

投影机-屏幕系统光场亮度分布的数学模型

张军^{1*}, 李辉²

(1. 江南大学 数字媒体学院, 江苏 无锡 214122; 2. 四川大学 计算机学院, 成都 610064)

(* 通信作者电子邮箱 zhangjunman@jiangnan.edu.cn)

摘要:针对大型多投影机显示墙系统中亮度分布差异的校正问题,提出一种描述投影机-屏幕系统光场亮度分布的数学模型。该数学模型整合投影机镜头渐晕、屏幕漫反射和屏幕曲面的数学模型,形成一个带有28个可调参数的精确描述投影机-屏幕系统光场亮度分布方程。基于该数学模型,工程人员可通过测量投影屏幕上稀疏位置的亮度值,采用非线性最小二乘方法确定一个特定投影机-屏幕系统的模型参数,完成其亮度分布的测量。实际应用表明,所提出的数学模型可以广泛适用于各种类型的投影机-屏幕系统光场亮度分布的描述,有效降低大型多投影机显示墙系统构建工程的复杂度,改善投影显示效果。

关键词:光场亮度分布;非线性最小二乘;多投影显示;镜头渐晕

中图分类号:TP393 **文献标志码:**A

Mathematical model for reconstructing luminance distribution of the projector-screen system

ZHANG Jun^{1*}, LI Hui²

(1. School of Digital Media, Jiangnan University, Wuxi Jiangsu 214122, China;
2. School of Computer Science, Sichuan University, Chengdu Sichuan 610064, China)

Abstract: A new practical mathematical model was presented to characterize the luminance distribution of projector-screen system. Based on the integration of the projector lens vignetting, the screen diffuse reflection and the parametric surface model, the proposed mathematical model provides an accurate description of the luminance distribution function with 28 adjustable parameters. These parameters can be determined by the nonlinear least squares method with a small quantity of measured luminance values on the sparse positions of a projection screen. Real applications imply that the proposed mathematical model can be widely applied to describe the luminance distribution of various types of projector-screen system. Therefore, it can be used to reduce the complexity of the real project for building a large multi-projectors display system.

Key words: luminance distribution; nonlinear least squares; multi-projector display; lens vignetting

0 引言

多投影融合显示系统是由多台投影机通过拼接显示而组成的大规模显示设备,具有成本低和扩展性强等优势,是缓解实际工程中对超高分辨率显示屏幕不断增长的需求与单台显示设备分辨率发展缓慢之间矛盾的重要手段。经过近十多年的迅速发展,多投影融合显示系统中的几何、色彩校正和边缘融合技术已较为成熟,并被许多投影显示墙系统供应商作为独立产品提供^[1]。

在带有大范围、大畸变投影机屏幕的大型多投影机拼接显示系统中,各投影机与屏幕的相对位置会有很大的不同,造成投影机之间和投影机内部的亮度分布存在较大差异^[2]。为投影出视觉无缝的画面,必须对投影机进行硬件或软件亮度校正消除这些差异,而亮度校正的基础是精确测量全部投影机每个像素位置的亮度信息。然而,现有针对多投影机显示墙构建的研究成果大多集中于几何校正^[3-10]、色彩校正^[1-2, 11-14]和边缘融合^[2, 15-18]等步骤,对投影图像在不同曲面上的亮度分布规律性研究较少。一些仅有的投影机亮度校正研究成果^[1, 7, 19]也缺乏对投影亮度分布规律的研究,而是使

用照度计等测量设备逐像素点测量的方式进行手工校正或半自动迭代修正,不利于大型虚拟现实环境构建的工程化实施。以文献[20]为代表的基于数字相机的测量方法测量速度虽然较快,但容易受到相机电荷耦合元件(Charge-Coupled Device, CCD)传感器随机噪声的影响,在工程实施上存在严重缺陷:当数字相机和投影画面之间存在其他物品遮挡时(此情况是实际工程中时常出现的),测量步骤将无法进行。

造成这些问题的一个主要原因是缺乏精确描述“投影机-屏幕系统”亮度分布的数学模型,现有测量手段本质上都是针对逐个像素点的密集测量-校正的方法。密集测量方法的缺点是必须保证所有像素都被测量到才能给出最终结果,这将很大程度上降低其在工程化实施中的可操作性^[1]。同时,密集测量方法的精度也严重依赖几何校正步骤的精度,使建立多投影机显示墙系统的各部分工序耦合性过强,从而降低整个系统的鲁棒性。

