

失谐大型天线结构的振动模态局部化研究

刘相秋, 王 聪, 王威远, 邹振祝

(哈尔滨工业大学航天学院, 哈尔滨 150001)

摘 要: 缠绕肋碟型星载天线属于典型的弱耦合周期结构, 针对小量失谐的缠绕肋碟型星载天线振动模态局部化现象进行了研究, 建立了该类天线结构的动力学模型。利用该理论方法进行动力学分析, 建模简单, 计算快捷。同时利用理论方法和 ANSYS 对算例结构进行了计算, 结果表明: 小量的失谐即会导致结构产生明显的局部共振; 且两种计算结果取得较好的一致性, 无量纲化频率误差小于 3%。

关键词: 缠绕肋碟型天线; 动力学模型; 失谐; 周期结构; 模态局部化

中图分类号: O327; V414.9

文献标识码: A

文章编号: 1000-1328(2008)06-1756-05

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2008.06.014

0 引言

随着通信、空间科学、对地观测特别是军事侦察技术的高速发展, 对大型可展开星载天线的性能要求越来越高, 对大口径天线的需求也越来越大。理想化的天线结构完全对称, 即其 N 个子结构完全相同, 为准周期弱耦合结构。但由于制造等因素, 实际上的天线并不是理想化的准周期结构, 而是存在小量失谐的类周期结构, 即其 N 个子结构并不完全相同。例如: 径向肋天线中的每根肋的材料参数(刚度、密度等)、长度等都在一定程度上存在差别。以往的通常情况都不考虑这种子结构间的微小差别(失谐), 而是按理想的状态进行建模和仿真, 但是子结构的微小失谐会对这种周期弱耦合结构的动力学特性产生较大的影响, 使结构振动出现模态局部化现象。模态局部化对卫星天线的精度和寿命等有极大影响, 而且有可能使相关的振动控制系统失效。随着星载大型柔性天线尺寸的增加, 失谐所导致的结构振动模态局部化对结构整体性能的影响也随之增加, 因而结构的动力学分析必须考虑模态局部化的影响。

模态局部化现象最早是在固体物理领域中由 Anderson^[1]发现的, 后来在工程中被逐渐得到重视。O. O. Bendikson^[2]对模态局部化现象作了系统地阐述; D. Bouzit 和 C. Pierre^[3]研究了有阻尼多夸连续梁失谐模态局部化问题; 国内的姚宗健和于桂兰^[4]将

失谐的肋环形平面结构简化为梁与弹簧模型进行了研究; 李凤明等^[5,6]采用了波动的方法对周期结构的模态局部化进行了研究; 周传月和邹经湘等^[7-9]研究了失谐的轮盘—叶片结构。这些研究工作大多局限于使用波动方法针对旋转机械或简单结构进行研究。本文针对典型周期结构—大型可展开柔性天线的局部共振现象进行研究, 并用有限元的方法进行数值仿真, 以期为该类天线结构优化设计和动力学特性改善等提供基础。

1 失谐结构动力学模型

图 1 为常见的缠绕肋碟型天线结构^[10]。将其简化为图 2 所示内径为 R_0 、外径为 R_1 的环形平面结构作为计算模型。这里将天线的 N 根径向肋 B_i 简化为悬臂梁, B_i 与 B_{i+1} 之间的天线反射网结构 M_i 简化为将质量平均分配给 B_i 和 B_{i+1} 的弹性膜结构, 它们均固定在位于中心的刚性毂上。由于制造等因素各个子结构参数存在少许差别, B_i 的弹性模量为 E_{bi} , 截面惯性矩为 I_i , 长度为 $R_1 - R_0$, 单位长度的质量为 m_i , 与 B_{i+1} 之间的夹角为 θ_i ; M_i 的弹性模量为 E_{mi} , 泊松比为 μ , 厚度为 h 。

