{a}_E = (a_{EC} - a_E)/\tau_E \quad (4)$$

结合(1)-(4)式,得到一个状态空间描述

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (5)$$

即

$$\begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \dot{a}_P \\ \dot{a}_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2/(t_f - t) & -1/(V_c(t_f - t)) & 1/(V_c(t_f - t)) \\ NV_c/\tau_P & -1/\tau_P & \frac{1}{2}K/\tau_P \\ 0 & 0 & -1/\tau_E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ a_P \\ a_E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/\tau_E \end{bmatrix} a_{EC} \quad (6)$$

其中 t_f 为拦截过程结束时刻, $t_f = R(0)/V_c$, 取评价输出 $z(t) = \dot{q}(t)$, 即

$$z(t) = C(t)x(t) \quad (7)$$

其中

$$C(t) = [1 \ 0 \ 0]$$

以进入盲区时刻的非零效脱靶量作为拦截脱靶量

$$\text{NZEM} = \dot{q}(t_e)D^2/V_c + \frac{1}{2}(a_E(t_e) - a_P(t_e))(D/V_c)^2 \quad (8)$$

D 为盲区的大小。

另外,定义突防导弹与拦截器弹体时间常数比为

$$\beta = \tau_E/\tau_P \quad (9)$$

引入有限时间 H₂ 性能指标

$$J(\sum, R_0, t_e) = \sup_{u(t), x(0)} \left(\frac{\|z(t)\|_{\infty, [0, t_e]}^2}{\|u(t)\|_{2, [0, t_e]}^2 + x^T(0)R_0x(0)} \right)^{1/2} \quad (10)$$

其中,矩阵 R_0 是对系统初始状态 $x(0)$ 不确定性的加权因子。加权因子 R_0 越大,则系统初始状态 $x(0)$ 的不确定性越小,当 R_0 趋向于无穷时,相当于零初始条件情形。本文的研究将在零初始条件情形下展开,因为初始状态由双方的运动共同决定,不能作为突防一方的策略进行选择,同时, $\dot{q}(0)$ 为零对于突防一方来讲是最坏情形。此性能指标实际上是对任意能量有界输入 $u(t)$ 作用下系统最坏性能的一种度量。对于(6)(7)式构成的系统 \sum , 此性能指标综合考虑了拦截脱靶量和机动突防消耗的能量。

2 有限时间 H₂ 性能下的系统分析与设计准则

有限时间 H₂ 性能分析准则以引理的形式给出:

引理 1^[9]. 考虑如式(5)(7)描述的线性时变系统和性能度量(10),令 \mathbf{R}_0 为给定的正定对称矩阵, γ 为给定的正数,则下列条件等价:

- (a) $J(\sum, \mathbf{R}_0, t_e) \leq \gamma$
(b) 存在对称矩阵函数 $\mathbf{P}(t) > 0, t \in [0, t_e]$

满足

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{P}}(t) + \mathbf{A}^T(t)\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{A}(t) + \\ \mathbf{P}(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{B}^T(t)\mathbf{P}(t) = 0 \\ \mathbf{P}(0) = \mathbf{R}_0 \end{aligned} \quad (11)$$

并且

$$\gamma^2 \geq \mathbf{C}(\tau)\mathbf{P}^{-1}(\tau)\mathbf{C}^T(\tau), \forall \tau \in [0, t], t \in [0, t_e] \quad (12)$$

推论 1^[9]. 若引理 1 中的 $\mathbf{P}(t)$ 和 γ 存在, 则 γ 必存在一个极小值 γ^* , 当输入 $\mathbf{u}(t)$ 取状态反馈

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{B}^T(t)\mathbf{P}(t)\mathbf{x}(t)$$

时, $J(\sum, \mathbf{R}_0, t_e) = \gamma^*$ 。

引理 2^[13]. 对于任意的 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$, 有

$$\max((\mathbf{x}^T \mathbf{M} \mathbf{F}(t) \mathbf{N} \mathbf{x})^2 + \mathbf{F}^T(t) \mathbf{F}(t) \leq \mathbf{I}) = (\mathbf{x}^T \mathbf{M} \mathbf{M}^T \mathbf{x})(\mathbf{x}^T \mathbf{N}^T \mathbf{N} \mathbf{x})$$

