

# 变几何域传热的表面热流反演方法

邵元培<sup>\*1,2</sup>, 钱炜祺<sup>1,2</sup>, 周宇<sup>1,2</sup>, 杨驰<sup>3</sup>, 黄建栋<sup>3</sup>

(1. 空气动力学国家重点实验室, 绵阳 621000; 2. 中国空气动力研究与发展中心计算所, 绵阳 621000;  
3. 中国运载火箭技术研究院, 北京 100076)

**摘要:**变几何域的表面热流反演是一类特殊的热传导逆问题,在再入飞行器烧蚀型耐热材料的表面热流反演中具有工程实用价值。本文首先对变几何域传热的正问题计算方法进行了校核验证,然后建立了求解变几何域表面热流反演问题的顺序函数法和共轭梯度法;给出了这两种反演方法的基本思想和算法推导,并针对典型算例进行了仿真。结果表明:两种反演方法都能计算出较好的反演结果,并且算法受测量噪声的影响较小,具有较好的鲁棒性;反演算法能适应不同的几何域变化函数,但几何域变化量的测量误差在表面热流的反演结果中会有较为直接的反映。

**关键词:**热传导逆问题;表面热流反演;变几何域;顺序函数法;共轭梯度法

**中图分类号:**O347.4<sup>+</sup>2 **文献标志码:**A **doi:**10.7511/jslx201302021

## 1 引言

表面热流反演是一类典型的热传导逆问题,其含义是通过位于非加热表面的测点温度历程来反演确定加热表面的热流。表面热流反演技术在航天、核物理及冶金等工业研究领域中有广泛的应用背景<sup>[1,2]</sup>。现有的大多数表面热流反演研究工作都针对的是几何域固定的情况,但在实际工程应用中也会遇到几何域变化的情况,其中最典型的情况就是再入飞行器耐热材料烧蚀时的表面有效热流确定。再入飞行器在再入大气层过程中,高速空气流过飞行器表面;由于气体粘性的阻滞作用,会带来气动加热问题,使飞行器表面温度明显升高,给飞行安全带来影响。为了克服这一问题,飞行器的耐热系统通常是通过耐热材料的热解、烧蚀后退(对应耐热层几何外形的变化)来吸收并带走气动加热的热量,从而达到热防护的目的<sup>[3,4]</sup>。由此可见,此时耐热层内的热传导问题是一个变几何域的热传导问题。为了能通过耐热层内的温度测量来反演传入耐热层的表面有效热流,有必要对变几何域下的表面热流反演方法开展研究。

变几何域和固定域的表面热流反演方法的差别主要体现在两方面:一是热传导正问题的计算方

法有差别,二是测点温度对热流的灵敏度,以及伴随方程的形式有差别。目前,国外已开展了一些针对变几何域问题的表面热流和几何外形反演研究工作<sup>[4,5]</sup>,而国内从文献检索来看却少见有相关的研究工作。因此,本文将固定几何域下的表面热流反演方法<sup>[6]</sup>向变几何域问题推广,建立起了相应的反演方法。

## 2 变几何域表面热流反演问题的数学模型

变几何域传热的一维模型问题如图1所示,设左端为绝热端,位置固定;而右端为受热面,并且其位置由于某些原因(如材料热解烧蚀)随时间变化,其初始时刻的位置为 $f(0)$ , $t$ 时刻的位置为 $f(t)$ 。

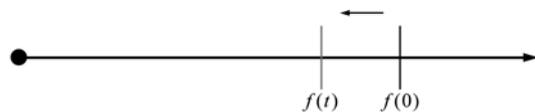


图1 一维变几何域传热示意图  
Fig. 1 Sketch of 1D heat conduction problem of variable geometry

由此可写出对应的热传导方程为

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left[ k \frac{\partial T}{\partial x} \right] = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}, & x \in (0, f(t)), t > 0 \\ T(x, 0) = 0, & x \in [0, f(t)] \\ -k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=f(t)} = Q(t), & t > 0 \\ -k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, & t > 0 \end{cases} \quad (1)$$

收稿日期:2011-12-21;修改稿收到日期:2012-05-22.