本文通过建立“投影机-屏幕系统”的光场数学模型,仅需测量投影区域中稀疏点的反射亮度即可估计出整个投影区域的亮度分布,具有较快的测量速度并较少受到噪声和遮挡的影响。使用该数学模型后,灵活采用照度计测量投影区域

收稿日期:2013-04-15;修回日期:2013-06-19。

基金项目:国家863计划项目(2013AA013902);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(JUSR1046)。

作者简介:张军(1978-),男,甘肃临潭人,讲师,博士,主要研究方向:虚拟现实环境构建、并行图像处理、计算机视觉、计算机图形学;李辉(1970-),男,四川成都人,副教授,主要研究方向:计算机图形、图像处理、分布式系统。

稀疏点的反射亮度或采用数字相机测量投影区域稀疏色块的平均反射亮度即可完成测量,其测量过程独立于几何校正步骤,特别适合在复杂的实际工程环境中快速测量投影机-屏幕亮度场。

1 数学模型

在涉及定量操控投影机的工程领域,投影机内部响应数学模型的建立工作具有举足轻重的作用。各个投影机生产商并不会公布其产品内部元器件的定量化数据^[21],而投影机内部元器件的性能也随着投影机所处环境和使用时间不同而不断发生变化。这些实际情况致使建立投影机内部响应数学模型的工作异常艰难。现有研究结果过多集中于建立投影机单个像素位置上对输入和输出间非线性关系的数学模型,而对投影机不同像素位置间面对同样的输入却产生不同的亮度输出这种非线性关系的数学模型研究较为缺乏。

本章将对投影机镜头渐晕现象^[22]、投影屏幕漫反射和投影屏幕曲面分别建立数学模型,最终合成投影机-屏幕系统光场亮度分布的数学模型,为工程中快速测量投影机-屏幕系统光场亮度分布奠定理论基础。

1.1 投影机镜头光场分布的数学模型

投影机投射光线必须经过镜头才能聚焦于屏幕,从而使屏幕上不同位置入射光线的入射角度是不同的(如图1)。此情况造成投影机投射画面亮度具有与生俱来的“中间高、四周低”的渐晕现象^[21-22]。

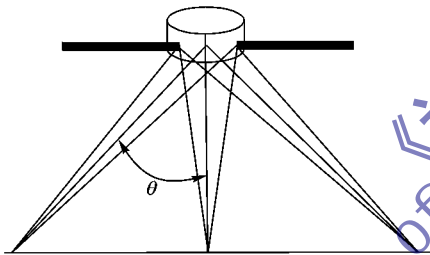


图1 镜头渐晕现象的几何解释

数字相机成像系统渐晕现象和投影机画面渐晕现象的形成机理具有十分类似的情况,只是数字相机的感光器是平面,而投影机却在曲面(投影屏幕)上成像。故本文借用描述数字相机成像系统渐晕现象的数学模型(式(1)),并通过后续分析对其进行修正,使之适合投影机-屏幕系统光场亮度分布的描述。

$$L_{\text{projector}}(\theta) = \Psi \cos^{\epsilon_1}(\theta) \tag{1}$$

其中: Ψ 表示投影机投射亮度值; θ 表示投射光线与投影机镜头对称轴的夹角; $L_{\text{projector}}(\theta)$ 表示该光线入射到屏幕上的亮度值; ϵ_1 为数学模型的待定参数,以便使其适应各种不同生产厂商的光学镜头。

1.2 投影机-屏幕系统光场分布的数学模型

投影机投射画面必须经过屏幕的反射才能被人眼所观察到,屏幕对光线的反射性质和与投影机间的距离决定了反射光线的亮度值。为产生更好的投影效果,工程中使用的投影机屏幕都经过特殊涂料的粉刷,使其具有良好的漫反射效果。故本文采用漫反射数学模型和平方反比定律进一步修正式(1)表述的镜头渐晕模型。

如图2所示,设 $R(u, v)$ 为投影屏幕曲面, $n(u, v)$ 为其法向量方程。假设屏幕为漫反射且光线强度与距离成反比:

