

基于 Shape-from-Shading 的月球表面三维形状恢复算法研究

杨 磊¹, 韩九强², 王国珲²

(1. 同济大学经济与管理学院, 上海 200092; 2. 西安交通大学电子与信息工程学院, 西安 710049)

摘要: 提出了一种基于 Shape-from-Shading 的月球表面三维形状恢复算法。首先分析了在太阳光照射下月球表面成像模型, 建立了使用 Lommel-Seeliger 反射模型描述的反射图方程。然后用有限差分近似微分运算, 将反射图方程所示的一阶变系数线性偏微分方程进行离散化处理, 得到关于表面高度函数的代数方程。进而采用超松弛迭代法进行求解, 获得月球表面三维高度函数值。最后使用合成图像和实际月球图像进行三维形状恢复仿真实验。实验结果表明提出的算法可以有效地恢复月球表面三维形状。

关键词: 月球表面; 三维形状恢复; Shape-from-Shading; Lommel-Seeliger 反射模型; 有限差分

中图分类号: TP391.4 **文献标识码:**A **文章编号:**1000-1328(2008)06-1995-06

DOI:10.3873/j.issn.1000-1328.2008.06.059

0 引言

通过对拍摄的月球图像分析研究月球表面三维形状是月球探测的基础研究之一^[1]。在包括我国“嫦娥一号”在内的各国探月工程和计划中, 月球表面三维地形研究始终处于重要位置^[1-3]。通过图像重构月球表面三维形状目前仍然是一种重要的月球表面三维地形分析方法。美国 2008 年 10 月发射的 LRO 所载的六种测量装备中有两种用以测量月球地形, 其中之一就是拍摄月球图像^[4]。早在 1951 年, 人类登月之前就发现月球表面具有近似 Lambertian 模型的反射特性^[5]。之后图像恢复月球表面形状的算法和月球表面反射特性的研究成果不断出现^[6-10]。国内最近提出了基于双目立体视觉的月球三维形状恢复方法^[11], 但双目立体视觉方法存在两幅图像配准问题。20 世纪 70 年代 Horn 提出的单幅图像灰度明暗恢复三维形状 (Shape-from-Shading, SFS) 方法的应用之一就是月球表面三维形状恢复^[7]。文献[8]研究了共面光源月球表面形状恢复算法, 文献[9]研究了月球表面光学反射特性, 文献[10]研究了多幅图像恢复月球表面三维形状的算法。实际中应用 SFS 算法恢复表面三维形状的关键是选择符合实际表面反射特性的成像模型和有效的

重构算法^[12]。目前月球表面三维形状恢复方法主要基于 Lambertian 光照反射模型^[7,8]。采用符合月球表面反射特性的 Lommel-Seeliger 光照反射模型, 本文提出了一种单幅图像恢复月球表面三维形状的 SFS 新算法。

摄像机采集的图像灰度主要由如下因素决定: 物体表面三维形状、物体相对于光源和摄像机的位置、光源和摄像机的相对位置, 以及物体表面物理反射特性等^[12]。SFS 方法是求解一定成像模型下由反射图方程所示的偏微分方程。典型 SFS 算法有最小化算法、反射图方程直接求解方法、粘性解理论等^[7,12]。本文在分析月球图像成像特点的基础上, 使用 Lommel-Seeliger 反射模型描述的反射图方程, 采用有限差分运算近似偏导数, 将反射图方程离散化处理, 得到关于表面高度的代数方程, 进而采用超松弛迭代法求解, 得到三维表面高度。通过对合成图像和实际月球图像三维形状恢复实验说明提出算法的有效性。

1 月球表面反射模型

如图 1 所示的摄像机成像模型, 设成像平面为 xy 平面, 摄像机方向与 z 轴重合。已知点光源方向向量为 $\vec{n}_0 = [p_0, q_0, -1]^T$, 摄像机方向向量为 \vec{n}_c

$\vec{n} = [p_c, q_c, -1]^T$, $\vec{n} = [p(x, y), q(x, y), -1]^T$ 为表面高度函数 $z = z(x, y)$ 的法向向量, 其中

$$p(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x}, q(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} \quad (1)$$

以下 $p(x, y), q(x, y)$ 分别简记为 p 与 q 。图 1 中 i 是表面法向量 \vec{n} 与光源方向向量 \vec{n}_0 的夹角, e 是表面法向量 \vec{n} 与摄像机方向向量 \vec{n}_c 的夹角。