基金项目:国家自然科学基金(11072258);空气动力学国家重点实验室基金(SKLA2009A0103)资助项目.

作者简介:邵元培\*(1987-),男,研究实习员  
(E-mail: sypyyjy@163.com).

测量方程为

$$\tilde{T}(x_m, t) = T(x_m, t) + v(t) \quad (2)$$

式中  $\rho$  为材料密度,  $k$  为材料热传导系数,  $C_p$  为材料比热,  $x_m$  为测点位置,  $v(t)$  为测量噪声。

### 3 变几何域表面热流反演方法

考虑如下的表面热流反演问题:在表面热流  $Q(t)$  未知的情况下,测量点取在左端,由测量方程中的信息来反演表面热流  $Q(t)$ 。该反演问题等价于求合适的  $Q(t)$  使如下目标函数达极小的优化问题:

$$J(Q) = \int_{t=0}^{t_f} [T(x_m, t, Q) - \tilde{T}(x_m, t)]^2 dt \quad (3)$$

式中  $t=[0, t_f]$  表示温度测量的时间段,  $T(x_m, t, Q)$  表示表面热流为  $Q$  时测点温度历程的计算值,  $\tilde{T}$  表示相应的实测值。由于  $Q(t)$  是时间的函数,因此式(3)实际上是一个泛函表达式,考虑到数值求解式(1)时对时间的离散,此时的待优化变量为各时刻的热流值  $Q_i$ , 即

$$Q_i = Q(t_i), \quad i=1, N_t \quad (4)$$

式中  $N_t$  为数值计算中时间方向的离散层数。则式(3)的优化变成了一个参数优化问题。与固定几何域的表面热流反演问题<sup>[6]</sup>类似,式(3)可以采用顺序函数法和共轭梯度法来处理。

#### 3.1 顺序函数法

顺序函数法是在时间方向上逐步推进对表面热流进行估计的方法,其基本思想是通过  $t_M$  时刻及其后  $r$  个时刻的温度信息  $T_M, T_{M+1}, \dots, T_{M+r-1}$  来估计  $t_M$  时刻的热流  $Q_M$ <sup>[7,8]</sup>。由于热传导的延迟性,  $Q_M$  决定  $t_M$  之后时刻的温度值,因此,在反演  $Q_M$  时,还必须建立  $Q_{M+i}$  ( $i=1, r$ ) 与  $Q_M$  的关系。若设  $Q_{M-1}$  至  $Q_{M+r-1}$  是线性变化的,当时间间隔是常数时,有

$$Q_{M+n} = Q_M + n(Q_M - \hat{Q}_{M-1}) \quad (n=1, 2, \dots, r) \quad (5)$$

因此,变几何域中顺序函数法反演  $Q_M$  的状态方程为

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left[ k \frac{\partial T}{\partial x} \right] = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}, & x \in (0, f(t)), t \in [t_{M-1}, t_{M+r-1}] \\ T(x, t_{M-1}) = T'(x), & x \in [0, f(t)] \\ -k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, & t \in [t_{M+n-1}, t_{M+n}], n=0, \dots, r-1 \\ -k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=f(t)} = Q_{M+n}, & t \in [t_{M+n-1}, t_{M+n}], n=0, \dots, r-1 \end{cases} \quad (6)$$

观测方程为(设采样为等时间间隔):

$$\tilde{T}(x_m, t_{M+i}) = T(x_m, t_{M+i}) + v(t_{M+i}) \quad i=0, \dots, r-1 \quad (7)$$

