

深空通信中 LDPC 码的一种译码算法

谢智东, 冯少栋, 张更新

(解放军理工大学通信工程学院, 南京 210007)

摘 要: LDPC 码由于具有逼近仙农极限的性能和硬件可实现的编译码复杂度, 在深空通信中具有重要的应用前景。文章在简要介绍 CCSDS(空间通信系统咨询委员会)中 LDPC 码编码规范的基础之上, 采用多维 EXIT 图对其译码门限和收敛速度进行了研究, 最后重点研究了译码算法, 通过改进归一化最小和算法提出了一种自适应归一化最小和算法, 该算法保留了归一化最小和算法的所有优点, 改善了不同信噪比条件下的译码性能, 并解决了归一化因子的选择难题, 适合在资源受限的深空通信中应用。

关键词: 深空通信; 低密度校验码; 译码算法; 最小和算法

中图分类号: TN911 文献标识码: A 文章编号: 1000-1328(2010)11-2578-06

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2010.11.022

A Novel Decoding Algorithm of LDPC Code for Deep Space Communication

XIE Zhi-dong, FENG Shao-dong, ZHANG Geng-xin

(Institute of Communication Engineering, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China)

Abstract: A LDPC code is very promising in deep space communication due to its near Shannon limit performance and practicable complexity. The LDPC specification of CCSDS (Consultative Committee for Space Data System) is presented briefly at first, and the code performance is analyzed by using multi-dimension EXIT curvy. Then, the decoding algorithms are investigated in depth, and a novel decoding algorithm is proposed based on auto-adaptively adjusting normal factor in normalized MinSum algorithm. The novel algorithm outperforms the latter at different signal noise ratio and is fit for deep space communication due to its better performance and low complexity.

Key words: Deep space communication; LDPC; Decoding algorithm; MinSum algorithm

0 引 言

低密度奇偶校验(LDPC)码由 Gallager 于 20 世纪 60 年代首次提出^[1], 是一种基于稀疏校验矩阵的线性分组码。1993 年 Turbo 码问世后, LDPC 码又一次引起了学界的极大关注, 并引发了世界范围内的研究热潮, 取得了瞩目的研究成果并开始转入实用化。由于其具有逼近仙农极限的性能和硬件可实现的编译码复杂度, LDPC 码在深空通信领域的应用也吸引了众多学者的研究兴趣^[2], 其中以 JPL(喷

气推进实验室)的 J. Thorpe 等人的研究成果最具有代表性^[3-4], 他们提出的 AR4JA 码已经于 2007 年被 CCSDS(空间通信系统咨询委员会)批准正式成为深空通信信道编码的建议标准^[5]。

目前, 对于 LDPC 码的译码算法^[6-8], 学界也已经取得丰硕的研究成果。鉴于性能和复杂度之间不可调和的矛盾, 基于这两者之间的博弈提出了众多不同的译码算法, 其中基于二分图的迭代译码算法占据主流, 如置信度传播算法(BP 算法)、最小和算法(MinSum)以及它们的各种变形等。

收稿日期: 2009-12-01; 修回日期: 2010-09-26

基金项目: 国家自然科学基金(60972062, 60972061); 国家 863 高技术研究发展计划(2008AA12A204); 江苏省自然科学基金(BK2009060); 江苏省“333”高层次人才培养资助项目支持

CCSDS 对应用于深空通信的 LDPC 码从码构造、编码方式等方面做了详细的规定,但对于译码算法并没有提出任何建议,这主要是考虑到各个深空通信用户不同的实际需求和能力,为不同用户的选择提供了很大的灵活性。深空通信是一种典型的容延迟通信,由于其本身的信号传播时延很大而飞行器的处理能力一般很有限,因此在选择信道编译码算法的时候,重点考察算法的运算量或者复杂度以及性能,而不需要像地面高速通信一样考虑译码延时。