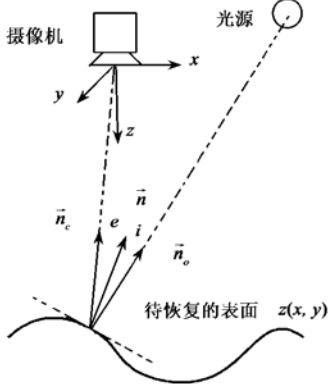


图 1 摄像机成像模型

Fig. 1 The imaging model of camera

SFS 方法是求解图像的反射图方程^[12]

$$I(x, y) = R(p(x, y), q(x, y)) \quad (2)$$

式中: $I(x, y)$ 是归一化的灰度图像, $R(p, q)$ 是反射模型确定的反射图。Lambertian 反射模型描述的反射图方程是

$$I(x, y) = \frac{pp_0 + qq_0 + 1}{(p^2 + q^2 + 1)^{1/2} (\vec{p}_0^2 + \vec{q}_0^2 + 1)^{1/2}} \quad (3)$$

由漫反射和镜面反射模型的线性组合可以构成一般的混合反射模型, 但在混合模型中漫反射和镜面反射的比例参数通常由经验得到而且缺乏实际含义。文献[13]提出了 Nayer 反射模型。Seeliger 提出的 Lommel-Seeliger 反射模型更加符合月球表面反射特性^[14]。

对于月球表面成像作如下假设:(1) 光源近似为无限远处的点光源(太阳);(2) 由于摄像机的位置相对与月球表面比较远, 可以用正交投影建立近似成像模型;(3) 图像各像素点对应的月球表面的反射特性近似一致;(4) 采用文献[14] Lommel-Seeliger 光照反射模型。在以上四点假设条件下, 月球表面的反射图方程为

$$I(x, y) = \frac{2\cos(i)}{\cos(i) + \cos(e)} \quad (4)$$

式中

$$\cos(i) = \frac{pp_0 + qq_0 + 1}{(\vec{p}^2 + \vec{q}^2 + 1)^{1/2} (\vec{p}_0^2 + \vec{q}_0^2 + 1)^{1/2}} \quad (5)$$

$$\cos(e) = \frac{pp_c + qq_c + 1}{(\vec{p}^2 + \vec{q}^2 + 1)^{1/2} (\vec{p}_c^2 + \vec{q}_c^2 + 1)^{1/2}} \quad (6)$$

2 三维形状恢复算法

将(5)、(6)式带入(4)式, 整理得

$$\left[\left(\frac{p_0}{(\vec{p}_0^2 + \vec{q}_0^2 + 1)^{1/2}} + \frac{p_c}{(\vec{p}_c^2 + \vec{q}_c^2 + 1)^{1/2}} \right) I(x, y) - 2p_0 \right] p + \\ \left[\left(\frac{q_0}{(\vec{p}_0^2 + \vec{q}_0^2 + 1)^{1/2}} + \frac{q_c}{(\vec{p}_c^2 + \vec{q}_c^2 + 1)^{1/2}} \right) I(x, y) - 2q_0 \right] q + \\ \left(\frac{1}{(\vec{p}_0^2 + \vec{q}_0^2 + 1)^{1/2}} + \frac{1}{(\vec{p}_c^2 + \vec{q}_c^2 + 1)^{1/2}} \right) I(x, y) - 2 = 0 \quad (7)$$

(7)式是一个变系数线性偏微分方程。如图 1 建立的摄像机中心坐标系, 摄像机的方向向量为

$$[p_c, q_c, -1]^T = [0, 0, -1]^T \quad (8)$$

将(8)代入(7)式, 得

$$a(x, y) * p + b(x, y) * q = c(x, y) \quad (9)$$

式中

$$a(x, y) = \left(\frac{I(x, y)}{(\vec{p}_0^2 + \vec{q}_0^2 + 1)^{1/2}} - 2 \right) p_0 \quad (10)$$

$$b(x, y) = \left(\frac{I(x, y)}{(\vec{p}_0^2 + \vec{q}_0^2 + 1)^{1/2}} - 2 \right) q_0 \quad (11)$$

$$c(x, y) = 2 - \left(\frac{1}{(\vec{p}_0^2 + \vec{q}_0^2 + 1)^{1/2}} + 1 \right) I(x, y) \quad (12)$$