反演的目标函数取为

$$J = \sum_{i=0}^{r-1} [\tilde{T}(x_m, t_{M+i}) - T(x_m, t_{M+i})]^2 \quad (8)$$

视  $Q_M$  为参数,用灵敏度法来反演,则其迭代的牛顿-拉夫逊(Newton-Raphson)算式为

$$Q_M^{k+1} = Q_M^k + \left( \sum_{i=0}^{r-1} [\tilde{T}(x_m, t_{M+i}) - T(x_m, t_{M+i})] \times \frac{\partial T(x_m, t_{M+i})}{\partial Q_M} \right) / \sum_{i=0}^{r-1} \left[ \frac{\partial T(x_m, t_{M+i})}{\partial Q_M} \right]^2 \quad (9)$$

式中  $Q$  的上标  $k$  和  $k+1$  表示迭代层次,  $\partial T / \partial Q_M$  为灵敏度,其满足的方程可近似写为

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left[ k \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial Q_M} \right) \right] = \rho C_p \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial T}{\partial Q_M} \right), & x \in (0, f(t)) \\ & t \in [t_{M-1}, t_{M+r-1}] \\ \frac{\partial T}{\partial Q_M}(x, t_{M-1}) = 0, & x \in [0, f(t)] \\ -k \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial Q_M} \right) \Big|_{x=0} = 0, & t \in [t_{M+n-1}, t_{M+n}] \\ & n=0, \dots, r-1 \\ -k \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial Q_M} \right) \Big|_{x=f(t)} = n+1, & t \in [t_{M+n-1}, t_{M+n}] \\ & n=0, \dots, r-1 \end{cases} \quad (10)$$

顺序函数法中存在一个需人为确定的参数  $r$ , 该参数值的选取与测量误差的大小有关,当测量误差增大时,  $r$  的取值需相应增大<sup>[1,9]</sup>。

#### 3.2 共轭梯度法

共轭梯度法与顺序函数法不同,其基本思想是将反演问题转化为优化问题后在全时间域对表面热流函数进行反演<sup>[2,6,8]</sup>。具体处理时,将传热模型式(1)看作为对未知参数的约束,利用拉格朗日(Lagrange)乘数法将反演问题转化为使如下目标函数达极小的无约束优化问题。

$$J = \int_0^{t_f} [(T_{x=x_m} - \tilde{T}_{x=x_m})^2] dt + \int_0^{t_f} \int_0^{f(t)} \left[ k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \right] \lambda(x, t) dx dt \quad (11)$$

由上式分部积分和变分法可导出伴随方程为

$$\begin{cases} \rho C_p \frac{\partial \lambda}{\partial t} + k \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} = 2[T(x, t) - \tilde{T}(x, t)] \delta(x - x_m) \\ & x \in [0, f(t)], t \in [0, t_f] \\ -k \frac{\partial \lambda}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, & t \in [0, t_f] \\ \left[ -k \frac{\partial \lambda}{\partial x} + \rho C_p f'(t) \lambda \right] \Big|_{x=f(t)} = 0, & t \in [0, t_f] \\ \lambda(x, t_f) = 0, & x \in [0, f(t)] \end{cases} \quad (12)$$

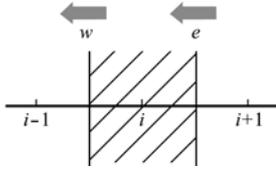


图2 控制体示意图

Fig.2 Sketch of finite control volume

与固定域下的伴随方程相比,式中的右边界条件中增加了包含  $f'(t)$  的函数项。

目标函数对  $Q$  的梯度为

$$\frac{\partial J}{\partial Q}(t) = \lambda(x=f(t), t) \quad (13)$$

将此梯度代入共轭梯度优化算法的计算公式<sup>[2]</sup>即可进行表面热流值的优化计算,其中会涉及到灵敏度  $U$  的计算,即  $U$  是由热流变化量  $\Delta Q(t)$  引起的温度场变化值,满足如下方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left[ k \frac{\partial U}{\partial x} \right] = \rho C_p \frac{\partial U}{\partial t}, & x \in (0, f(t)), t \in [0, t_f] \\ U(x, 0) = 0, & x \in [0, f(t)] \\ -k \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{x=f(t)} = \Delta Q(t), & t \in [0, t_f] \\ -k \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, & t \in [0, t_f] \end{cases} \quad (14)$$