$L_{\text{reflect}} = \frac{\Psi}{c_2 + d^{\epsilon_3}}$, l 为投影机朝向, P 为投影机位置,则在式(1)的基础上,考虑屏幕反射后的“投影机-屏幕系统”的光场亮度分布数学模型为:

$$L_{\text{projector-screen}}(u, v) = \Psi \frac{\left(\frac{(l, P - R(u, v))}{\|l\| \cdot \|P - R(u, v)\|} \right)^{2+\epsilon_1}}{c_2 + \|P - R(u, v)\|^{2+\epsilon_3}} \cdot \frac{(n(u, v), P - R(u, v))}{\|n(u, v)\| \cdot \|P - R(u, v)\|} \tag{2}$$

其中: ϵ_2 和 ϵ_3 为新加入的数学模型待定参数,以便使其适应各种不同投影屏幕反射特性。式(2)可以被视为投影机光场分布数学描述和投影机屏幕漫反射数学描述的叠加,综合描述了投影机镜头和投影屏幕对光线的折射和反射效果。

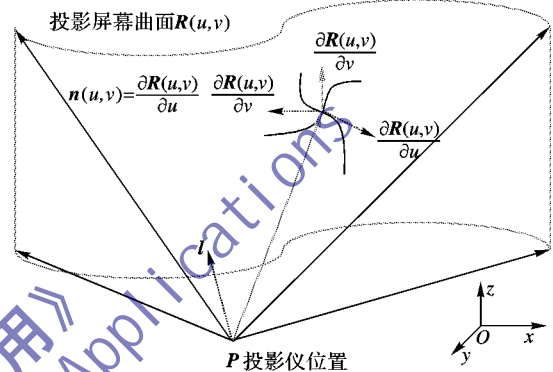


图2 投影机-屏幕系统光场分布数学模型几何示意图

1.3 投影屏幕曲面的数学模型

根据 Majamder 等^[20]的实验分析结果,人眼对图像内容亮度变化敏感程度远远低于对图像内容几何位置变化的敏感程度,故工程中不需要重构精确的屏幕曲面点云,仅需描述屏幕曲面变化趋势即可。经过大量的实验,本文作者找到了一种基于多项式参数曲面的描述投影屏幕的数学模型,能够满足工程中测量投影机-屏幕系统光场亮度分布精度的要求。

$$R(u, v) = \begin{pmatrix} x(u, v) \\ y(u, v) \\ z(u, v) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x^5 u^2 + a_x^4 u + a_x^3 uv + a_x^2 v + a_x^1 v^2 + a_x^0 \\ a_y^5 u^2 + a_y^4 u + a_y^3 uv + a_y^2 v + a_y^1 v^2 + a_y^0 \\ a_z^5 u^2 + a_z^4 u + a_z^3 uv + a_z^2 v + a_z^1 v^2 + a_z^0 \end{pmatrix} \tag{3}$$

由此数学模型可方便地计算出投影屏幕曲面各个位置的法向量:

$$n(u, v) = \frac{\partial R(u, v)}{\partial u} \times \frac{\partial R(u, v)}{\partial v} = \begin{pmatrix} 2a_x^5 u + a_x^4 + a_x^3 v \\ 2a_y^5 u + a_y^4 + a_y^3 v \\ 2a_z^5 u + a_z^4 + a_z^3 v \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_x^3 u + a_x^2 + 2a_x^1 v \\ a_y^3 u + a_y^2 + 2a_y^1 v \\ a_z^3 u + a_z^2 + 2a_z^1 v \end{pmatrix} \tag{4}$$

最终的数学模型式(3)和式(4)含有28个待定参数量,其中18个曲面参数 $\{a_i^k\}$,4个投影机光场参数 $\{\Psi, \epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3\}$,3个投影位置参数 $P = [p_x \ p_y \ p_z]^T$ 和3个投影朝向参数 $l = [l_x \ l_y \ l_z]^T$ 。采用 Levenberg-Marquardt 方法^[23]可以

在最小二乘意义下利用少量测量数据估计出这些参数,从而得到整个投影区域的亮度分布信息。

2 工程化测量方法

实际工程测量时,本文构造了方格亮度块图像用于投影图像亮度分布特性的稀疏测量,并使用二进制编码的特征图像进行几何标定^[5]。由于只需要稀疏的测量数据,可使用较大的方格并计算方格内部像素的平均值以抵制噪声影响。几何标定也仅需要稀疏的二进制编码,精度大为提高并适用任意投影屏幕。需要说明的是,亮度测试图像的二进制编码方式与本文提出数学模型是相互独立的,也可采用其他亮度测量方式(如照度计等设备)为本文数学模型提供初始测量值。