变系数线性偏微分方程(9)式有多种解法, 包括差分近似离散化方法、变换域方法等。变换域方法恢复光滑的三维形状比较有效, 但对表面坡度变化大的地方恢复效果差^[12]。通常离散化方法使用前向或后向差分近似偏导数, 实验表明采用非对称的前向或后向差分方法, 使三维重建误差可能沿对角线积累^[7]。本文在图像内部采用中心差分近似偏导数以克服误差积累, 同时在少数边界点上采用前向或后向差分从而无需边界条件。设待恢复的表面高度函数 $z = z(x, y)$, 其图像的分辨率为 $M \times N$ 。离散域坐标 $(i, j) \in [1, M] \times [1, N]$ 对应连续域坐标 $(x, y) \in D$, 其中 D 为图像区域。对方程(9)式的系数离散化有

$$a(x, y) \approx a_{i,j} = \left(\frac{I_{i,j}}{(\vec{p}_0^2 + \vec{q}_0^2 + 1)^{1/2}} - 2 \right) p_0 \quad (13)$$

$$b(x, y) \approx b_{i,j} = \left(\frac{I_{i,j}}{(\vec{p}_0^2 + \vec{q}_0^2 + 1)^{1/2}} - 2 \right) q_0 \quad (14)$$

$$c(x, y) \approx c_{i,j} = 2 - \left(\frac{1}{(R^2 + Q_0^2 + 1)^{1/2}} + 1 \right) L_{i,j} \quad (15)$$

在图像内部像素点用中心差分有

$$p(x, y) \approx p_{i,j} = \frac{z_{i+1,j} - z_{i-1,j}}{2} \quad (16)$$

$$q(x, y) \approx q_{i,j} = \frac{z_{i,j+1} - z_{i,j-1}}{2} \quad (17)$$

在4条图像边界上分别用前向差分或后向差分近似偏导数进行离散化, 如

$$p_{1,j} = z_{2,j} - z_{1,j}, \quad q_{i,1} = z_{i,2} - z_{i,1} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} -(a_{1,1} + b_{1,1}) & a_{1,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & b_{1,1} \\ -\frac{a_{1,2}}{2} & b_{1,2} & \frac{a_{1,2}}{2} & 0 & \cdots & 0 & 0 & b_{1,2} \\ 0 & -\frac{a_{1,3}}{2} & b_{1,3} & -\frac{a_{1,3}}{2} & 0 & \cdots & 0 & 0 & b_{1,3} \\ \vdots & \ddots \\ 0 & \cdots \\ a_{M,N-3} & b_{M,N-2} & -\frac{a_{M,N-1}}{2} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \frac{a_{M,N-1}}{2} & b_{M,N-1} & \frac{a_{M,N-1}}{2} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & a_{M,N} & (a_{M,N} + b_{M,N}) & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{1,1} \\ z_{1,2} \\ \vdots \\ z_{1,N} \\ z_{2,1} \\ z_{2,2} \\ \vdots \\ z_{2,N} \\ \vdots \\ z_{M,1} \\ z_{M,2} \\ \vdots \\ z_{M,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{1,1} \\ c_{1,2} \\ \vdots \\ c_{1,N} \\ c_{2,1} \\ c_{2,2} \\ \vdots \\ c_{2,N} \\ \vdots \\ c_{M,1} \\ c_{M,2} \\ \vdots \\ c_{M,N} \end{bmatrix} \quad (20)$$

即为

$$\mathbf{A} * \mathbf{Z} = \mathbf{C} \quad (21)$$

用超松弛迭代法(22)式求解该线性方程组, 有

$$\mathbf{Z}^{(k+1)} = \mathbf{Z}^{(k)} + \omega * \mathbf{A}^T (\mathbf{C} - \mathbf{A} * \mathbf{Z}^{(k)}) \quad (22)$$

式中: $k \in \mathbf{Z}^+$ 为迭代次数, $0 < \omega < 1 / \| \mathbf{A} \|^2$ 为松弛因子。当满足迭代结束条件时(如 $\| \mathbf{Z}^{(k+1)} - \mathbf{Z}^{(k)} \| < \epsilon$, 其中 $\epsilon > 0$ 是给定阈值), 停止迭代计算, 得到表面三维形状。