本文在对现有译码算法、特别是传统最小和译码算法进行研究的基础上,根据深空通信的特点对归一化最小和算法(Normalized MinSum)进行了改进,提出了一种自适应最小和译码算法。新算法与最小和译码算法相比大大提高了性能,极大减小了最小和算法与标准 BP 译码算法性能之间的差距,在不需要进行信道估计的前提下,译码性能与 BP 算法相近,但运算复杂度大大降低;与归一化最小和算法相比,在基本不增加运算量的条件下,提高了译码性能,并且解决了后者在归一化因子选择时的难题。

1 CCSDS 中 LDPC 码分析

1.1 编码规范

在深空通信中,由于通信距离的极大拓展,接收信号的信噪比极低,信道编码是实现低信噪比通信不可缺少的途径。CCSDS 针对深空通信提出了相应的信道编码标准,其中包括 LDPC 编码规范^[5]。

CCSDS 中的 LDPC 码是一种基于原模图(proto graph)^[4-5]的累积重复累积码,根据其构成方式又被称为 AR4JA 码。该码是一种系统码,通过一个编码电路简单的调整就可以得到不同码率的码字,该特点在实际应用中能够简化硬件结构而具有很大的吸引力。码字支持的码率包括 1/2、2/3 和 4/5,支持的码长有 1024、4096 和 16384 等三种,分别适用于对性能具有不同要求的场合。该码字是一种准循环码^[9],可以通过移位寄存器实现编码而使得编码运算量与码长成线性关系,降低了编码复杂度^[10]。AR4JA 码的原模图如图 1 所示,图中实心的圆圈表示变量节点,方框表示校验节点,空心的圆圈表示被删截(不被发送)的变量节点,即变量节点“5”被删截,对应校验基矩阵中的“第五列”,需要注意的是在原模图中允许存在并行边。

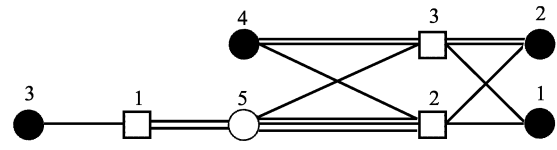


图 1 AR4JA 码的原模图

Fig. 1 Protograph of AR4JA code

对应的校验基矩阵为

$$H_{base} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

通过对原模图的扩展和置换就可以得到不同码率和码长的码字。下面给出(2048,1024)的编码规范,在本文的后续分析中均以该码字为例。

(2048,1024) AR4JA 码,校验矩阵 H 由 $M \times M$ ($M = 512$) 的子循环矩阵组成:

$$H_{1/2} = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_M & \mathbf{0}_M & \mathbf{I}_M & \mathbf{0}_M & \cdots & \mathbf{I}_M \oplus \mathbf{\Pi}_1 \\ \mathbf{I}_M & \mathbf{I}_M & \mathbf{0}_M & \mathbf{I}_M & \cdots & \mathbf{\Pi}_2 \oplus \mathbf{\Pi}_3 \oplus \mathbf{\Pi}_4 \\ \mathbf{I}_M & \mathbf{\Pi}_5 \oplus \mathbf{\Pi}_6 & \mathbf{0}_M & \mathbf{\Pi}_7 \oplus \mathbf{\Pi}_8 & \cdots & \mathbf{I}_M \end{pmatrix} \quad (2)$$

其中 \mathbf{I}_M 和 $\mathbf{0}_M$ 是大小都为 M 的单位阵和零阵, $\mathbf{\Pi}_k, k = 1, \dots, 8$ 是置换矩阵。转置矩阵 $\mathbf{\Pi}_k$ 在行 i 和列 $\pi_k(i)$ 的位置上有非零元素, $\pi_k(i)$ 按下式计算。

$$\pi_k(i) = \frac{M}{4} \cdot \text{mod}(\theta_k + \lfloor 4i/M \rfloor, 4) + \text{mod}(\phi_k(\lfloor 4i/M \rfloor, M) + i, \frac{M}{4}), \quad i \in \{0, \dots, M-1\} \quad (3)$$

其中 $\text{mod}(\cdot)$ 表示取模运算, θ_k 和 ϕ_k 的取值由表 1 所示。

表 1 函数 θ_k, ϕ_k 的取值

Table1 Value of θ_k and ϕ_k

k	θ_k	$\phi_k(0,512)$	$\phi_k(1,512)$	$\phi_k(2,512)$	$\phi_k(3,512)$
1	3	16	0	0	0
2	0	103	53	8	35
3	1	105	74	119	97
4	2	0	45	89	112
5	2	50	47	31	64
6	3	29	0	122	93
7	0	115	59	1	99
8	1	30	102	69	94

