Vol. 24 No. 3 Mar. 2011

CHINESE JOURNAL OF SENSORS AND ACTUATORS

A New Method for Array Extension Based on Minimum Redundancy Linear Array*

LI Bo, SUN Chao*

(Institute of Acoustics Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi' an 710072, China)

Abstract: A new array extension method based on minimum redundancy linear array is proposed to overcome the low hydrophone utilization rate problem and accumulated noise error existing in the most passive synthetic aperture methods based on uniform linear array. The proposed method combines forth-order cumulant with passive synthetic aperture method to extend array using fewer hydrophones. Firstly, successive measurements of a virtual uniform linear array are constructed by applying forth-order cumulant to measurements of minimum redundancy linear array. Then, the array is extended by compensating phase differences using passive synthetic aperture technique. The proposed method not only improves utilization of hydrophones, but also effectively suppresses Gaussian noise. Moreover, it inherits the advantages of the passive synthetic aperture technique. Simulation and experiments results show that this method can generate larger aperture using fewer hydrophones through less iterations and effectively suppress Gaussian noise and reduce computation burden. Moreover, this method can achieved better performance than ETAM method in Gaussian white noise and colored noise environment.

Key words: array signal processing; array extension; synthetic aperture; forth-order cumulant; minimum redundancy linear array

EEACC: 5270D:6140:6140M

doi: 10.3969/j. issn. 1004-1699. 2011. 03. 016

基于最小冗余线阵的阵列扩展方法*

李博,孙超*

(西北工业大学声学工程研究所,西安710072)

摘 要:针对均匀传感器线阵应用被动合成孔径技术进行扩展阵列中存在阵元数较多利用率较低,且噪声累积误差问题,提出了一种基于最小冗余线阵的阵列扩展方法。该算法将四阶累积量方法和被动合成孔径技术相结合,能够采用较少的阵元获得较大的阵列有效孔径。先用四阶累积量方法对最小冗余阵作匀速直线运动采集的连续测量量作预处理,获得虚拟均匀线阵效果,而后,利用重叠相关器处理上述数据组获得相位修正因子补偿连续测量时产生的相位差,将时域信息转化为空域信息,获得阵列扩展效果。该算法采用阵元数少,从而提高了阵元利用率,降低了运算量,而且能够有效抑制高斯噪声。此外,该算法保留了被动合成孔径技术无需知道目标源和接收阵相对运动速度等先验信息的优点。仿真和实验结果表明,在阵元数很少时,该算法仍能够有效扩展阵列孔径,准确估计分辨出多目标的到达角,运算量低,且在高斯噪声背景下,能够获得优于 ETAM 方法的阵列扩展性能。

关键词:阵列信号处理:阵列扩展:合成孔径:四阶累积量:最小冗余线阵

中图分类号:TN911.7

文献标识码:A

文章编号:1004-1699(2011)03-0392-06

合成孔径技术是信号处理领域中的一个热点研究方向,其基本思想是将小孔径传感器阵列在运动中接收的信号进行相干合成处理,从而获得相当于大孔径传感器阵列的高分辨率。正是不增加传感器

阵尺寸而获得阵列扩展的特性,使得合成孔径技术 受到相关领域研究人员的关注,在近30年中得到了 迅速的发展。Stergiopoulos、Sullivan 和 Urban 等提出 了多种被动合成孔径算法^[1-6],如,扩展拖曳阵尺寸 算法(Extended Towed Array Measurement, ETAM)和 基于 FFT(Fast Fourier Transform)的合成孔径算法等 改进算法。这些算法都是基于均匀线阵实现孔径扩 展的,需要传感器数目较多,导致阵元利用率较低, 且在连续测量过程中,噪声误差的累积会影响阵列 扩展效果。为了解决阵元利用率较低和噪声累积的 问题,本文提出一种基于最小冗余线阵的孔径扩展 方法。该算法采用最小冗余线阵作匀速直线运动连 续采集数据,将获得的连续测量量进行四阶累积量 处理,形成虚拟线列阵。而后,利用阵运动时相继位 置上重叠传感器信号估计出相位补偿因子,补偿运 动基阵相继位置上由时间差导致的相位差,实现孔 径扩展。本文算法不受均匀线阵的约束,在较少阵 元数的情况下,能够获得较大阵列的有效孔径,且阵 元稀疏布放能够降低阵元间互耦的影响。此外,本 文方法较传统合成孔径方法在扩展相同孔径的情况 下, 迭代次数少且能更好地抑制高斯噪声。