其中, \mathbf{M} 和 \mathbf{N} 是具有适当维数的实矩阵。

引理 3^[13]. 设矩阵 $\mathbf{M}, \mathbf{N}, \mathbf{V} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 满足 $\mathbf{M} \geq 0, \mathbf{N} \geq 0$ 和 $\mathbf{P} < 0$, 如果对于任意的非零向量 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$, 有 $(\mathbf{x}^T \mathbf{V} \mathbf{x})^2 - 4(\mathbf{x}^T \mathbf{M} \mathbf{x})(\mathbf{x}^T \mathbf{N} \mathbf{x}) > 0$, 则存在常数 $\varepsilon > 0$, 使得下式成立

$$\varepsilon^2 \mathbf{M} + \varepsilon \mathbf{V} + \mathbf{N} < 0$$

在引理 1~3 的基础上, 考虑模型的摄动, 给出如下定理:

定理 1. 考虑性能度量(10)和系统

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A}(t) + \Delta\mathbf{A}(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{z}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (13)$$

其中, $\Delta\mathbf{A}(t)$ 为具有适当维数的不确定矩阵, 且具有如下形式

$$\Delta\mathbf{A}(t) = \mathbf{D}(t)\mathbf{F}(t)\mathbf{M}(t) \quad (14)$$

$\mathbf{F}(t)$ 是具有 Lebeque 可测元的不确定实矩阵, 且满足 $\mathbf{F}^T(t)\mathbf{F}(t) \leq \mathbf{I}, \mathbf{D}(t)$ 和 $\mathbf{M}(t)$ 是具有适当维数的矩阵函数。令 \mathbf{R}_0 为给定的正定对称矩阵, γ 为给定的正数, 则下列条件等价:

- (a) $J(\sum, \mathbf{R}_0, t_e) \leq \gamma$
(b) 存在对称矩阵函数 $\mathbf{P}(t) > 0, t \in [0, t_e]$
与 $\varepsilon(t) > 0$ 满足

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{P}}(t) + \mathbf{A}^T(t)\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{A}(t) + \\ \mathbf{P}(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{B}^T(t)\mathbf{P}(t) + \\ \varepsilon(t)\mathbf{P}(t)\mathbf{D}(t)\mathbf{D}(t)^T\mathbf{P}(t) + \\ \varepsilon(t)^{-1}\mathbf{M}(t)^T\mathbf{M}(t) < 0 \\ \mathbf{P}(0) = \mathbf{R}_0 \end{aligned} \quad (15)$$

并且 $\gamma^2 \geq \mathbf{C}(\tau)\mathbf{P}^{-1}(\tau)\mathbf{C}^T(\tau), \forall \tau \in [0, t], t \in [0, t_e]$ 。

证. 充分性 若满足条件(a), 根据引理 1, 对于所有允许的不确定性 $\Delta\mathbf{A}(t)$, 有下式成立:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{P}}(t) + (\mathbf{A}(t) + \Delta\mathbf{A}(t))\mathbf{P}(t) + \\ \mathbf{P}(t)(\mathbf{A}(t) + \Delta\mathbf{A}(t)) + \\ \mathbf{P}(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{B}^T(t)\mathbf{P}(t) < 0 \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{P}}(t) + \mathbf{A}^T(t)\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{A}(t) + \\ \mathbf{P}(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{B}^T(t)\mathbf{P}(t) + \\ (\mathbf{D}(t)\mathbf{F}(t)\mathbf{M}(t))^T\mathbf{P}(t) + \\ \mathbf{P}(t)\mathbf{D}(t)\mathbf{F}(t)\mathbf{M}(t) < 0 \end{aligned}$$

令

$$\mathbf{Y} = \dot{\mathbf{P}}(t) + \mathbf{A}(t)\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{A}(t) + \\ \mathbf{P}(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{B}^T(t)\mathbf{P}(t)$$