将离散化公式(13)–(18)带入(9)式, 得到关于离散形式高度函数值的线性代数方程

$$a_{i,j} * p_{i,j} + b_{i,j} * q_{i,j} = c_{i,j} \quad (19)$$

像素点的高度函数值按如下排列构成高度向量

$$\mathbf{Z} = [z_{11}, z_{12}, \dots, z_{1N}, z_{21}, z_{22}, \dots, z_{2N}, \dots, z_M, z_{M1}, \dots, z_{MN}]^\top$$

将(19)式写成矩阵形式, 得关于离散高度的线性方程组(20),

$$\mathbf{A} * \mathbf{Z} = \mathbf{C} \quad (21)$$

3 实验

通过合成图像和实际月球图像的三维形状恢复仿真实验说明提出算法的有效性。

3.1 合成图像

本文实验运行环境如下: CPU 为 AMD1.7GHz, RAM 为 256MB, 软件为 Windows2000 及 Matlab6.5。采用正交投影, SFS 算法恢复三维形状在图像坐标系中表示, 因此图中的单位均为像素。对于三维曲

面函数(23)式采用 Lommel-Seeliger 光照反射模型(4)式生成图像, 图像区域为 $(x, y) \in [-2, 2] \times [-2, 2]$ 。图像灰度为 256 级, 图像分辨率为 200×200 像素, 光源方向为 $[0.1, 0.2, -1]^T$ 摄像机方向为 $[0, 0, -1]^T$ 。

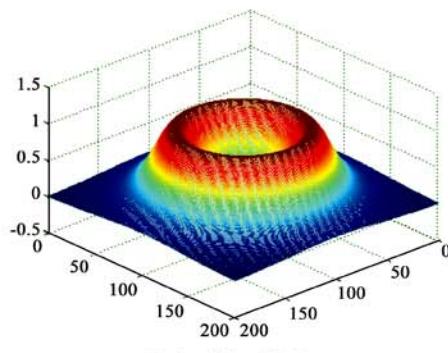
$$z(x, y) = \frac{1}{(1 + (1 - x^2 - y^2)^2)^2} \quad (23)$$

图 2 是提出算法在计算迭代次数为 200 时对三维曲面函数(23)式的合成图像三维形状恢复的结果, 其中图 2(a)是曲面函数的三维形状; 图 2(b)是曲面函数的合成灰度图像; 图 2(c)是提出算法恢复的曲面三维形状; 图 2(d)是图 2(c)与图 2(a)的误差。

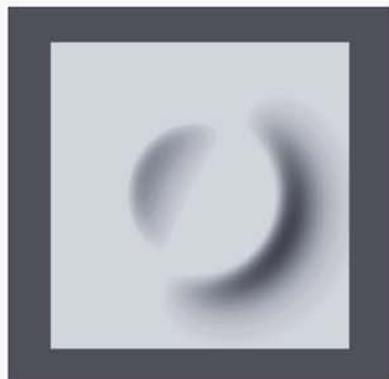
在迭代次数为 200 时提出算法重构曲面的三维形状与原曲面函数的高度平均相对误差和高度均方根误差为 4.50% 和 0.0147。

3.2 月球表面形状恢复

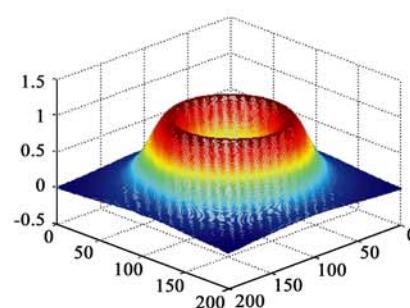
采用 NASA 官方网站公开的月球表面的局部图像进行三维恢复实验。图 3(a)是月球表面的局部图像。由于光源方向未知, 可以使用文献[15]提出



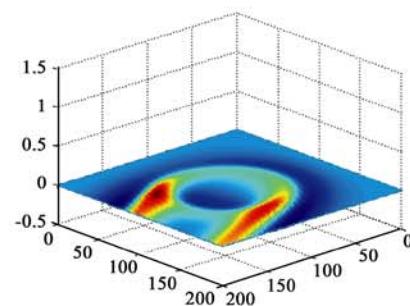
(a) 曲面函数的三维形状
(a) 3-D shape of curve surface function



(b) 曲面函数的合成图像
(b) The synthetic image of curve surface function



(c) 提出算法恢复的曲面形状
(c) Reconstructed 3-D shape using the proposed method



(d) 图 1(c) 与图 1(a) 的误差
(d) Reconstruction error of figure 1(c) and figure 1(a)