1 ETAM 算法

ETAM^[1-4]算法扩展孔径的基本思想是,利用接收传感器阵列做匀速运动来扩展阵列的有效孔径。具体实现为:阵列相继两次运动时,对空间位置上重叠部分的传感器接收信号做互相关平均,作为后次未重叠传感器上接收信号的相位修正因子,通过相位补偿合成为前次虚拟阵元的接收信号,重复上述过程,即可扩展传感器阵列。其原理示意图如图 1 所示。

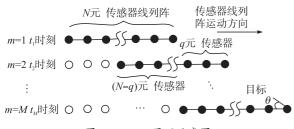


图1 ETAM 原理示意图

假设远场窄带信号 $s(t_i) = A \cdot \exp(j\omega_0 t_i)$ 从 θ 方向(如上图所示)入射到等间距为 d 的 N 元传感器线列阵上。定义基阵法线方向为 90° ,则第 n 号传感器接收到的信号为,

$$x_n(t_i) = s\left(t_i - \frac{(n-1)d}{c}\cos\theta\right) + n_n(t_i) \tag{1}$$

其中,c 为水中声速, $n=1,2,\cdots,N$ 为阵元数, $t_i=i\cdot\Delta t$, $i=0,1,2,\cdots L-1$,L 为采样点数。 $n_n(t_i)$ 表示均值为 零、方差为 σ_0^2 的独立高斯噪声。

考虑接收传感器阵列以速度v远离静止信号源匀速运动,则其接收信号频率为 $\omega_d = \omega_0 \left(1 - \frac{v\cos\theta}{c}\right)$,

又有,
$$\frac{((n-1)vd\cos^2\theta)}{c^2} \le 1$$
,则式(1)可以近似为,

$$x_n(t_i) = A \cdot \exp\left\{j\omega_0 \left(t_i - \frac{vt_i + (n-1)d}{c}\cos\theta\right)\right\} + n_n(t_i) \quad (2)$$

第(n+q)号传感器在 t_i 时刻接收到的信号为,

$$x_{n+q}(t_i) =$$

$$A \cdot \exp\left\{j\omega_0 \left(t_i - \frac{vt_i + (n+q-1)d}{c}\cos\theta\right)\right\} + n_{n+q}(t_i) (3)$$

经过 τ 秒,第n号传感器接收到的信号为,

$$x_{n}(t_{i}+\tau) = A \cdot \exp(j\omega_{0}\tau) \cdot \exp\left\{j\omega_{0}\left(t_{i} - \frac{vt_{i} + v\tau + (n-1)d}{c}\cos\theta\right)\right\} + n_{n}(t_{i}+\tau)$$

$$(4)$$

取合适的 $v_{,\tau}$,使得 $v_{\tau} = qd$,考虑理想条件下,两次连续测量时各个传感器接收到的噪声近似相等,则式(3)和式(4)的关系为,

$$x_{n+q}(t_i) = \exp(-j\omega_0 \tau) \cdot x_n(t_i + \tau) \tag{5}$$

利用连续两次测量数据,计算相位修正因子的最小平方估计为,

$$\hat{\Psi} = \frac{1}{N - q} \sum_{n=1}^{N - q} \Psi_n + \hat{\varepsilon}_{\Psi}$$
 (6)

其中,N-q 为两次测量时空间位置重叠传感器个数, $\hat{\varepsilon}_{\Psi}$ 表示系统或者随机误差, $\Psi_{n}=\arg\{x_{n+q}(t_{i})\cdot x_{n}^{*}(t_{i}+\tau)\}$ 表示空间位置重叠传感器的互相关估计,*表示共轭转置。