构造的校验矩阵 H 如图 2, 图中的点表示矩阵

中的非零元素对应的位置,最后 M 列需要删截。

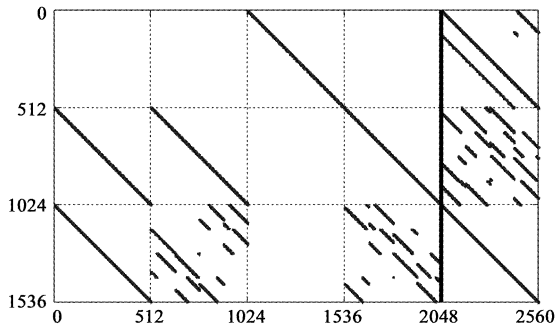


图 2 (2048, 1024) LDPC 码的 H 矩阵

Fig. 2 H matrix for the (2048, 1024) code

1.2 基于多维 EXIT 的性能分析

AR4JA 码是一种基于原模图扩展而得到的码字,传统的 EXIT 图在分析其性能时显得无能为力,这里采用多维 EXIT^[11] 对其性能进行分析。

假设采用标准 BP 算法进行译码,记原模图的基矩阵为 $\mathbf{B} = [b_{ji}]$,大小为 $M \times N$; $L_{E,V}^{i \rightarrow j}$ 表示从变量节点“ i ”到校验节点“ j ”的外信息, $L_{E,C}^{j \rightarrow i}$ 表示从校验节点“ j ”到变量节点“ i ”的外信息,由于原模图 LDPC 码是由基矩阵扩展而来的,因此上述的节点均代表一类节点的集合。针对原模图中的一条边,可以得到变量节点译码器中消息转移的公式:

$$L_{E,V}^{i \rightarrow j} = J \left(\sqrt{\sum_{c=1}^M (b_{ci} - \delta_{cj}) (J^{-1}(L_{E,C}^{c \rightarrow i}))^2 + \sigma_{ch,i}^2} \right) \quad (4)$$

其中函数

$$J(\sigma) = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-((\xi - \sigma^2/2)/2\sigma^2)}}{\sqrt{2\pi}\sigma} \ln(1 + e^{-\xi}) d\xi,$$

$$\delta_{cj} = \begin{cases} 1, & c = j \\ 0, & c \neq j \end{cases}, \sigma_{ch,i}^2 \text{ 为信道噪声,如果该比特被删截,则为 0。}$$

类似地,可以得到校验节点译码器中的消息转移公式:

$$L_{E,C}^{j \rightarrow i} = 1 - J \left(\sqrt{\sum_{v=1}^N (b_{jv} - \delta_{vi}) (J^{-1}(1 - L_{E,V}^{v \rightarrow j}))^2} \right) \quad (5)$$

其中 δ_{vi} 的取值和 δ_{cj} 类似。

多维 BP 算法过程如下:

(1) 初始化,选择需要的 E_b/N_0 , 设置向量 $\sigma_{ch}^2 = (\sigma_{ch,0}^2 \cdots \sigma_{ch,N-1}^2)$, 其中 $\sigma_{ch,i}^2 = 8R(E_b/N_0)_i$, 如果某比特被删截则 $E_b/N_0 = 0$;

(2) 变量节点到校验节点,对所有的 $i = 0, \dots, N - 1$ 和 $j = 0, \dots, M - 1$ 计算 $L_{E,V}^{i \rightarrow j}$;

(3) 校验节点到变量节点,对所有的 $i = 0, \dots, N - 1$ 和 $j = 0, \dots, M - 1$ 计算 $L_{E,C}^{j \rightarrow i}$;

(4) 计算累积互信息,对 $i = 0, \dots, N - 1$ 计算

$$L_{CMI}^i = J \left(\sqrt{\sum_{c=1}^M (J^{-1}(L_{E,C}^{c \rightarrow i}))^2 + \sigma_{ch,i}^2} \right) \quad (6)$$