对上述模型在极坐标系中应用拉格朗日方程建立运动方程^[11]。对于简化为悬臂梁的第 i 根肋 B_i , 振动模态仍遵循悬臂梁的模态^[3], 其位移可以写成

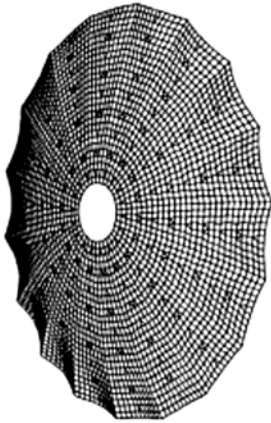


图 1 缠绕肋碟型天线模型

Fig.1 Model of wrapped rib dish antenna

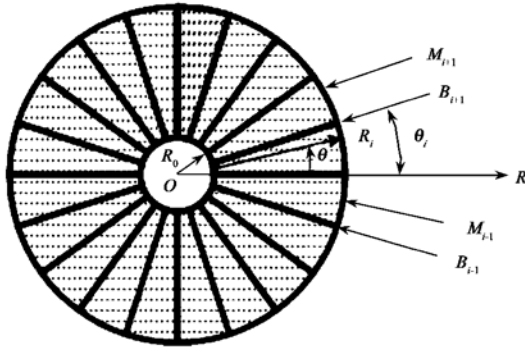


图 2 简化后天线的计算模型

Fig.2 Mathematical model of wrapped rib antenna

悬臂梁模态叠加的形式,即 B_i 的面内位移:

$$u_{bi}(R, t) = \sum_{j=1}^n \xi_{ij} \varphi_j = \Phi(R) \cdot \xi_i(t) \quad (1)$$

$i = 1, 2, \dots, N$

$\Phi = [\{\varphi_1\}, \{\varphi_2\}, \dots, \{\varphi_n\}]$ 为梁的模态矩阵,其每一列 $\{\varphi_i\}$ 都是悬臂梁的一个主模态, $\xi_i = \{\xi_{i1}, \xi_{i2}, \dots, \xi_{in}\}^T$ 为模态坐标, ξ_{ij} 即为 B_i 的第 j 阶主模态的参与因子。将式中的 $\Phi(R)$ 简写为 Φ , $\xi_i(t)$ 简写为 ξ_i , 则 B_i 的动能表达式可写为:

$$\begin{aligned} T_{bi} &= \frac{1}{2} m_i \int_{R_0}^{R_i} \left[\frac{\partial u_{bi}}{\partial t} \right]^2 dR \\ &= \frac{1}{2} m_i \int_{R_0}^{R_i} (\Phi \cdot \xi_i)^2 dR \end{aligned} \quad (2)$$

B_i 的势能可写为:

$$\begin{aligned} U_{bi} &= \frac{1}{2} E_{bi} I_i \int_{R_0}^{R_i} \left[\frac{\partial^2 u_{bi}}{\partial R^2} \right]^2 dR \\ &= \frac{1}{2} E_{bi} I_i \int_{R_0}^{R_i} [\Phi \cdot \xi_i]^2 dR \end{aligned} \quad (3)$$

将夹在 B_i 与 B_{i+1} 间的膜 M_i 的径向位移 u_{mRi} 和环向位移 $u_{m\theta i}$ 用二者的位移 u_{bi} 和 $u_{b(i+1)}$ 表示:

$$\begin{aligned} u_{mRi} &= u_{bi} \sin(\theta) - u_{b(i+1)} \sin(\theta_i - \theta) \\ u_{m\theta i} &= u_{b(i+1)} \cos(\theta_i - \theta) - u_{bi} \cos(\theta) \end{aligned} \quad (4)$$