同时,为了克服不适宜性的影响,优化计算设置如下停止准则:  $J \leq \delta, \delta = \sigma^2 t_f$  (15) 式中  $\sigma$  为测量结果的标准差。

在上述反演过程中,涉及到状态方程(6)、伴随方程(12)和灵敏度方程(10,14)的求解,本文采用变几何域的有限控制体积法 FCV(Finite Control Volume method)<sup>[11,12]</sup>来对其进行数值求解。注意,此时由于计算域几何外形随时间变化,计算网格也需要随时间变化。对于如图2所示的典型控制体,

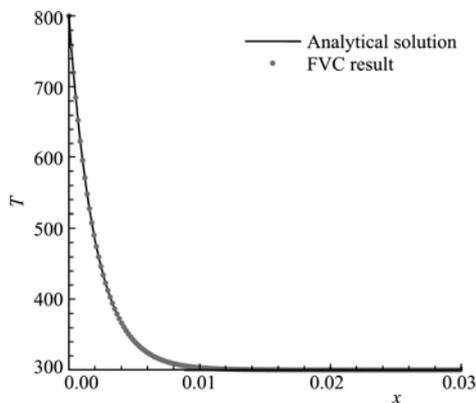


图3 计算结果与解析解对比

Fig.3 Comparison of numerical result and analytical solution

“ $i-1$ ”, “ $i$ ”, “ $i+1$ ”为网格节点,阴影部分为对应节点“ $i$ ”的控制体,箭头表示控制体边界“ $w$ ”和“ $e$ ”运动方向,此时积分形式传热方程的半离散形式为

$$k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_w^e + (\rho C_p T u)_e - (\rho C_p T u)_w = \left[ \frac{d}{dt} \left( \int_w^e \rho C_p T dx \right) \right] \quad (16)$$

与固定几何域下的方程相比,方程左端的两项为新增项,表示由于控制体边界运动而引起的控制体内能的变化,  $u$  为控制体边界的运动速度。针对此正问题求解方法,采用文献[11]中给出的有解析解的算例来进行验证。该算例为一半无限长平板,左端为恒温  $T_{abl}$  的烧蚀运动边界,烧蚀速度设为恒定值  $\dot{s}$ ;右端为无穷远边界,给定温度  $T_0$ ;当材料的热物性参数都取为常数时,平板内温度的稳态分布为

$$T(x) = T_0 + (T_{abl} - T_0) \exp(-\rho C_p \dot{s} x / k) \quad (17)$$

式中  $x$  为距离烧蚀边界的距离。

计算中,取厚度 0.06 m 来近似无穷远边界,  $T_{abl} = 800$  K,  $\dot{s} = 5 \times 10^{-5}$  m/s,  $T_0 = 300$  K,  $\rho = 2000$  kg/m<sup>3</sup>,  $k = 0.2$  W/(mK),  $C_p = 1000$  J/(kgK), 计算达到稳态时的温度分布与解析解对比如图3所示,可以看出,计算结果(图3中“FCV result”)与解析解(图3中“Analytical solution”)完全符合,验证了当前正问题计算方法的有效性和正确性。

### 4 反演算例分析

下面给出表面热流反演的算例,设材料热物性参数的无量纲值为  $\rho = 1, C_p = 1, T_0 = 0, k = 20$ , 初始厚度  $f(0) = L = 1.5$ , 随时间的线性变化规律如图4所示的实线,右端  $x = f(t)$  处施加的表面热流