(5) 如果对于所有的 i 都有 $L_{CMI}^i = 1$, 则停止, 否则转到步骤(2)。

对于 AR4JA 码,当 $E_b/N_0 = 0.619\text{dB}$ 时,对应的 $\sigma_{ch}^2 = (4.6138, 4.6138, 4.6138, 4.6138, 0)$, 通过上述算法可以得到多维 EXIT 图如图 3 所示。由于受实际条件限制,迭代次数不可能无限大,下面仅考虑最大迭代次数为 1000 次(此时的预测精度已经很高)。图 3 中,横坐标为迭代次数,纵坐标为累积互信息,由于节点 2 和节点 4 具有相同的度分布,它们具有相同的收敛特性,图中的曲线完全重合。可以看出,当 $E_b/N_0 = 0.619\text{dB}$ 时,各节点的累积互信息都没有收敛到 1, 也就是说信噪比没有达到收敛门限(译码门限)。

图 4 给出的是 $E_b/N_0 = 0.620\text{dB}$ 时的多维 EXIT 图。可以看出,当迭代次数达到一定数量时,各节点的累积互信息都能收敛到 1, 因此可以说该码字的译码门限是 0.620dB , 该预测门限值具有较高的精度。

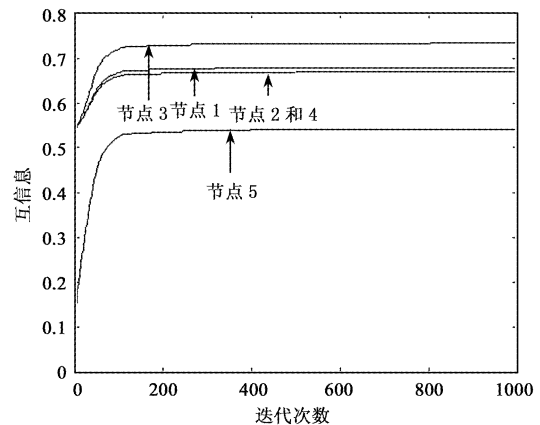


图 3 $E_b/N_0 = 0.619\text{dB}$ 时的多维 EXIT 图

Fig. 3 Multi-dim EXIT curves at $E_b/N_0 = 0.619\text{dB}$

根据参考文献[5], (2048, 1024) AR4JA 码在信噪比为 1.6dB 和 1.9dB 时,误码率分别达到 10^{-4} 和 10^{-6} 。图 5 给出了在这两种信噪比条件下的收敛速度。从图中可以看出,随着信噪比的增大,收敛需要