由于将膜的质量分配到了相邻的梁上,所以不考虑膜的动能;则 M_i 的势能可写为^[9]:

$$\begin{aligned} U_{mi} &= \frac{hE_{mi}}{2(1-\mu^2)} \int_{R_0}^{R_i} \int_0^{\theta_i} \left\{ \left[\left(\frac{\partial u_{mRi}}{\partial R} + \frac{u_{mRi}}{R} \right) \cdot \mu + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \frac{\partial u_{m\theta i}}{\partial R} \right] \cdot \frac{\partial u_{mRi}}{\partial R} + \left(\frac{\mu \partial u_{mRi}}{\partial R} + \frac{\partial u_{m\theta i}}{R \cdot \partial \theta} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \frac{u_{m\theta i}}{R} \right) \cdot \left(\frac{\partial u_{m\theta i}}{R \cdot \partial \theta} + \frac{u_{m\theta i}}{R} \right) \right\} R \cdot dR \cdot d\theta \end{aligned} \quad (5)$$

则整个天线结构的总动能 T 为:

$$T = \sum_{i=1}^N T_{bi} = \frac{1}{2} m_i \sum_{i=1}^N \int_{R_0}^{R_i} (\Phi \cdot \xi_i)^2 dR \quad (6)$$

总的势能 U 为:

$$U = \sum_{i=1}^N (U_{bi} + U_{mi}) \quad (7)$$

将式(3)~式(5)代入上式并整理,最终得:

$$\begin{aligned} U &= \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} E_{bi} I_i \int_{R_0}^{R_i} [\Phi \cdot \xi_i]^2 dR + \\ &\quad \frac{hE_{mi}}{\mu^2 - 1} [(-\theta_i + \sin(\theta_i)\cos(\theta_i)) \cdot \\ &\quad \int_{R_0}^{R_i} \frac{[\Phi \cdot \xi_i]^2}{R} dR + \int_{R_0}^{R_i} R [\Phi \cdot \xi_{i+1}]^2 dR \cdot \\ &\quad \left(\frac{1}{4} \sin(\theta_i)\cos(\theta_i) - \frac{1}{4} \theta_i \right) + \\ &\quad \int_{R_0}^{R_i} R [\Phi \cdot \xi_i]^2 dR \cdot \\ &\quad \left(-\frac{1}{4} \theta_i + \frac{1}{4} \sin(\theta_i)\cos(\theta_i) \right) + \\ &\quad \left(\frac{1}{2} \sin(\theta_i) - \frac{1}{2} \theta_i \cos(\theta_i) \right) \cdot \int_{R_0}^{R_i} R [\Phi \cdot \xi_i] \cdot \\ &\quad [\Phi \cdot \xi_{i+1}] dR + [\xi_{i+1}^T \cdot \Psi_1 \cdot \xi_i] \cdot \\ &\quad \left(\frac{1}{2} \mu \sin(\theta_i) - \frac{1}{2} \mu \theta_i \cos(\theta_i) \right) + \\ &\quad [\xi_i^T \cdot \Psi_1 \cdot \xi_i] \cdot \\ &\quad \left(\frac{1}{2} \mu \sin(\theta_i)\cos(\theta_i) - \frac{1}{2} \mu \theta_i \right) \end{aligned} \quad (8)$$

这里 $\Psi_1 = \Phi(R_i)^2$ 。

将系统总的动能 T 和势能 U 代入拉格朗日方程:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial (T - U)}{\partial \dot{\xi}_i} - \frac{\partial (T - U)}{\partial \xi_i} &= 0 \\ i &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (9)$$

令 $\xi_i = \zeta_i e^{i\omega t}$, $\zeta_{N+1} = \zeta_1$, 化简并将方程无量纲化, 得:

$$\frac{1}{\bar{M}_i} Q_{i-1} \zeta_{i-1} + P_i \zeta_i + \frac{1}{\bar{M}_i} Q_i \zeta_{i+1} = \bar{\omega} \zeta_i \quad (10)$$