则对于任意的非零向量 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$, 可得

$$\mathbf{x}^T \mathbf{Y} \mathbf{x} < -2\mathbf{x}^T \mathbf{P}(t) \mathbf{D}(t) \mathbf{F}(t) \mathbf{M}(t) \mathbf{x}$$

则

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^T \mathbf{Y} \mathbf{x} &< -2\max(\mathbf{x}^T \mathbf{P}(t) \mathbf{D}(t) \mathbf{F}(t) \cdot \\ &\mathbf{M}(t) \mathbf{x} + \mathbf{F}^T(t) \mathbf{F}(t) \leq \mathbf{I}) \leq 0 \end{aligned}$$

有

$$\begin{aligned} (\mathbf{x}^T \mathbf{Y} \mathbf{x})^2 &> 4\max((\mathbf{x}^T \mathbf{P}(t) \mathbf{D}(t) \mathbf{F}(t) \cdot \\ &\mathbf{M}(t) \mathbf{x})^2 + \mathbf{F}^T(t) \mathbf{F}(t) \leq \mathbf{I}) \end{aligned}$$

根据引理 2, 有

$$\begin{aligned} (\mathbf{x}^T \mathbf{Y} \mathbf{x})^2 &> 4(\mathbf{x}^T \mathbf{P}(t) \mathbf{D}(t) \mathbf{D}^T(t) \mathbf{P}(t) \mathbf{x}) \cdot \\ &(\mathbf{x}^T \mathbf{M}^T(t) \mathbf{M}(t) \mathbf{x}) \end{aligned}$$

根据引理 3, 存在常数 $\varepsilon(t) > 0$, 使得

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^T(t)\mathbf{M}(t) + \varepsilon(t)\mathbf{Y} + \\ \varepsilon^2(t)\mathbf{P}(t)\mathbf{D}(t)\mathbf{D}^T(t)\mathbf{P}(t) < 0 \end{aligned}$$

结合引理 1, 条件(b)成立。

必要性 若条件(b)成立, 由于

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{P}}(t) + \mathbf{A}(t)\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{A}(t) + \\ \mathbf{P}(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{B}^T(t)\mathbf{P}(t) + \\ (\mathbf{D}(t)\mathbf{F}(t)\mathbf{M}(t))^T\mathbf{P}(t) + \\ \mathbf{P}(t)\mathbf{D}(t)\mathbf{F}(t)\mathbf{M}(t) \leq \\ \dot{\mathbf{P}}(t) + \mathbf{A}^T(t)\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{A}(t) + \\ \mathbf{P}(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{B}^T(t)\mathbf{P}(t) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \varepsilon^{-1}(t) \mathbf{P}(t) \mathbf{D}(t) \mathbf{D}^T(t) \mathbf{P}(t) + \\ & \varepsilon(t) \mathbf{M}^T(t) \mathbf{M}(t) \end{aligned}$$

结合引理 1 及式(15), 条件(a)成立。定理证毕。

在前述结论的基础上, 依照保性能控制的思想, 有如下结论:

定理 2. 考虑模型(13)和性能指标(10), 若系统满足定理 1 中的任意一个条件, 则存在

$$\mathbf{P}^*(t), \text{ s. t. } \gamma^* = \min_{\mathbf{s}(t)} \gamma$$

且当 $\mathbf{u}(t) = \mathbf{B}^T(t) \mathbf{P}^*(t) \mathbf{x}(t)$ 时, 对于所有允许的不确定性 $\mathbf{F}^T(t) \mathbf{F}(t) \leq \mathbf{I}$, 满足 $J(\sum, \mathbf{R}_0, t_e) \geq \gamma^*$ 。