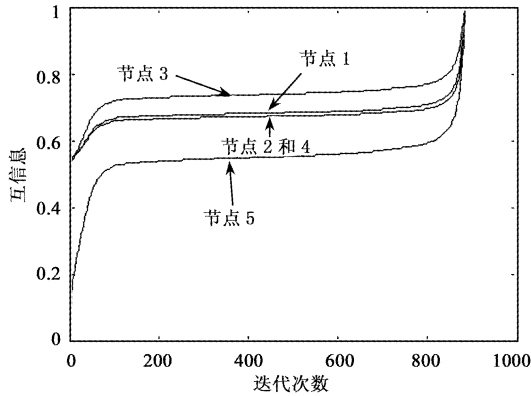


图 4 $E_b/N_0 = 0.620\text{dB}$ 时的多维 EXIT 图

Fig. 4 Multi-dim EXIT curves at $E_b/N_0 = 0.620\text{dB}$

的迭代次数迅速减少,当信噪比为 1.6dB 时,大约需要 18 次迭代可以收敛,当信噪比为 1.9dB 时,仅需要 14 次迭代达到收敛。

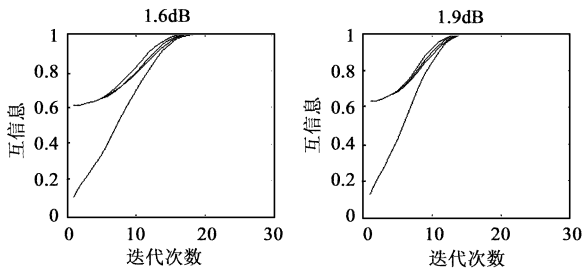


图 5 (2048, 1024) AR4JA 码的 EXIT 图

Fig. 5 Multi-dim EXIT curves at 1.6dB and 1.9dB

2 改进译码算法基本原理

关于 LDPC 的译码算法已经有很多,其中最小和算法及其变型由于不需要估计信噪比并且计算简单受到学者的青睐,是非常重要的一类译码算法。本节对最小和算法及其改进归一化最小和算法进行研究,并重点阐述基于归一化最小和算法的改进算法。

2.1 归一化最小和译码算法

最小和算法通过利用求取最小值取代计算复杂的超越函数使运算量减少很多,算法的核心思想是

$$\phi\left(\sum_{i'} \phi(\beta_{ij})\right) \approx \phi\left(\phi\left(\min_{i' \in C_j \setminus i} \beta_{ij}\right)\right) = \min_{i' \in C_j \setminus i} \beta_{ij} \quad (7)$$

公式中的符号和文献[7]中的一致, $C_j \setminus i$ 表示除 i 之外的节点 j 的邻居。该算法不需要进行信噪比估计,这对于接收信号信噪比极低的深空通信极具吸引力,同时也消除了信噪比估计不准确带来的影响,但是该算法的不足是与标准 BP 算法相比性能下降

不少。

为弥补或减少最小和算法在性能上的损失,文献[7]给出了归一化最小和算法,其主要思想是在求解消息时乘以加权因子或者归一化因子 (N_f)。与最小和算法相比该算法在复杂度几乎不增加的情况下,性能改善明显,减小了与 BP 算法的性能差距。算法中选择合适的归一化因子非常关键,直接影响到译码性能,但是还没有通用的方法能够得到最佳选择。主要是不同的码字在不同信噪比和不同迭代次数的条件下,最佳的归一化因子取值一般不会收敛,这在后面的仿真结果中可以看出。

2.2 自适应归一化最小和算法

为了进一步提高性能并克服归一化最小和算法中归一化因子选择的难题,本文提出使用自适应的方式不断调整该归一化因子,下面给出算法的详细描述。 $L(r_{ji})$ 表示从校验节点 i 向变量节点 j 传递的消息, $L(q_{ij})$ 表示变量节点 j 向校验节点 i 传递的消息。

自适应归一化最小和译码算法:

(1) 初始化 $L(q_{ij}), I = 0$

(2) 计算

$$I = I + 1, N_f = (I + 1) / I \quad (8)$$

$$L(r_{ji}) = \prod_{i' \in C_j \setminus i} \alpha_{ij} \cdot \frac{\min_{i' \in C_j \setminus i} \beta_{ij}}{N_f} \quad (9)$$

其中 $\alpha_{ij} = \text{sign}(L(q_{ij})), \beta_{ij} = |L(q_{ij})|$

(3) 计算

$$L(q_{ij}) = L(c_i) + \sum_{j' \in C_i \setminus j} L(r_{ji'}) \quad (10)$$

(4) 计算

$$L(Q_i) = L(c_i) + \sum_{j \in C_i} L(r_{ji}) \quad (11)$$

(5) 计算 $\hat{c}_i = \begin{cases} 1, & \text{若 } L(Q_i) < 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

如果 $\hat{c}H^T = 0$ 或者达到最大迭代次数则译码结束,否则转到步骤(2)。

在上述算法中,采用当前的迭代次数调整归一化因子,调整方式非常简单,运算量也基本不会增加。从直观上理解该算法,可以认为随着迭代的进行,可信度越来越高,归一化因子越来越小。根据本文后面的仿真结果可以看出,该算法在不同信噪比条件下均表现出良好的性能,适合在深空通信中使用。