其中:

$$\begin{aligned} Q_i &= \frac{K_{mi}}{2(\mu^2 - 1)} [\Psi_2(\sin(\theta_i) - \theta_i \cos(\theta_i)) + \\ &\quad \Psi_1 \mu(\sin(\theta_i) - \theta_i \cos(\theta_i))] \\ P_i &= \frac{1}{\bar{M}_i(\mu^2 - 1)} [2\Psi_3 K_{mi}(\cos(\theta_i)\sin(\theta_i) - \theta_i) + \\ &\quad \frac{1}{2} \Psi_2 K_{mi}(\cos(\theta_i)\sin(\theta_i) - \theta_i) + \\ &\quad \frac{1}{2} \Psi_2 K_{m(i-1)}(\cos(\theta_i)\sin(\theta_i) - \theta_i) + \\ &\quad \Psi_1 K_{mi} \mu(\cos(\theta_i)\sin(\theta_i) - \theta_i)] + \frac{K_{bi} \Psi_4}{\bar{M}_i} \end{aligned} \quad (11)$$

这里:

$$\begin{aligned} \Psi_2 &= \int_{\frac{R_0}{R_i}}^1 [\Phi(l)]^T \cdot [\Phi(l)] l dl \\ \Psi_3 &= \int_{\frac{R_0}{R_i}}^1 [\Phi(l)]^T \cdot [\Phi(l)] \frac{1}{l} dl \\ \Psi_4 &= \int_{\frac{R_0}{R_i}}^1 [\ddot{\Phi}(l)]^T \cdot [\ddot{\Phi}(l)] dl \\ K_{bi} &= \frac{E_i I_i / R_i^3}{EI / R^3}; K_{mi} = \frac{h E_{mi}}{EI / R^3} \\ \bar{M}_i &= \frac{m_i R_i}{mR}; \bar{\omega} = \frac{\omega^2}{EI / mR^4} \end{aligned} \quad (12)$$

EI, R, m 为肋的刚度、外径、单位长度质量的期望值。上式可写成用矩阵表达的形式:

$$A \cdot \zeta = \bar{\omega} \cdot \zeta \quad (13)$$

其中:

$$A = \begin{pmatrix} P_1 & \frac{Q_1}{\bar{M}_1} & 0 & \cdots & 0 & \frac{Q_n}{\bar{M}_1} \\ \frac{Q_1}{\bar{M}_2} & P_2 & \frac{Q_2}{\bar{M}_2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{Q_2}{\bar{M}_3} & P_3 & \frac{Q_3}{\bar{M}_3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{Q_{N-2}}{\bar{M}_{N-1}} & P_{N-1} & \frac{Q_{N-1}}{\bar{M}_{N-1}} \\ \frac{Q_N}{\bar{M}_N} & 0 & 0 & \cdots & \frac{Q_{N-1}}{\bar{M}_N} & P_N \end{pmatrix};$$

$$\zeta = [\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \dots, \zeta_N]^T$$

可以看出, 求解原系统运动方程最终被转化为求解形如式(13)的特征值问题。解上述特征值问题就会得到结构的特征值及相关的模态振型。

2 典型结构算例

2.1 理论方法计算结构模态

图 1 为某天线结构的简化模型, 天线共有 20 根肋。设式(12)中的 $K_{mi} = 0.05, \bar{M}_i = 1, \theta_i = 0.1\pi$ 均不失谐, K_{bi} 为一组期望值为 1、均方差为 $\sigma = 0.1$ 的服从均匀分布的随机数。每根简化为悬臂梁的肋均考虑三阶模态参与振动。图 3、图 4 为简化结构无失谐 ($\sigma = 0$, 准周期结构) 与考虑失谐 ($\sigma = 0.1$, 类周期结构) 各肋端部的前二阶模态振幅比较, 图中振型进行了最大值归一化, 每个点代表各个肋端部的振动幅值。