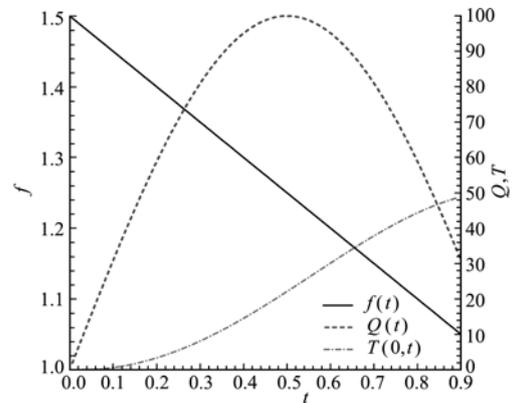


图4 给定的厚度变化规律、表面热流及计算出测点温度  
Fig.4 Specified thickness function, surface heat flux and calculated temperature history at measurement point

$Q(t)$ 如图4所示的虚线(这里的变量值均为无量纲值)。测点取在  $x=0$  处,利用上述参数设置求解式(1)可得出测点的温度计算结果如图4所示点划线。在不考虑测量噪声的情况下,将此计算结果做为实测值,来反演表面热流,如图5所示的“CGM”和“SFM( $r=3$ )”分别给出了采用共轭梯度法和顺序函数法(将来步数  $r$  取为3)的反演结果,从图5可以看出反演结果与给定值符合很好,验证了算法的正确性。

下面分析测量噪声的影响,在图4中测点温度计算结果上叠加标准差  $\sigma=0.3$  的白噪声(由于测点温升平均值约为30,所以标准差  $\sigma=0.3$  近似对应1%的相对误差),以此作为实测值来反演表面热流,采用共轭梯度法和顺序函数法进行反演,得到的反演结果如图6中的“CGM”和“SFM( $r=8$ )”。可以看出,在考虑测量误差的情况下,反演结果仍较好地反映出了表面热流的变化趋势。

在此需要指出的是,对于共轭梯度法,文献[4]导出的伴随方程右边界条件中没有包含  $f'(t)$  的函数项,因此本文对是否考虑这一项的影响进行了分析,针对前述算例,不考虑测量噪声,对伴随方程右边界条件中考虑与不考虑  $f'(t)$  项的情况分别进行了计算,如图7所示两种情况下目标函数(8)的收敛历程比较,图7中横轴“Iteration”表示优化计算的迭代步数,纵轴为目标函数。从图7可以看出,考虑“ $\rho C_p f'(t)\lambda$ ”项后(图中“With  $f'(t)$ ”),反演计算的收敛速度和收敛精度优于不考虑此项的情况(图中“Without  $f'(t)$ ”)。

当测点温度历程包含不同标准差的白噪声时,定义反演结果与给定值的偏差如式(18)所示。

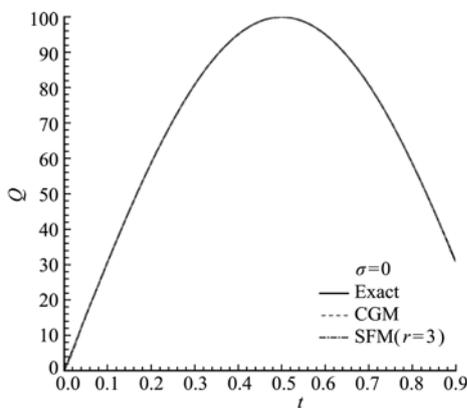


图5 反演结果比较(无测量噪声)  
Fig. 5 Comparison of estimated heat flux (without measurement noise)

表1  $f'(t)$ 项对表面热流反演的影响

Tab. 1 Influence of  $f'(t)$  on the estimated result of surface heat flux

		不考虑 $f'(t)$	考虑 $f'(t)$
迭代步数	$\sigma=0.01$	45	19
	$\sigma=0.05$	20	9
	$\sigma=0.1$	18	8
E	$\sigma=0.01$	0.67%	0.56%
	$\sigma=0.05$	1.72%	1.55%
	$\sigma=0.1$	2.47%	2.46%