证. 由于定理 1 中的条件(a)与(b)等价, 不妨设满足条件(b), 则优化问题

$$\begin{aligned} \min \quad & \gamma \\ \text{s. t.} \quad & \left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{P}}(t) + \mathbf{A}(t) \mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t) \mathbf{A}(t) + \\ \mathbf{P}(t) \mathbf{B}(t) \mathbf{B}^T(t) \mathbf{P}(t) + \\ \varepsilon(t) \mathbf{P}(t) \mathbf{D}(t) \mathbf{D}^T(t) \mathbf{P}(t) + \\ \varepsilon(t)^{-1} \mathbf{M}(t)^T \mathbf{M}(t) < 0 \end{array} \right. \\ & \gamma^2 \geq \mathbf{C}(\tau) \mathbf{P}^{-1}(\tau) \mathbf{C}(\tau), \tau \in [0, t_e] \end{aligned} \quad (16)$$

是一个具有线性不等式约束和线性目标函数的凸优化问题, 故 $\mathbf{P}^*(t)$ 存在, 结合推论 1 及 $\min \gamma = \gamma^*$, 则有当 $\mathbf{u}(t) = \mathbf{B}^T(t) \mathbf{P}^*(t) \mathbf{x}(t)$ 时, $J(\sum, \mathbf{R}_0, t_e) \geq \gamma^*$ 。定理证毕。

引理 1 给出了有限时间 H_2 性能分析准则, 定理 1 将其推广到了模型具有不确定性时的情形, 定理 2 在定理 1 的基础上给出了系统的保性能控制器设计准则。

3 脱靶量/能量最优机动方式

综合考虑拦截脱靶量与机动消耗的能量, 本节要解决的问题描述为: 考虑(6)(7)式描述的模型, 设计控制输入 $\mathbf{u}(t) = \mathbf{k}(t) \mathbf{x}(t)$, 使得系统的性能指标 $J(\sum, \mathbf{R}_0, t_e)$ 达到最优, 也即是通过设计突防导弹的加速度输入, 使得突防结束时刻的视线转率与机动消耗的能量之比达到最大, 而一般认为, 拦截器末制导即将结束时刻的视线转率与拦截脱靶量直接相关。

按照推论 1 给出的准则设计机动突防加速度指令 $a_{EC}(t) = \mathbf{B}^T(t) \mathbf{P}(t) \mathbf{x}(t)$, 其中 $\mathbf{P}(t)$ 由(11)式确定。此时 t_e 时刻的视线转率 $\dot{\mathbf{q}}(t_e)$ 与机动消耗的能量之比达到最大, 并且性能指标 $J(\sum, \mathbf{R}_0, t_e) = \gamma^*$ 。在不同的制导参数下, 得到的仿真结果如图 1

所示:

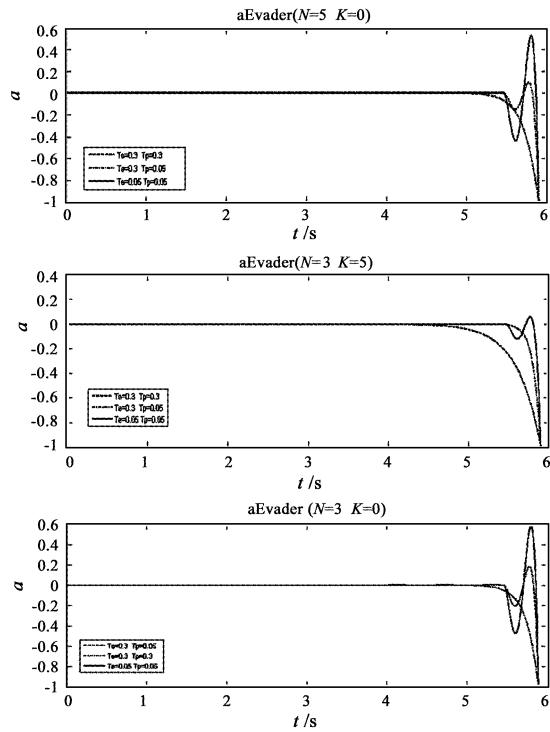


图 1 不同制导参数下脱靶量/能量最优机动

Fig. 1 Optimal maneuver considering miss distance under energy in different guidance parameters