重复上述过程,经过M次合成处理,N元传感器线列阵最终可形成(N+(M-1)q)元的虚拟线列阵。

2 基于最小冗余线阵的阵列扩展算法

从上述分析可知,相位补偿因子是影响 ETAM 算法性能的关键因素。为了获得准确的相位补偿信 息,运动阵相继位置上重叠传感器个数须大于组成 线列阵传感器个数的一半。在扩展相同的孔径时, 如果均匀线列阵过短,会导致合成次数增加,噪声累 积误差增大;而线阵过长,会增加实现难度和成本, 且产生阵型误差。这些将会影响相位补偿信息的准 确性,导致算法性能恶化。虽然采用非均匀线阵可 以减少计算量,降低阵元间耦合影响,但是却无法直 接应用被动合成孔径方法实现孔径扩展。因此,本 文提出一种基于最小冗余阵(Minimum Redundancy Array, MRA)的孔径扩展方法。该算法在被动合成 孔径技术中引入四阶累积量方法,采用最小冗余阵 进行阵列扩展,实现将较少阵元数的传感器阵列扩 展成大孔径阵列,同时有效抑制高斯噪声,降低运 算量。

2.1 四阶累积量的定义

复随机过程的四阶累积量^[7-14](Fourth-Order Cumulant,FOC)有多种不同定义,零均值平稳随机过程的FOC可采用如下定义^[7-8],

$$\mu_{k_{1},k_{2}}^{k_{3},k_{4}} = \operatorname{cum} \{x_{k_{1}}(t), x_{k_{2}}^{*}(t), x_{k_{3}}(t), x_{k_{4}}^{*}(t)\} =$$

$$E\{x_{k_{1}}(t)x_{k_{2}}^{*}(t)x_{k_{3}}(t)x_{k_{4}}^{*}(t)\} - E\{x_{k_{1}}(t)x_{k_{3}}(t)\} \cdot$$

$$E\{x_{k_{2}}^{*}(t)x_{k_{4}}^{*}(t)\} - E\{x_{k_{1}}(t)x_{k_{4}}^{*}(t)\} E\{x_{k_{2}}^{*}(t)x_{k_{3}}(t)\} -$$

$$E\{x_{k_{1}}(t)x_{k_{2}}^{*}(t)\} E\{x_{k_{3}}(t)x_{k_{4}}^{*}(t)\} \qquad (7)$$
其中, $(k_{1},k_{2},k_{3},k_{4}) \in [1,2,\cdots,N]$, $E\{\cdot\}$ 表示求数 学期望, $x_{k}(t)$, $k=1,2,\cdots,N$ 表示传感器阵上第 k 个阵元的接收信号。

2.2 本文阵列扩展算法

根据上述阵列信号模型和 FOC 与互相关定义,可得.

$$E\{x_{2}(t)x_{N}^{*}(t)\} = \frac{\sigma_{s}^{2}}{\gamma_{4,s}} \operatorname{cum}\{x_{1}(t), x_{1}^{*}(t), x_{2}(t), x_{N}^{*}(t)\}$$
(8)

$$E\{x_{2}(t)x_{N+1}^{*}(t)\} = \frac{\sigma_{s}^{2}}{\gamma_{4,s}} \operatorname{cum}\{x_{1}(t), x_{1}^{*}(t), x_{1}(t), x_{N}^{*}(t)\}$$
(9)

其中, $\gamma_{4,s}$ 为信号的 FOC, σ_s^2 为信号源功率。

式(8)反映了真实阵元间 FOC 与互相关的关系,式(9)反映了真实阵元间 FOC 与真实阵元和虚拟阵元间互相关的关系,这就是 FOC 的阵列扩展性质。即,FOC 矩阵不仅包含真实阵元的信息,还含有虚拟阵元的信息。因此,用 FOC 矩阵代替协方差矩阵,能获得孔径扩展效果。但是对于均匀 N 元 ULA 而言,其 FOC 运算量级为 $O(N^4)$,且只有(2N-1)个独立分量,存在极大数据冗余。为此我们将 FOC 方法应用于孔径为 N 的 P 元 MRA(P < N),产生(2N-1) 元虚拟阵,减少计算量提高阵元利用率,同时能够抑制高斯噪声。