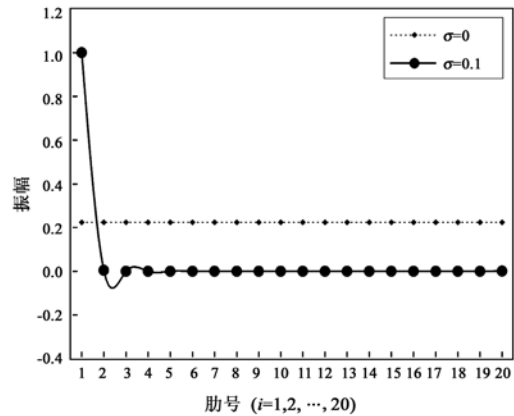


图 3 无失谐 ($\sigma = 0$) 与考虑失谐 ($\sigma = 0.1$) 的第一阶模态振型

Fig. 3 Comparison of the first mode between periodic and disordered structure

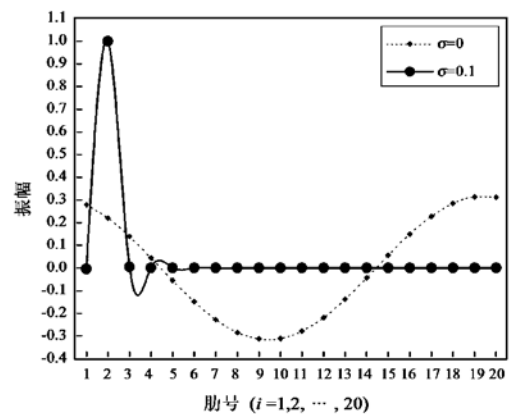


图 4 无失谐 ($\sigma = 0$) 与考虑失谐 ($\sigma = 0.1$) 的第二阶模态振型

Fig. 4 Comparison of the second mode between periodic and disordered structure

其中图 3 所示的第一阶模态,当 $\sigma = 0$ 时,整个平面结构产生均匀的扭振,即 20 根肋均朝同一方向弯曲,且弯曲角度相同,所以模态振型为一条直线。图 4 所示的第二阶模态,当 $\sigma = 0$ 时,整个平面结构亦产生均匀的扭振,但 20 根肋不是均朝同一方向弯曲,且弯曲角度各有不同,所以整体模态振型为三角函数曲线。

从图中可以看出,当结构失谐时,其振型不再是在所有子结构上延展的,而是仅仅局部在某个或少量某几个子结构上,而且最大振幅约为相应未失谐结构振幅的三倍。如图 3 所表示的第一阶模态:失谐时,振动仅局部在肋 1 上,其他各肋相对于肋 1 几乎不振;而且考虑失谐的振幅大概为未考虑失谐影响振幅的 4 倍。三阶以后的模态局部共振效果亦非常明显,但由于参与因子较小,这里篇幅有限,不再给出相应图形。

2.2 ANSYS 模态分析

为了验证前述动力学分析方法的正确性,本节用通用有限元软件 ANSYS 对 2.1 中算例结构进行模态分析。

图 5、图 6 分别为由 ANSYS 算得的结构无失谐与失谐时的第一阶模态振动应变云图,从图中可以看出结构无失谐时,应变分布均匀,整个结构的振动模态是延展的;而结构失谐时,只有一个或极少数几个子结构振动,应变只局限在右上方区域上,其他部位的应变几乎为零,模态是局部的。其他阶模态的振动情形几乎与第一阶相同,只是局部共振发生的位置和应变大小有所不同,这里不再给出相应云图。