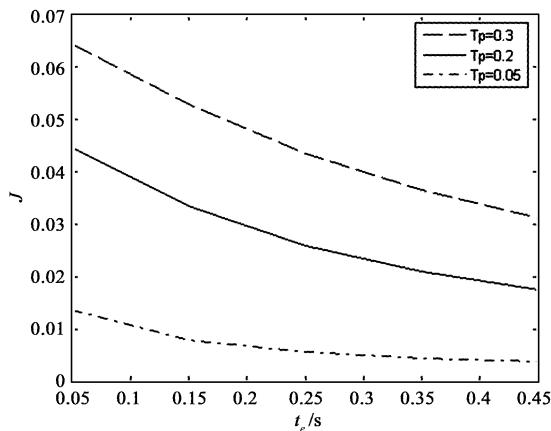
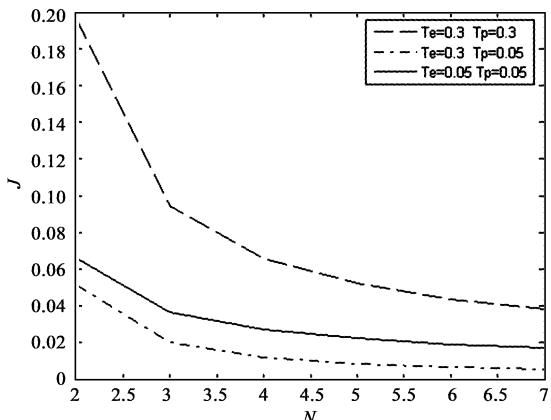
注: 图中对机动突防加速度 $a_{EC}(t)$ 进行了归一化处理: $a(t) = a_{EC}(t) / \max(a_{EC}(t))$ 。

由图 1 可以看出在拦截末段的大幅度机动最为有效, 能够以较小的能量代价换取较大的拦截脱靶量。过载响应时间分别取 0.3 s 和 0.05 s, 代表了突防双方分别采用气动舵和直接侧向力来产生横向加速度, 可以看出, 末段机动开始的时刻和机动形式与突防双方的弹体时间常数存在很大关系。

由图 2 可以看出, 性能指标 $J(\sum, \mathbf{R}_0, t_e)$ 随着突防导弹的弹体时间常数 τ_E 的增大而减小, 而随着拦截器的弹体时间常数 τ_p 的增大而增大, 结合其各自的作用意图, 故双方都期望有较小的弹体时间常数。

以下两幅图为不同制导参数 N 和 K 下性能指标 $J(\sum, \mathbf{R}_0, t_e)$ 的变化情况, 拦截一方可以根据此结果选取合适的制导参数。

可以看出, 当 N 小于 2.5 时, 性能指标 $J(\sum, \mathbf{R}_0, t_e)$ 急剧增大, 对拦截一方不利, 并且拦截器的过载响应时间越长, 这种变化越明显。修正系数 K 取 2 时, 性能指标 $J(\sum, \mathbf{R}_0, t_e)$ 最小。因此, 在拦截机

图2 不同过载响应时间下的 $J(\sum, \mathbf{R}_0, t_e)$ Fig. 2 $J(\sum, \mathbf{R}_0, t_e)$ under different guidance time constants图3 不同有效导航比 N 下的 $J(\sum, \mathbf{R}_0, t_e)$ Fig. 3 $J(\sum, \mathbf{R}_0, t_e)$ under different effective navigation ratio N

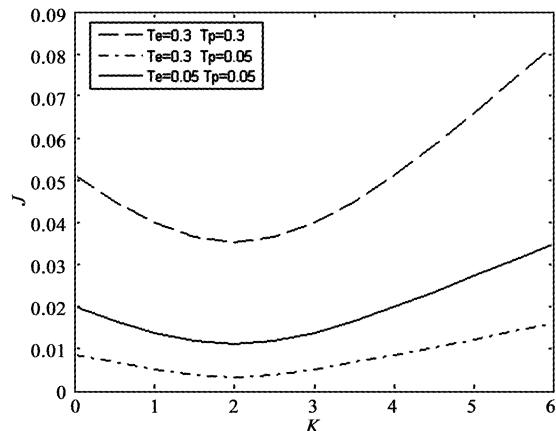
动目标时,准确地估计目标的加速度,从而采用比例导引加修正项的制导律对于减小的拦截脱靶量是较为有效的。