孔径相同的 MRA 阵元设置方法不唯一[7,14]。 这里取 4 元 MRA 阵元位置为 [0,2,5,6], λ 表示波长。图 2 给出 4 元 MRA 阵列扩展示意图。

○ 表示虚拟阵元 ● 表示真实阵元,为4元MRA

图 2 4元 MRA 孔径扩展示意图

本文算法采用 P 元最小冗余线阵作直线匀速运动采集数据,将每次测量数据应用四阶累积量处理虚拟成 2N-1 元均匀线阵数据(图 3 中①),而后将虚拟阵相继两次测量中重叠位置的数据(图 3 中②)做互相关平均,作为后次未重叠虚拟传感器阵(图 3 中③)上接收信号的修正因子,通过相位补偿

合成为前次虚拟阵元的接收信号,重复上述过程,扩展原物理阵列。其示意图如图 3 所示,具体步骤如下。

- (1) 孔径为 N 的 P 元 MRA 在匀速直线运动中 采集信号,每隔 τ 秒进行一次采样,共 M 次;
- (2)根据某次测量数据计算出 FOC 矩阵 R_z 和导向矢量 $B(\theta)$;

$$R_{z}((k_{1}-1)P+k_{2},(k_{3}-1)P+k_{4})=$$
 $\operatorname{cum}\{x_{k_{1}}(t),x_{k_{2}}^{*}(t),x_{k_{3}}(t),x_{k_{4}}^{*}(t)\}=B(\theta)C_{s}B^{H}(\theta)$
其中, $B(\theta)=A(\theta)\otimes A^{*}(\theta)$, \otimes 表示克罗内克积。
 $A(\theta)$ 为原阵列的导向向量, C_{s} 为参考点信号的四阶累积量矩阵。 $R_{z}(i,j)$ 体现矢量 $B(\theta)$ 中第 i 个位置与第 j 个位置对应的阵元间的互相关。

- (3)将 $B(\theta)$ 按照时延由小到大顺序重新排列,根据 $R_z(i,j)$ 与 $B(\theta)$ 元素的对应关系,按时延由小到大顺序重新排列 R_z ,获得 2N-1 元虚拟 ULA 的伪协方差矩阵 R_u ;
- (4)根据下式计算测量间重叠阵元的互相关, 求得相位修正因子的最小平方估计;

$$\Psi_{m-1,m}^{n} = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^{P} \arg \left\{ \frac{R_{u}(n+N-1,n+N-1)}{R_{u}(n+N-1,i)} x_{m-1}^{i} \cdot \left(\frac{R_{u}(n,n)}{R_{u}(n,i)} x_{m}^{i} \right)^{*} \right\}$$

$$\hat{\Psi}_{m-1,m} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \Psi_{m-1,m}^{n}$$

其中, $\hat{\Psi}_{m-1,m}$ 表示 m-1 与 m 次间的相位修正因子的最小平方估计, x_m^i 表示传感器阵第 m 次测量时第 i 号阵元接收数据。

(5)用上述相位修正因子对 *M* 次时间序列进行相位补偿,扩展原传感器阵列的孔径。

$$x_1^{n+p\cdot N}(t_i) = \exp(j\widetilde{\Psi}_{1,p}) \cdot x_p^n(t_i),$$

$$n = N+1, \dots, 2N-1.$$

其中,
$$\widetilde{\Psi}_{1,p} = \sum_{m=1}^{p} \widehat{\Psi}_{m-1,m}, p=1,\cdots,M-1_{\circ}$$

应用本文提出的基于最小冗余线阵的阵列扩展算法,孔径为N的P元 MRA(P < N)经过M次测量处理,最终扩展阵列孔径为(M+1)N-M。而N元 ULA应用 ETAM 方法,经过M次测量处理,其扩展孔径为 $\frac{(M+1)N}{2}$,如果要获得相同的扩展效果,其需要更多