2.1 高动态范围成像技术

摄影学领域提出一种利用相机多次曝光得到场景亮度的高动态范围图像技术,被称为 HDR (High Dynamic Range Imaging) 技术^[24],利用该技术可以使数字相机成为快速亮度测量的设备,便于工程人员操作。设场景中某点的实际辐照度为 E , 数字相机在拍摄时的曝光时间为 t_s , 则定义 X 为该点的曝光值, 相机对曝光值 X 的响应是一个非线性函数 f , 数字图像的灰度值为:

$$Z_{ij} = f(X) \equiv f(E_i t_{sj}) \quad (5)$$

令 $g = \ln f^{-1}$, 则式(5)可写为

$$g(Z)_{ij} = \ln E_i + \ln t_{sj} \quad (6)$$

对于某个场景中的所有点的辐照度 $\{E_i\}_{i=1}^N$, 相机在各种曝光时间 $\{t_{sj}\}_{j=1}^K$ 下得到的 K 张图像为 $\{Z_{ij}\}_{i=1, j=1}^{N, K}$, Paul 通过求解下述最小二乘问题得到场景中的实际辐照度和相机自身的非线性响应曲线:

$$\Theta = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K \{\omega(Z_{ij}) [g(Z_{ij}) - \ln E_i - \ln t_{sj}]\}^2 + \lambda \sum_{z=z_{\min}+1}^{z_{\max}-2} [\omega(z) g''(z)]^2 \quad (7)$$

其中: λ 为滑约束的权系数, $\omega(z)$ 为权函数。

$$\omega(z) = \begin{cases} z - Z_{\min}, & z \leq \frac{1}{2}(Z_{\min} + Z_{\max}) \\ Z_{\max} - z, & z > \frac{1}{2}(Z_{\min} + Z_{\max}) \end{cases}$$

2.2 投影仪-屏幕系统光场亮度数据测量方法

图 3 即为一张 16×16 的亮度测试图像, 其中白色方格中心区域即为稀疏亮度测量点。图 4 为对应的 8 位二进制编码的几何特征图像。实际测量过程包含两个阶段(整个拍摄过程中保持相机位置不发生改变):

- 1) 令投影仪投射亮度测量图像(见图 3), 并使用高动态范围成像技术拍摄 10 张不同曝光值的图像序列, 用于恢复该区域的亮度值。
- 2) 令投影仪分别投射几何编码图像(见图 4), 并逐次拍摄投影画面。

通过图像处理算法可以定位拍摄的几何编码图像中的高亮方块中心, 并组合出每个方格区域在所有拍摄的几何编码图像中的二进制编码(位于高亮方块区域为 1, 否则为 0), 从而可定位亮度测量图像白色方格区域在原投影图像中的位置。该方法可适应任意投影屏幕, 并具有较高的定位精度。

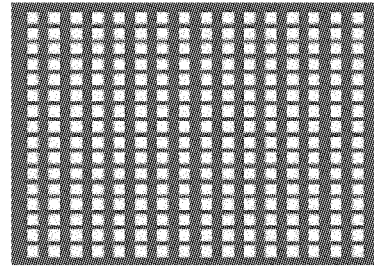


图 3 亮度场测试图像

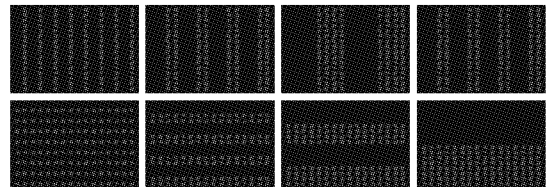


图 4 用于投影区域几何位置标识的二进制编码图像

3 实验结果及分析

为验证本文提出数学模型的有效性, 本章将给出投影仪在柱面、椭球面上的实际亮度分布测量值和模型预测值的对比实验结果。所有实验均在一个直径 13 m、高 6.5 m 的大型准半球屏幕上完成, 计算结果均在一台 CPU 主频为 2.5 GHz、2 GB 内存的 PC 上完成。该屏幕被设计成由底部柱面和顶部椭球面拼接而成, 由于尺寸巨大、加工精度有限, 实际屏幕曲面是近似光滑半球面。对于使用 16×16 测量点阵的实验数据, 利用 Matlab 程序实现的 Levenberg-Marquardt 算法可在 20 min 内完成所有模型参数的搜索计算, 最大相对误差在 5% 以内。