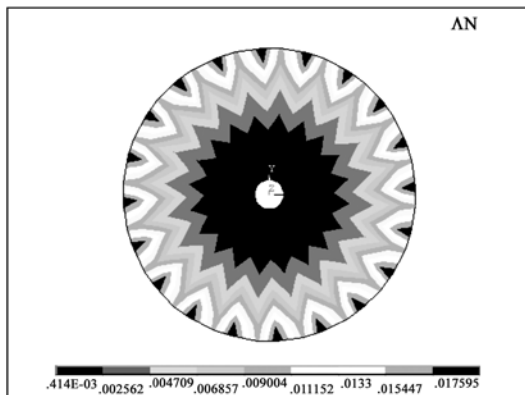


图 5 由 ANSYS 算得的结构无失谐时的第一阶模态应变云图

Fig.5 Strain contour of the first periodic mode by ANSYS

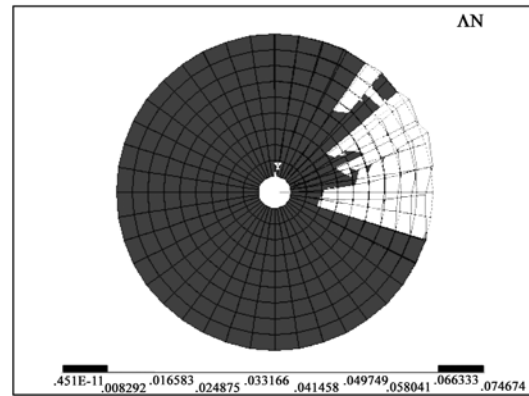


图 6 由 ANSYS 算得的结构失谐时的第一阶模态应变云图

Fig.6 Strain contour of the first disordered mode by ANSYS

图 7、图 8 为由 ANSYS 算得的前二阶无失谐 ($\sigma = 0$) 与失谐 ($\sigma = 0.1$) 情况下的振型对比。从图中可以看出:由 ANSYS 模态分析所得出的振型与文中方法所算出的振型基本相同,而且模态局部化现象同样明显。表 1 分别列出了理论方法和 ANSYS 模态分析得到的前三阶无量纲化频率值。从表 1 中可以看出,在低频范围内,理论方法计算出的频率值同 ANSYS 计算值比较接近,频率误差在 3% 以内。

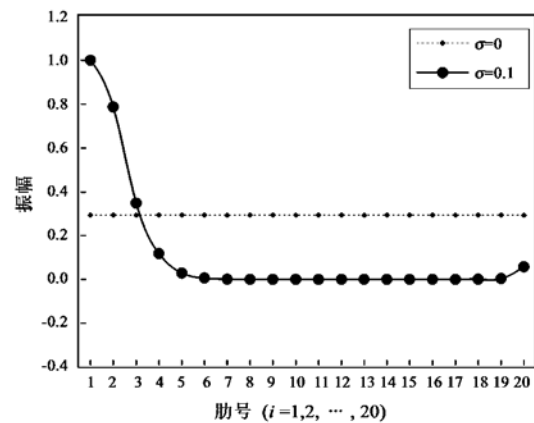


图 7 由 ANSYS 算得的无失谐与考虑失谐时的第一阶模态振型

Fig.7 Comparison of the first mode between periodic and disordered structure by ANSYS

3 结论

本文对存在失谐的大型星载天线结构进行了动力学分析和计算,得到如下结论:

- (1) 用拉格朗日方程建立了失谐大型肋环形碟

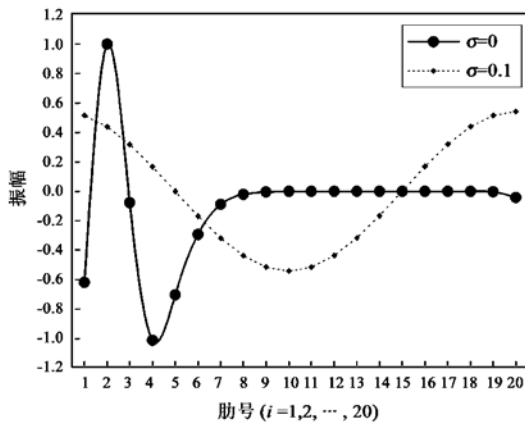


图 8 由 ANSYS 算得的无失谐与考虑失谐时的第二阶模态振型

Fig.8 Comparison of the second mode between periodic and disordered structure by ANSYS

状天线的动力学方程,该方程也同样适用于准周期肋环形结构;

(2) 通过数值仿真发现:准周期结构的模态振型是延周向均匀分布的,而失谐的周期结构中存在着振动模态局部化的现象,且小量失谐就会导致明显的模态局部化;