即

$$E = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_t} (\hat{Q}_i - Q_i)^2} / \sqrt{\sum_{i=1}^{N_t} Q_i^2} \quad (18)$$

表1给出了不考虑和考虑  $f'(t)$ 项情况下表面热流反演达到停止准则(15)所需的迭代步数及反演误差E。由表1可知,在考虑测量噪声的情况下,  $f'(t)$ 项对收敛速度有较大影响,考虑该项后收敛速度较快,但是否考虑该项对反演结果精度的影响则较小。需注意的是,这一结果是从当前算例得出来的,对其他算例,尤其是  $f'(t)$ 值较大的算例是否通用,还有待深入研究。

前面分析的是受热边界均匀后退的情况,对于非线性后退,如图8所示的实线,同样进行类似计算;如图9所示在此后退规律下考虑  $\sigma=0.3$  温度测量噪声后的表面热流反演结果,可以看出,反演结果与图6所示的反演结果无本质差别。

最后分析后退量测量误差对反演结果的影响,在图4所示的均匀后退规律基础上叠加  $\sigma=0.02$  的长度测量噪声,得到的测量结果如图8所示的虚线。利用图4所示的测点温度计算值作为实测值,采用共轭梯度法来反演表面热流,得到的反演结果如图10所示,可以看出,由于厚度测量结果存在明显波动,表面热流的反演结果中也出现了明显波动,二者之间存在较直接的关联关系。

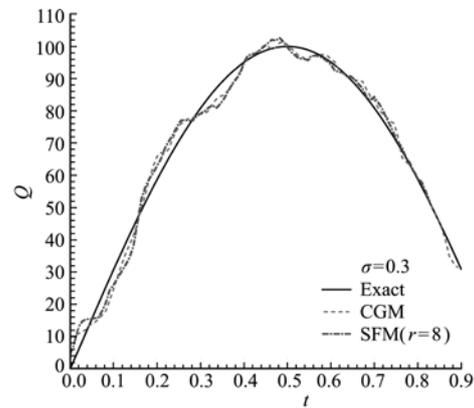


图6 表面热流反演结果比较(考虑  $\sigma=0.3$  测量噪声)  
Fig. 6 Comparison of estimated heat flux (with measurement noise of  $\sigma=0.3$ )

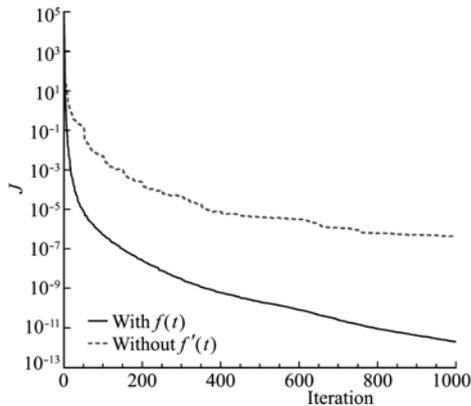


图7 伴随方程中是否考虑  $f'(t)$  项的收敛情况比较  
Fig. 7 Comparison of convergence results for adjoint equation with and without  $f'(t)$  term

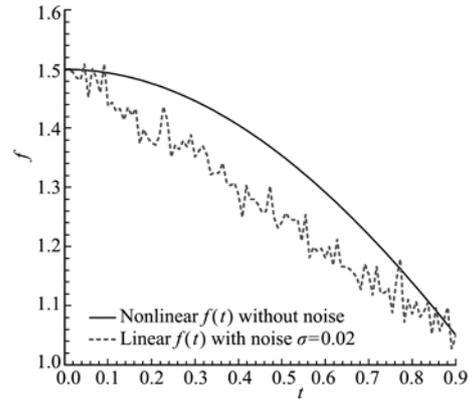


图8 非线性厚度变化规律和考虑噪声后的线性变化规律  
Fig. 8 Specified nonlinear thickness function and the linear thickness function with measurement noise