图 5 是在投影仪俯仰投向球面屏幕时的投射亮度测试画面的实际拍摄结果, 通过采用不同的曝光值拍摄一系列图像, 可以通过高动态范围成像技术重建出拍摄图像中每个像素位置的实际亮度值。通过几何编码定位拍摄图像中亮度值信息, 可以快速得到投影仪-屏幕系统中稀疏的亮度分布信息 (16×16 点阵)。将这些稀疏测量数据代入本文提出的投影仪-屏幕系统光场亮度分布数学模型, 可通过最小二乘拟合确定数学模型中的所有待定参数, 从而得到整个投影仪-屏幕系统的精细光场亮度分布(见图 6)。

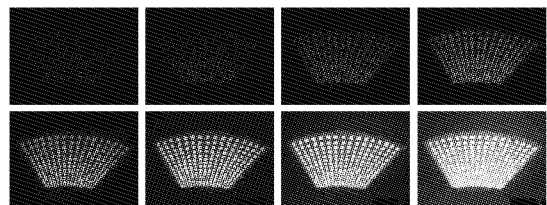


图 5 实际拍摄的一组亮度测试图像序列

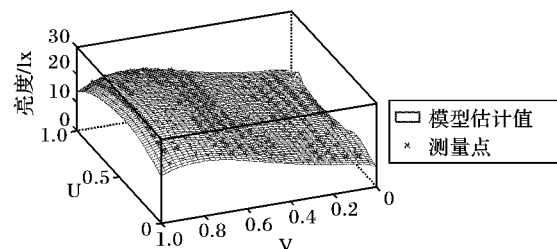


图 6 数学模型预测亮度光场分布与实际测量数据点阵

从图 6~7 可看出, 本文提出的数学模型较好地拟合了实际测量数据且具有较高的拟合精度(所有测量点的相对误差小

于5%),完全符合多投影机拼接显示系统中对亮度分布测量的需求。图8的结果进一步给出本文提出数学模型在对图5实测数据的拟合结果中,各个模型参数所体现出的几何意义,体现出该数学模型基本符合投影机-屏幕系统中亮度场分布的实际物理特性。

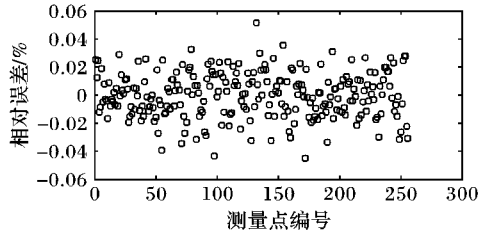


图7 图6中模型拟合相对误差分布图

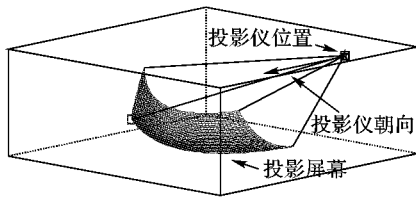


图8 针对图7实验结果中投影机-屏幕系统光场亮度分布数学模型参数的几何解释

4 结语

本文通过整合镜头渐晕、屏幕漫反射和参数曲面等方程,建立一个精确描述投影机-屏幕系统光场亮度分布的数学模型,可为大型多投影机显示墙构建工程提供投影机亮度分布的快速测量技术支持。该数学模型包含28个待定参数,可广泛适用于对各种位置的投影机与任意光滑投影曲面构成的投影机-屏幕系统进行光场亮度分布描述,在实际工程实施中具有较好的可操作性。

与现有投影机-屏幕系统光场亮度分布测量方法相比,本文数学模型在测量速度和测量方式灵活性上具有优势,可有效降低大型多投影机显示墙系统构建的工程复杂度,加快测量速度并提高最终投影显示效果。

由于本文提出的数学模型并未引入镜头边缘光学缺陷、屏幕镜面反射等因素,对有些投影区域边界的异常,亮度分布情况适应性有所下降。另外,本文引入的投影曲面的参数方程存在冗余参数,故使整个数学模型可能出现多组参数对应同一种光场亮度分布情况,造成一定的歧义。我们将在后续研究中通过精细比较实际工程测量值与模型预测值之间差异逐步改善该数学模型的性能。

参考文献:

[1] SAJADI B, MAJUMDER A. Autocalibration of multiprojector CAVE-like immersive environments[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2012, 18(3): 381-393.