图 2 合成图像三维形状恢复结果

Fig.2 3-D Reconstruction results of synthetic image

的光源方向估方法进行估计。光源方向估计值为 $[0.12, 0.35, -1]^T$ 。图像灰度为 256 级, 图像分辨率为 300×300 像素。

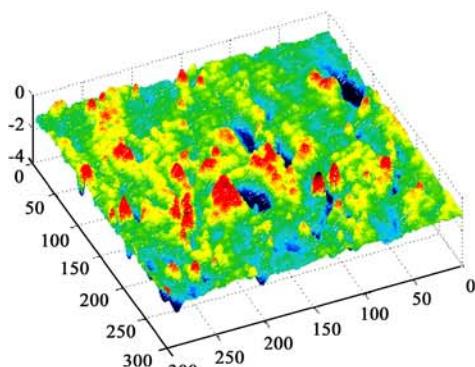
图 3(b)是提出算法在迭代次数为 200 时月球三维形状恢复的结果。由图 3(b)可见, 恢复的三维形状整体区域的起伏与原图象基本一致。在比较平坦和没有阴影的区域, 恢复的结果较好, 而在有较大起伏和阴影的区域恢复效果不理想。恢复的月球三维地形与月球图像所示的地形存在误差的可能原因有:选择的反射模型与实际月球表面反射特性不完全一致; 实验中估计的光源方向与实际太阳光照方向可能存在误差; 求解偏微分方程的离散化过程存在误差; 图像存在阴影区域, 阴影区域处理是按光照区域进行恢复计算, 因此这些区域恢复误差比较大。由图 3 可见, SFS 方法可以有效地恢复月球表面三维形状。

SFS 算法恢复的三维形状是在图像坐标系中表示, 可以通过标定摄像机和场景位置获得实际三维高度。月球表面三维形状恢复时太阳作为光源, 其方向可以确切知道。



(a) 月球局部表面的图像

(a) Image of local surface of the Moon



(b) 提出算法恢复的月球三维形状

(b) Reconstructed 3-D surface of the Moon

图3 月球图像三维形状恢复结果

Fig.3 3-D Reconstruction results of image of the Moon

4 结论

提出了一种基于 Lommel-Seeliger 反射模型的单幅图像恢复月球表面三维形状的算法。在分析了太阳光照射下月球图像成像模型的基础上建立了 Lommel-Seeliger 反射图方程所示的一阶变系数线性偏微分方程。然后使用有限差分近似微分运算, 将反射图方程离散化处理, 得到关于表面高度的代数方程。采用超松弛迭代算法进行求解, 得到三维表面高度。合成图像和实际月球图像三维形状恢复实验结果表明提出的算法可以有效地应用于月球表面的三维形状恢复。与文献[7]的算法比较, 提出算法有如下三方面优点: 采用的 Lommel-Seeliger 反射模型比 Lambertian 模型更加符合月球表面反射特性; 图像内部像素点采用中心差分, 可以克服前向或后向差分近似的误差沿对角线积累; 在实际月球表面

三维恢复时边界条件往往是未知或不完全已知的, 而在少数边界点上采用前向或后向差分从而避免边界条件限制, 这更有利于 SFS 方法的实际应用。SFS 方法应用于月球表面三维恢复进一步研究的课题包括研究符合月球表面反射特性的光照反射模型, SFS 算法研究, 以及与其他月球三维地形数据的融合等。

参考文献:

- [1] 欧阳自远. 我国月球探测的总体科学目标与发展战略[J]. 地球科学进展, 2004, 19(3): 351–358. [OUYANG Zi-yuan. Scientific objectives of Chinese lunar exploration project and development strategy[J]. Advance in Earth Sciences, 2004, 19(3): 351–358 (in Chinese).]
- [2] Williams D R, Grayzeck E J. The lunar data project-restoration of apollo data for future lunar exploration[J]. Lunar and Planetary Science, 2006, 37: 1187–1224.
- [3] Oberst J, Wählisch M, Zhang W. New data on lunar topography derived from galileo and Clementine stereo images[J]. Lunar and Planetary Science, 1996, 27: 973–974.
- [4] Gordon C, Scott B, Marc F, et al. Lunar reconnaissance orbiter overview: the instrument suite and mission[J]. Space Science Review, 2007, 129(4): 391–419.
- [5] Diggelen V J. A photometric investigation of the slopes and heights of the ranges of hills in the Maria of the Moon[J]. Bull. Astron. Inst. Netherlands, 1951, 11(423): 283–289.
- [6] Link F. Photometry of the lunar surface[J]. The Moon, 1972, 5: 265–285.
- [7] Horn B K P. Height and gradient from shading[J]. International Journal of Computer Vision, 1990, 5(1): 37–75.
- [8] Wohler C. Shape from shading under coplanar light sources[C]//Rasmussen C E, Bulthoff H H, Giese M A, Scholkopf B (Eds.). Proceedings of the 26th DAGM Symposium. Tübingen: Springer, 2004: 278–285.
- [9] Christian W, Raffaello L, Paolo L, et al. A combined spectrophotometric and morphometric study of the lunar mare dome fields near Cauchy, Arago, Hortensius, and Milichius[J]. Icarus, 2006, 183(2): 237–264.
- [10] Volker L, Christian H, Randolph L K. Derivation of planetary topography using multi-image shape-from-shading[J]. Planetary and Space Science, 2006, 54(7): 661–674.
- [11] 介鸣, 尹航, 黄显林. 月球探测器自主软着陆中的三维重构技术研究[J]. 宇航学报, 2007, 28(4): 966–971. [JIE Ming, YIN Hang, HUANG Xian-lin. On 3D reconstruction technology of lunar lander autonomous soft landing [J]. Journal of Astronautics, 2007, 28(4): 966–971 (in Chinese).]
- [12] Zhang R, Tsai P S, Cryer J E, et al. Shape from shading: a survey [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26(8): 1143–1163.

gence, 1999, 21(8): 690–705.

- [13] Oren M, Nayar S. Generalization of the Lambertian model and implications for machine vision[J]. International Journal of Computer Vision, 1995, 14(3): 227 – 251.
 - [14] McEwen A S. A precise lunar photometric function [J]. Lunar and Planetary Science, 1996, 27: 841 – 842.
 - [15] Zheng Q, Chellappa R. Estimation of illuminant direction, albedo, and shape from shading [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1991, 13(7): 680 – 702.



作者简介：杨磊（1976—），男，博士后，研究方向为图像信息处理、图像三维重建、自动化装置与检测技术、人工智能在经济预测中的应用。

通信地址：上海市四平路 1239 号同济大学
经济与管理学院(200092)

电话:(029)82673388

E-mail: yangyoungya@sina.com

Research on 3-D Reconstruction Algorithm of the Moon Surface Based on Shape-from-shading Method

YANG Lei¹, HAN Jiu-qiang², WANG Guo-hui²

(1. School of Economics and Management, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: An algorithm of 3-D shape reconstruction of the Moon surface based on shape-from-shading method was proposed. Imaging model of the Moon surface under the illumination of the sun was discussed firstly. And Lommel-Seeliger reflectance model was used to establish reflectance map equation. When the finite difference approximated differential operator, the reflectance map equation described by the first order varying-coefficient linear partial differential equation turned into a group of algebraic equations about the unknown surface height functions. Then SOR iterative method was used to solve the equations and heights of 3-D surface were achieved. At last, 3-D shape reconstruction experiments on synthetic image and real image of the Moon were performed to illuminate the efficiency of the proposed method.

Key words: The Moon surface; 3-D reconstruction; Shape-from-Shading; Lommel-seeliger reflectance model; Finite difference

○◇○◇○◇○◇○◇○◇○◇○◇○

Experimental and Numerical Investigation on the Unstart Flowfield of

WANG Yi, FAN Xiao-qiang, LIANG Jian-han, WANG Zhen-guo

Abstract: A three-dimensional sidewall compression hypersonic inlet was tested in Ma4 free-jet wind tunnel and examined by numerical simulation to investigate the characteristics of unstart flowfield at low Mach number. A “counter vortex” structural oil flow pattern was observed on the bottom wall. The result reveals that the reverse pressure gradient caused by cowl shock and internal compression, and the low kinetic energy flow near the bottom wall induced by sidewall swept shock, are the two factors that lead the separation bubble located at the center of the flow path. Schematic structure of the unstart flowfield and suggestion on the inlet design are obtained through the investigation.

Key words: Hypersonic; Inlet; Upstart flowfield; Free-jet; Numerical simulation