4 拦截器制导律信息存在不确定性时的保性能突防机动

突防一方往往不能精确得知拦截器的制导律具体形式和参数,同时,许多制导律往往是参数时变的,因而,从突防设计的角度出发,考虑比例导引加修正项的制导律形式,同时允许制导参数 N 和 K 在一定范围内变化,描述为

$$a_{pc} = (N + \Delta N) V_e \dot{q} + \frac{(K + \Delta K)}{2} a_e \quad (17)$$

因此,在考虑突防一方不能精确获得拦截器制

图4 不同的修正系数 K 下的 $J(\sum, \mathbf{R}_0, t_e)$ Fig. 4 $J(\sum, \mathbf{R}_0, t_e)$ under different modify coefficient K

导律信息的情况下,本节要解决的问题描述为:考虑(6)(7)式描述的模型,同时模型存在如(17)式中考虑的不确定性,设计控制输入 $\mathbf{u}(t) = \mathbf{k}(t)\mathbf{x}(t)$,使得模型摄动时系统仍然能保证一定的性能要求,也即是当拦截器制导律信息存在不确定性时,设计突防导弹的机动加速度,使得突防结束时刻的视线转率与机动消耗能量之比仍然不小于某个值。

考虑拦截器的制导律信息存在不确定性,利用定理2中的方法设计突防加速度输入,即 $a_{ec}(t) = \mathbf{B}^T(t)\mathbf{P}^*(t)\mathbf{x}(t)$,其中 $\mathbf{P}^*(t)$ 由(16)式确定。此时可保证性能指标 $J(\sum, \mathbf{R}_0, t_e)$ 不小于 γ^* 。采用表1中的仿真参数,得到的仿真结果如图5所示。

表1 仿真参数

Table 1 Simulation parameters

$\Delta A/A$	β	τ_p	τ_e	N	K	t_e	$\mathbf{x}(0)$
10%	6	0.3	0.05	4	0	5.9 s	0

其中, $\Delta A/A$ 表示如(13)式和(17)式考虑的拦截器信息的不确定性, $\mathbf{x}(0)$ 表示(6)式中的初始状态。

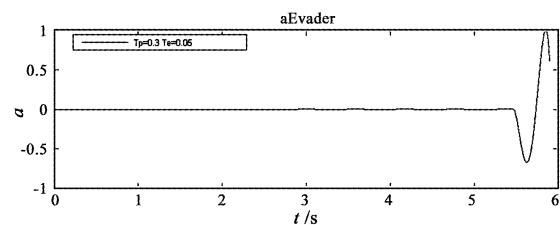


图5 突防导弹加速度指令

Fig. 5 Acceleration command of penetration missile

此时可保证性能指标 $J(\sum, \mathbf{R}_0, t_e)$ 不小于 0.016。

将表 1 中的参数 β 变为 1, 即 τ_p, τ_e 均取 0.05, 其他参数保持不变, 得到的仿真结果如图 6 所示:

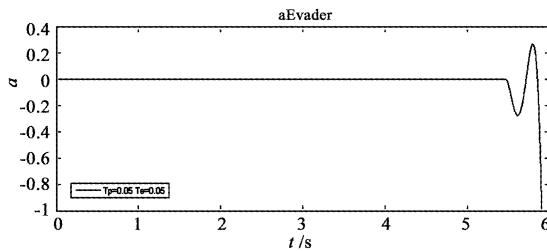


图 6 突防导弹加速度指令

Fig. 6 Acceleration command of penetration missile

此时可保证性能指标 $J(\sum, R_0, t_e)$ 不小于 0.021。

可以看出, 在拦截器制导律信息存在不确定性时, 考虑不同的过载响应时间, 突防导弹的机动策略仍然是在拦截末端进行大幅度机动, 这充分说明突防一方预测突防结束时刻的能力对于突防策略选取的重要性。