[2] SAJADI B, LAZAROV M, GOPI M, et al. Color seamlessness in multi-projector displays using constrained gamut morphing[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2009, 15(6): 1317-1326.

[3] BHASKER E S, SINHA P, MAJUMDER A. Asynchronous distributed calibration for scalable and reconfigurable multi-projector displays[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2006, 12(5): 1101-1108.

[4] SAJADI B, MAJUMDER A. Autocalibrating tiled projectors on

piecewise smooth vertically extruded surfaces[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2011, 17(9): 1209-1222.

[5] OKATANI T, DEGUCHI K. Easy calibration of a multi-projector display system[J]. International Journal of Computer Vision, 2009, 85(1): 1-18.

[6] 王修晖, 华炜, 林海, 等. 面向多投影显示墙的画面校正技术[J]. 软件学报, 2007, 18(11): 2955-2964.

[7] 周艳霞, 秦开怀, 罗建利. 多投影机自由立体显示的GPU几何及亮度校正技术[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2011, 23(4): 561-570.

[8] 郭成玉, 袁政鹏, 吴家麒, 等. 半球幕几何校正与标定方法的研究[J]. 计算机工程, 2011, 37(2): 281-283.

[9] 黄森, 周志光, 陶焜波, 等. 基于数码相机参数还原的多屏拼接几何校正技术[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2010, 22(10): 1803-1809.

[10] 傅凌进, 徐海松, 邹文海. 一种投影机相机系统几何配准的鲁棒算法[J]. 中国图象图形学报, 2010, 15(11): 1664-1669.

[11] SAJADI B, MAJUMDER A. Automatic registration of multi-projector domes using a single uncalibrated camera[C]// Proceedings of the 13th Eurographics / IEEE - VGTC Conference on Visualization, Aire-la-Ville, Switzerland: Eurographics Association, 2011: 1161-1170.

[12] LIU S, RUAN Q, LI X. The color calibration across multi-projector display[J]. Journal of Signal and Information Processing, 2011, 12(2): 53-58.

[13] 王修晖, 华炜, 鲍虎军. 多投影显示墙的全局颜色校正[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2006, 19(1): 96-101.

[14] 张军, 王帮平, 易成, 等. 一种实用的多投影机显示墙色彩校正方法[J]. 计算机应用, 2009, 29(4): 982-986.

[15] LINCOLN P, WELCH G, FUCHS H. Continual surface-based multi-projector blending for moving objects[C]// Proceedings of the 2011 IEEE Virtual Reality Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 115-118.

[16] ZOIDO C, MAROTO J, ROMERO G, et al. Optimized methods for multi-projector display correction[J]. International Journal on Interactive Design and Manufacturing, 2012, 7(1): 13-25.

[17] 刘一然, 杨旭波. 基于相机的多投影光度补偿系统[J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(3): 342-349.

[18] 张军, 王帮平, 李晓峰. 多投影机显示系统异形重叠区域的边缘融合方法[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2010, 42(1): 149-155.

[19] 周艳霞, 秦开怀, 罗建利. 多投影机组合显示的自反馈亮度校正[J]. 计算机应用, 2011, 31(1): 65-69.

[20] MAJUMDER A, BROWN M S. Practical multi-projector display design[M]. Wellesley: A K Peters Ltd, 2007.

[21] KWAK Y, MACDONALD L. Characterisation of a desktop LCD projector[J]. Displays, 2000, 21(5): 179-194.

[22] ZHENG Y, LIN S, KAMBHAMETTU C, et al. Single-image vignetting correction[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2009, 31(12): 2243-2256.

[23] NOEDAL J, WRIGHT S J. Numerical optimization[M]. 北京: 科学出版社, 2006.

[24] REINHARD E, WARD G, PATTANAIK S, et al. High dynamic range imaging[M]. 2nd ed. San Francisco: Elsevier, 2010.