根据文献[12 - 15]研究结果,采用不同的消息

更新机制对译码的收敛速度影响很大。目前,消息更新机制主要可以分为并行和串行两大类。早期研究的 BP 算法即是并行消息更新机制,所有校验节点(变量节点)同时更新消息,称为“洪水”更新机制。后来人们发现采用串行消息更新机制可以明显提高译码的收敛速度,并且由于串行操作可以复用存储空间而减小了对存储资源的要求,其缺点是难以并行运算而增大了总译码时延。串行更新机制可以根据是按行更新还是按列更新分为变量校验节点串行更新和变量节点串行更新两种,分别简称为 CBP 和 VBP。对于深空通信,更应该关注的不是译码时延而是资源限制,因此串行更新机制更适合深空通信。在自适应归一化最小和算法中我们采用 CBP 的消息更新机制,本文的后续仿真采用的消息更新机制均采用 CBP。

3 性能仿真

为了验证自适应归一化最小和译码算法的性能,进行计算机仿真。仿真选用 2.1 节中描述的 (2048, 1024) AR4JA,译码最大迭代次数 30 次。

3.1 归一化因子对译码性能的影响

为了清晰地给出归一化最小和算法中不同归一化因子对译码性能的影响,对不同信噪比和不同迭代次数的译码性能进行仿真,结果如图 6 所示。这里选取归一化因子时参考了相关文献,基本上限制在一定范围。

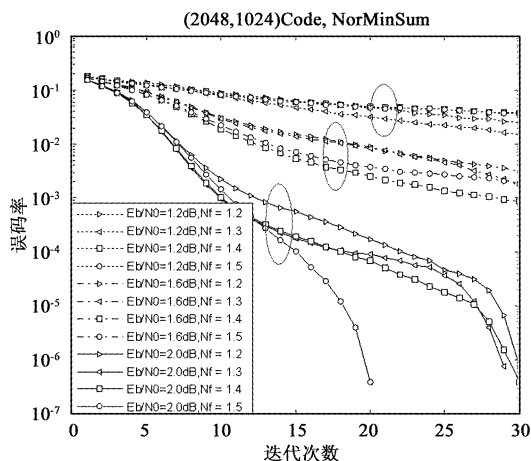
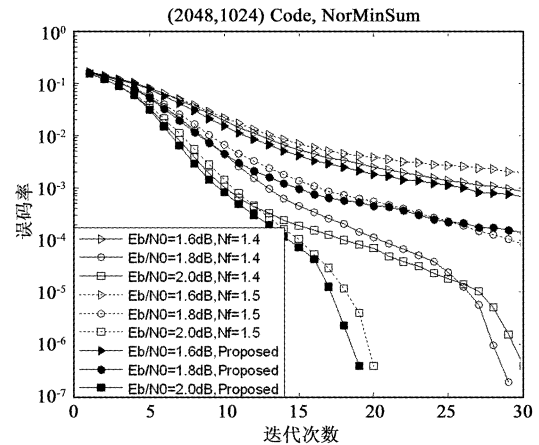


图 6 不同归一化因子的误码率曲线

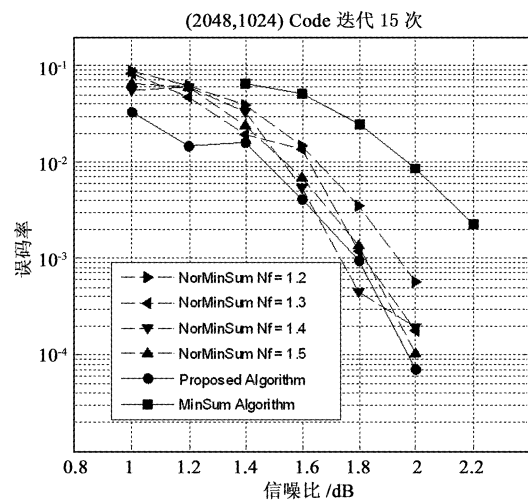
Fig. 6 BER curves for different normalized factors

图 6 中的横坐标表示译码迭代次数,纵坐标是误码率,圈起来的三组曲线分别对应信噪比 1.2dB、

1.6dB 和 2.0dB。可以看出在不同信噪比下,性能最好的归一化因子各不相同,即不存在最优的归一化因子,而且如果选择不当,会造成较大的性能损失,甚至产生较高的错误平层。