5 结 论

针对导弹机动突防中非常重要的两个性能指标——拦截脱靶量和机动消耗的能量, 利用有限时间 H_2 性能指标对其进行综合评价, 给出了系统分析与设计的准则, 并在此基础上得到了相应的机动突防策略, 主要有以下结论:

(1) 突防导弹在拦截末段的大幅度机动最为有效, 能够以较小的能量代价换取较大的拦截脱靶量。

(2) 当突防一方不能精确获取拦截器的制导律信息时, 仍可以进行保性能机动, 保证拦截脱靶量与机动消耗的能量之比不小于某一个值。

(3) 对于突防一方, 能否预测突防结束时刻对于突防策略选取极为重要。

参 考 文 献

- [1] Shinar J, Steinberg D. Analysis of optimal evasive maneuvers based on a linearized two-dimensional kinematic model [J]. Journal of Aircraft, 1977, 14(8): 795–802.
- [2] Trottman E J, Scherer C W. Robust minimax strategies for missile guidance design [C]. AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, Honolulu, Hawaii. 2008.
- [3] Mauro P, Bruce A, Conway. Optimal interception of evasive missile warheads: numerical solution of the differential game [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2008, 31(4): 1111–1123.
- [4] 姜玉宪. 具有规避能力的末制导方法 [C]. 中国航空学会控
- 制与应用第八届学术年会, 昆明, 1998. [Jiang Yu-xian. With the evasion ability of the terminal guidance method [C]. Control and Application of China Aviation Society 8th Annual Conference. Kunming, 1998.]
- [5] 张广明, 高普云, 唐乾刚. 弹道导弹在被动段突防的脉冲式异面变轨方法 [J]. 宇航学报, 2008, 29 (4): 1126–1131. [Zhang Guang-ming, Gao Pu-yun, Tang Qian-gang. The method of the impulse trajectory transfer in a different plane for the ballistic missile penetrating missile defense system in the passive ballistic curve [J]. Journal of Astronautics, 2008, 29 (4): 1126–1131.]
- [6] 张广明, 高普云, 唐乾刚, 等. 弹道导弹在被动段突防的平面脉冲式变轨方法 [J]. 弹道学报, 2008, 20(3): 83–87. [Zhang Guang-ming, Gao Pu-yun, Tang Qian-gang, et al. The method of the impulse trajectory transfer in a plane for the ballistic missile breaking through a defense line in the passive ballistic curve [J]. Journal of Ballistics, 2008, 20(3): 83–87.]
- [7] 吴启星, 张为华. 弹道导弹中段机动突防研究 [J]. 宇航学报, 2006, 27(6), 1243–1247. [Wu Qi-xing, Zhang Wei-hua. Research on midcourse maneuver penetration of ballistic missile [J]. Journal of Astronautics, 2006, 27(6): 1243–1247.]
- [8] Amato F, Ariola M, Dorato P. Finite-time control of linear subject to parametric uncertainties and disturbances [J]. Automatica, 2001, 37(9): 1459–1463.
- [9] Yung K F. H_∞ control with initial conditions [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 2006, 53(9): 867–871.
- [10] Ji D G, Yao Y, He F H. Finite-time H_2 performance analysis considering target maneuvers and guidance loop dynamics [C]. The 2nd International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics, Shenzhen, 2008.
- [11] Zachan P. Proportional navigation and weaving targets [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 1995, 18(5): 969–974.
- [12] Tal S, Yaakov O, Josef S. An efficient application of multiple model adaptive estimation in ballistic missile Interception scenarios [C]. AIAA Guidance Navigation and Control Conference and Exhibit, Denver CO. 2000.
- [13] Peterson I, Hollot C. A Riccati equation approach to the stabilization of uncertain linear systems [J]. Automatica, 1986, 22(4): 397–412.

作者简介: 郭杨(1983-), 男, 博士研究生, 研究方向为飞行器制导与控制。

通信地址: 黑龙江省哈尔滨市南岗区一匡街 2 号哈工大科学园 E1 栋 310 室(150080)

E-mail: guoyang820@163.com

(编辑: 张宇平)