的合成处理次数。本文算法综合孔径扩展尺寸和计算量两方面因素考虑,用较少阵元数的传感器阵列扩展获得更大孔径的阵列,提高阵元利用率,而且能有效抑制高斯噪声,在一定程度上避免计算量冗余。

3 仿真分析

本节通过三组仿真实验对本文方法的阵列扩展性能进行验证。本文方法采用 4 元 MRA, 阵元位置为 0.5 m[0,2,5,6]。作为比较, 取同孔径的 7 阵元等间距为 0.5 m 的 ULA 进行仿真。图 4 给出传感器阵列接收信号示意图,设定线阵法线方向为 90°, 静止信号源辐射声频率为 1 500 Hz, 采样频率为50 kHz, 水中声速为 1 500 m/s, 传感器线阵以1.6 m/s作匀速直线运动。

阵元1, 3, 6, 7组成 4元MRA 阵元1-7组成 7元ULA

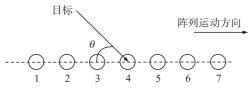


图 4 传感器阵列接收信号示意图

静止单频信号源位于 20.9°方向,环境噪声为独立高斯白噪声,信噪比为 5 dB。图 5(a)给出物理传感器阵列和扩展虚拟阵列的 DOA 估计结果。为图例效果清晰,图 5(b)给出图 4 中 0°到 50°的局部效果。图 4、图 5 中可以看出,4 元 MRA 应用本文方法(实线)和 7 元 ULA 应用 ETAM 方法(双划线)扩

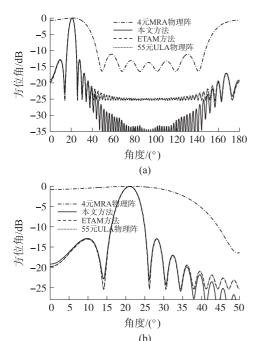


图 5 物理传感器阵列和扩展后阵列的方位谱

展的虚拟 55 元 ULA 常规波束形成的结果与真实 55 元 ULA 的结果(虚线),主瓣相同旁瓣略有起伏。扩展的虚拟阵的结果相比 4 元 MRA 的方位谱(点划线)明显提高了角分辨率。MRA 使用本文方法扩展得到的虚拟阵同真实 55 元 ULA 有着相同的 DOA估计结果,证明了本文方法的有效性。此外,ETAM方法经过 17 次合成处理,扩展得 55 元 ULA,而本文方法只需经过 8 次合成处理。较 ETAM 方法而言,本文方法提高了阵元利用率,降低了计算量,而且减小了合成中误差累积的影响。

高斯白噪声背景下,8个互不相关等功率信号源分别从30°,50°,75°,85°,95°,105°,130°和150°方向入射。图6给出信噪比为5dB时,采用不同扩展方法得到扩展阵列的方位谱图。实线表示4元MRA应用本文方法处理8次得到的空间谱,双划线表示7元ULA应用ETAM算法处理17次得到的空间谱。从图6中可以看出,基于不同阵列的两种阵列扩展方法都能够在信号入射方向形成空间谱极大值,分辨出8个信号。本文方法得到的谱峰更尖锐,ETAM方法中曲线起伏大,可能是迭代处理过程中噪声误差累积造成的。

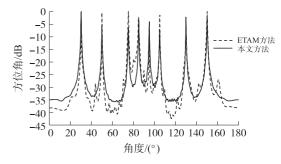


图 6 白噪声下扩展阵列的方位谱

保持上述信号源不变。图 7、图 8 分别给出非平稳噪声、色噪声背景下,采用不同扩展方法得到扩展的 48 元阵列的方位谱图。图 7 中,阵元间噪声为不相关非均匀白噪声,即,噪声的协方差矩阵对角元素不相等。信噪比定义为,SNR = $10\lg\left(N\cdot\sigma_s^2\left/\sum_{i=1}^N\sigma_i^2\right)$ = 8 dB, σ_s^2 为信号功率, σ_i^2 为第 i 个阵元上的噪声功率。图 8 中,阵元间噪声为色噪声,这里用 AR 模型模拟产生, $n_n(t) = -an_{n-1}(t) + w_n(t)$,其中,取 a = -0. 85, $w_n(t)$ 为高斯白噪声(方差为 σ_0^2)。信噪比定义同上为 7 dB,其它参数同上。