(a) 误码率与迭代次数的关系



(b) 误码率与信噪比的关系

图 7 自适应归一化最小和算法性能曲线

Fig. 7 BER of autoadaptive normalized MinSum algorithm

3.2 自适应归一化最小和算法性能仿真

根据图 6 中的仿真结果,当归一化因子为 1.5 和 1.4 时,性能较好,下面对自适应归一化最小和算法进行仿真,并与其进行比较,仿真结果如图 7 所示。可以看出,归一化因子为 1.4,信噪比为 1.8dB 时算法性能最好,但是当信噪比为 2.0dB 时,却出现了错误平层。在其余情况下,自适应归一化最小和算法都表现出最好的性能,表现出良好的普适性,适用于深空通信。为产生的误码足够多而提高仿真的可信度,图 7(b) 给出了仅迭代 15 次时的性能,迭

代次数越多性能优势越明显。

4 结束语

LDPC 码具有逼近仙农极限的性能和硬件可实现的编译码复杂度,在深空通信中具有重要的应用前景。针对深空通信的特点及其对信道编译码算法的要求,本文提出了一种运算量较小,性能良好的译码算法,具有重要的实用价值。

参 考 文 献

- [1] Gallager R G. Low density parity check codes [J]. IRE Transactions on Information Theory, 1962, 8(1): 21 - 28.
- [2] Andrews K S, Divsalar D. The development of turbo and LDPC codes for deep space applications[J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(11): 2142 - 2156.
- [3] Thorpe J. Low density parity check codes constructed from protographs[R]. IPN Progress Report 42 - 154, JPL, August, 2003.
- [4] Andrews K, Dolinar S, Divsalar D, et al. Design of low density parity check codes for deep space applications[R]. IPN Progress Report 42 - 159, JPL, November, 2004.
- [5] CCSDS 131.1 - 0 - 2, Low density parity check codes for use in near - earth and deep space applications[S]. CCSDS, September, 2007.
- [6] Richardson T, Urbanke R. The capacity of low-density parity check codes under message - passing decoding[J]. IEEE Trans. on Inf. Theory, 2001, 47(2): 599 - 618.
- [7] Dholakia A, Eleftheriou E, Fossorier M, et al. Reduced complexity decoding of LDPC codes [J]. IEEE Trans. Comm., 2005, 53(8): 1288 - 1299.
- [8] Heo J. Analysis of scaling soft information on low density parity check code[J]. Electronics Letters, 2003, 39(2): 219 - 221.
- [9] Chen L, Xu J, Djurdjevic I, et al. Near-shannon-limit quasi cyclic low-density parity-check codes[J]. IEEE Trans. Comm., 2004, 52(7): 1038 - 1042.
- [10] Andrews K, Dolinar S, Thorpe J. Encoders for block - circulant LDPC codes [C]. IEEE International Symposium on Information Theory, Adelaide, Australia, September: 4 - 9, 2005.
- [11] Liva G. Block codes based on sparse graphs for wireless communication systems[D]. Università Degli Studi di Bologna, Italy, 2006.
- [12] Sharon E, Litsyn S, Goldberger J. Efficient serial message passing schedule for LDPC decoding[J]. IEEE Trans. Information Theory, 2007, 53(11): 4076 - 4091.
- [13] Levin D, Sharon E. Lazy scheduling for LDPC decoding[J]. IEEE Comm. Letters, 2007, 11(1): 70 - 72.
- [14] Presman N, Sharon E, Litsyn S. Efficient layers-based schedules for iterative decoding of LDPC codes [C]. IEEE International Symposium on Information Theory, Toronto, Canada, July: 6 - 11, 2008.
- [15] Goldberger, Kfir J H. Serial schedules for belief propagation: analysis of convergence time[J]. IEEE Trans. Information Theory, 2008, 54(3): 1316 - 1319.

作者简介:谢智东(1984 -),男,博士生,研究方向为深空通信和卫星通信。

通信地址:解放军理工大学通信工程学院卫星通信实验室(210007)

电话:13584068136

E-mail:xzd313@gmail.com

(编辑:余 未)