表 1 无量纲化固有频率比较

Table 1 Comparison of non-dimensional natural frequencies

模态阶次	ANSYS 计算频率		文中方法计算频率	
	$\sigma = 0$	$\sigma = 0.1$	$\sigma = 0$	$\sigma = 0.1$
1	3.71	3.43	3.63	3.38
2	3.72	3.49	3.64	3.42
3	3.72	3.53	3.64	3.45
4	3.73	3.57	3.65	3.53

理论计算与 ANSYS 仿真结果取得了较好的一致性,频率误差在 3% 以内。

研究表明:小量失谐对周期结构动力学的影响是不容忽视的,在进行此种周期弱耦合结构的动力学分析和控制时,必须考虑失谐给结构带来的影响,这对周期结构的优化设计、振动控制等方面具有重要的参考价值。

参考文献:

[1] Anderson PW. Absence of diffusion in certain random lattices[J]. Phys Rev, 1958,109: 1492 - 505.
 [2] Bendikson O O. Localization phenomena in structural dynamics[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2000, 11: 1621 - 1660.
 [3] Bouzit D, Pierre C. Localization of vibration in disordered multi -

span beams with damping[J]. Journal of Sound and Vibration, 1995, 187(4):625 - 648.

[4] 姚宗健,于桂兰. 失谐循环周期结构振动模态局部化问题的研究[J]. 科学技术与工程, 2005, 5(21):1616 - 1622. [YAO Zong-jian, YU Gui-lan. Research on vibration mode localization in mistuned cyclic periodic structures[J]. Science Technology and Engineering, 2005, 5(21): 1616 - 1622.]
 [5] 李凤明,胡超,黄文虎,等. 失谐周期弹性支撑多跨梁中的波动局部化[J]. 固体力学学报,2004,25(1):83 - 86. [LI Feng-ming, HU Chao, HUANG Wen-hu, et al. Wave localization in disordered multi-span beams with elastic supports[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2004,25(1): 83 - 86.]
 [6] 李凤明,汪越胜,黄文虎,胡超. 失谐周期结构中振动局部化问题的研究进展. 力学进展,2005,35(4): 498 - 512. [LI Feng-ming, WANG Yue-sheng, HUANG Wen-hu, HU Chao. Advances in vibration localization in disordered periodic structures[J]. Advances in Mechanics, 2005,35(4):498 - 512.]
 [7] 周传月,邹经湘. 失谐对叶片-轮盘耦合系统振动影响的预测[J]. 航空学报,2001,22(5):465 - 467. [GHOU Chuan-yue, ZOU Jing-xiang. Direct prediction of the effects of mistuning on vibration of bladed disk assemblies[J]. Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica, 2001,22(5):465 - 467.]
 [8] 秦飞,陈立明. 失谐叶片-轮盘系统耦合振动分析[J]. 北京工业大学学报,2007,33(2):126 - 129. [QIN Fei, CHEN Li-ming. Vibration analysis of mistuned bladed disc of steam turbine[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2007,33(2):126 - 129.]
 [9] 王建军,许建东,李其汉. 失谐叶片-轮盘结构振动局部化的分析模型[J]. 汽轮机技术,2004,46(4):256 - 259. [WANG Jian-jun, XU Jian-dong, LI Qi-han. Analytical models of mistuned bladed disk assemblies a review[J]. Turbine Technology, 2004, 46(4): 256 - 259.]
 [10] 段宝岩. 柔性天线结构分析、优化与精密控制[M]. 北京:科学出版社,2005:264 - 275. [DUAN Bao-yan. Structural Analysis, Optimal and Precise Control of Flexible Antennas[M]. Beijing: Science Press, 2005: 264 - 275.]
 [11] WEI-CHAU XIE, ARIARATNAM S T. Vibration mode localization in disordered cyclic structures, I: Single substructure mode[J]. Journal of Sound and Vibration. 1996,189(5): 625 - 626.



作者简介:刘相秋(1980 -),女,博士生,固体力学专业,从事结构动力学及振动控制方面的研究工作。
 通信地址:哈尔滨工业大学 137 信箱 (150001)
 电话:13796626436
 E-mail:liuwang2824@gmail.com

(下转第 1803 页)