本文方法引入四阶累积量方法,能够有效地抑制高斯噪声,减少噪声在后续合成中的影响。而传统 ETAM 方法直接将噪声带来的误差在合成中累积,导致阵列扩展效果恶化。从图 7、图 8 中可以看出,本文方法较传统 ETAM 方法对空间色噪声宽容

性高,谱峰更尖锐,更容易分辨到达角。

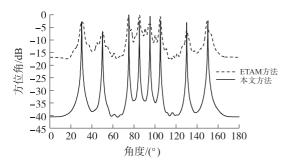


图7 非均匀噪声下扩展阵列的方位谱图

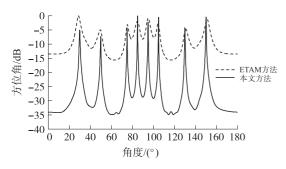


图 8 色噪声下扩展阵列的方位谱图

4 甜水湖实验

实验于2010年4月在咸阳市礼泉县甜水湖进行。甜水湖长约700 m,宽约400 m,近岸区水深约7 m。图9给出实验系统布局示意图,信号源产生连续正弦信号,经过功率放大器驱动发射换能器发射。因受实验条件限制,此次实验模拟目标为1个,该目标从基阵20.9°方向入射。实验中选取的参数与上节仿真中参数一致,接收阵采用7元均匀线列阵,取其第1,3,6,7号阵元为4元最小冗余阵。接收阵和发射换能器深度均为2.1 m,两者初始水平相距66 m,基阵远离声源近似以1.6 m/s 作匀速直线运动,共采集2 min 数据。离线处理数据时,我们选取第48 s 开始持续36 s 的一段数据加入噪声进行处理。该段数据较为平稳,视为纯信号,噪声通过仿真获得,方法同上节一致。

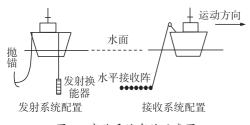


图 9 实验系统布放示意图

图 10 给出 5 dB 高斯白噪声背景下,4 元 MRA 和扩展后虚拟阵的方位角估计结果。从图中可以看出,原物理4元 MRA 旁瓣过宽,不利于分辨目标,而

两种方法扩展得到的 55 元虚拟线列阵都能准确估计出目标方位角。应用本文方法(实线)较应用 ETAM 方法(双划线)所得方位谱主瓣稍窄,旁瓣更低,且本文方法采用阵元数更少处理次数更少。实验结果证明了本文方法扩展阵列的可行性。此外,湖上实验环境并非理想条件下完全均匀,加上实际操作中系统误差的影响,比较图 5,湖上实验中两种方法较仿真中略有起伏,旁瓣有所升高。

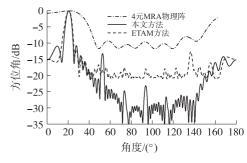


图 10 4元 MRA 和扩展后虚拟阵的方位角估计结果

图 11、图 12 分别给出实验数据加入非均匀噪声、色噪声下,采用两种方法得到的 55 元虚拟阵列的方位谱。采用上节仿真中的方法分别获得加性非均匀噪声和色噪声,信噪比均为 8dB。从图 11、图 12 中可以看出,与白噪声背景下的结果(图 10)相比,ETAM方法受非均匀噪声的影响,旁瓣升高;在色噪声背景下,出现不规则突变,导致扩展阵列效果恶化。而本文方法在两种噪声下结果无明显突变,能够有效地抑制高斯噪声。上述实验结果证明了本文方法在高斯非白噪声背景下仍然能够有效地扩展阵列。

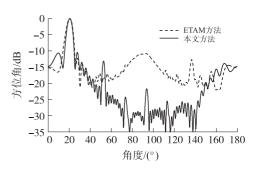


图 11 非均匀噪声下扩展阵列的方位谱图

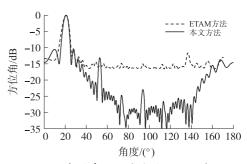


图 12 色噪声下扩展阵列的方位谱图

5 结论

本文提出了一种基于最小冗余线阵的阵列扩展 方法。该算法将四阶累积量方法和被动合成孔径技术相结合,采用最小冗余阵尽可能多地将时域信息 转化为空域信息获得阵列扩展效果。相比传统 ETAM 方法,该算法不但保留了 ETAM 方法的优点, 而且采用阵元数少,从而提高了阵元利用率,降低了 运算量。仿真和湖上实验的结果证明了本文方法能够用较少的阵元获得较大的阵列有效孔径,且在高 斯噪声背景下,能够获得优于 ETAM 方法的阵列扩展性能。

参考文献:

- Stergiopoulos S, Sullivan E J. Extended Towed Array Processing by an Overlap Correlator [J]. J Acoust Soc Am, 1989, 86(1):158-171.
- [2] Stergiopoulos S, Urban H. A New Passive Acoustic Synthetic Aperture Technique for Towed Arrays [J]. IEEE J Ocean Eng, 1992, 17 (1): 16-25.
- [3] Stergiopoulos S. Advanced Signal Processing Handbook [M]. Boca Raton; CRC Press LCC, 2001;45-63.
- [4] Seungil K, Dae H Y, Chungyong L. Temporal Domain Processing

- for a Synthetic Aperture Array [J]. IEEE J Ocean Eng, 2002, 27(2):322-327.
- [5] 黄勇,李宇,黄海宁.主、被动拖曳线列阵远程目标定位[J].电子与信息学报,2007,29(3):643-647.
- [6] Hayes M P, Gough P T. Synthetic Aperture Sonar: a Review of Current Status [J]. IEEE J Ocean Eng, 2009, 34(3):207-224.
- [7] 王永良,陈辉,彭应宁,等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社,2004;359-364.
- [8] Dogan M C, Mendel J M. Applications of Cumulants to Array Signal Processing-Part I: Aperture Extension and Array Calibration [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1995, 43(5):1200-1216.
- [9] Pascal Chevalier, Laurent Albera, Anne Ferréol, et al. On the Virtual Array Concept for Higher Order Array Processing [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2005, 53(4):1254-1271.
- [10] Blagouchine I V, Moreau E. Unbiased Adaptive Estimations of the Fourth-Order Cumulant for Real Random Zero-Mean Signal [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2009, 57(9):3330-3346.
- [11] 武思军,张锦中,张曙. 基于四阶累积量进行阵列扩展的算法研究[J]. 哈尔滨工程大学学报,2005,26(3):394-397.
- [12] 蒋飚,陈伏虎,凌国民. 虚拟阵列的四阶 MUSIC 算法研究[J]. 哈尔滨工程大学学报,2007,28(10):1122-1126.
- [13] 唐建红,司锡才,彭巧乐. 快速四阶累积量旋转不变子空间算法[J]. 西安交通大学学报,2009,43(6);88-92.
- [14] 张聪,邱鹏宇,卢焕章. 基于最小冗余线阵的二维 DOA 估计方法[J]. 传感技术学报,2009,22(3):371-377.



李 博(1983-),女,博士研究生,主要研究方向为阵列信号处理,被动声纳信号处理,被动声纳信号处理,nwpulibo@mail.nwpu.edu.cn;



孙 超(1965-),女,教授,博士生导师,西北工业大学航海学院声学与信息工程系主任,现担任中国声学学会常务理事、水声学分会主任等,主要从事水声工程领域的科研工作,获多项国家科技进步奖和部级科技进步奖,主要研究方向为声呐技术和水声信号处理等,csun@nwpu.edu.cn。