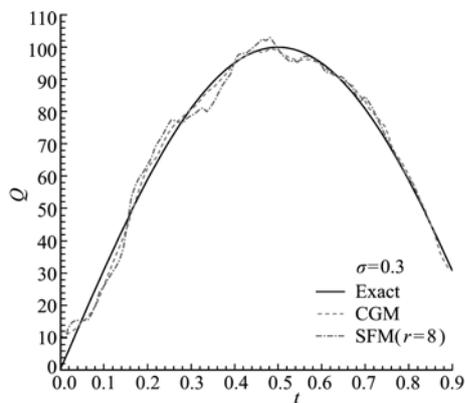


图9 非线性后退表面热流反演结果比较(考虑  $\sigma=0.3$  测量噪声)  
Fig. 9 Comparison of estimated heat flux for nonlinear thickness function (with measurement noise of  $\sigma=0.3$ )

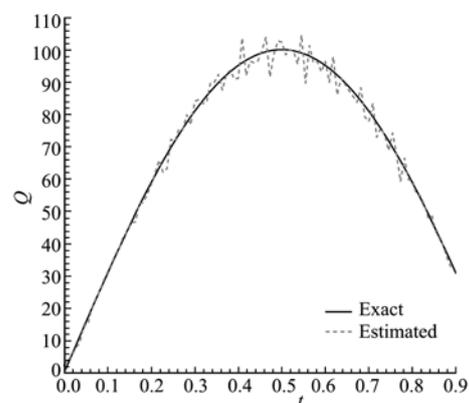


图10 后退规律考虑测量噪声后的热流反演结果  
Fig. 10 Estimated heat flux for thickness function with measurement noise

## 5 结 语

本文在对变几何域传热正问题计算方法校核验证的基础上,建立了求解变几何域表面热流反演的顺序函数法和共轭梯度法,从反演结果总结如下。

(1) 两种反演算法对算例都给出了较好的反演结果,并且反演结果受测量噪声的影响较小,表明算法具有较好的鲁棒性。由于两种方法都能给出较好的反演结果,在实际应用中可以综合应用,相互验证。

(2) 由算法推导可知,反演算法能适应不同的几何域变化函数,对不同的后退规律都能得到与给定值符合的反演结果;对共轭梯度法而言,变几何域问题的伴随方程(12)与固定域问题的伴随方程的差异在于右边界条件中包含了  $f'(t)$  的函数项。通过对当前算例的分析表明,在反演计算中该项对收敛速度的影响较大,但对反演精度的影响不显著。下一步将针对其他算例,尤其是  $f'(t)$  较大的算例开展深入分析。

(3) 几何域变化量(如算例中的后退量)的测量误差在表面热流反演结果中会有较为直接的反映。

在此需要指出的是,本文只讨论了几何域变化对表面热流反演影响的数学模型问题;对于工程上的防热材料烧蚀问题,分析时还需考虑材料烧蚀热解带走潜热、表面辐射等物理化学过程,这将是下一步需深入研究的内容。

## 参考文献(References):

- [1] Beck J V, Blackwell B, Jr Clair C R S. *Inverse Heat Conduction-ill-posed Problems* [M]. John Wiley & Sons, New York, 1985.
- [2] Alifanov O M. *Inverse Heat Transfer Problems* [M]. Springer-Verlag, Berlin, 1994.
- [3] 姜贵庆,刘连元. 高速气流传热与烧蚀热防护[M]. 北京:国防工业出版社,2003. (JIANG Gui-qing, LIU Lian-yuan. *Heat Transfer of Hypersonic Gas and Ablation Thermal Protection* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2003. (in Chinese))

- [4] Oliveira A P D, Orlande H R B. Estimation of the heat flux at the surface of ablating materials by using temperature and surface position measurements[J]. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2004, **12**(5):563-577.
- [5] Huang C H, Tsai C C. A transient inverse two-dimensional geometry problem in estimating time-dependent irregular boundary configurations [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1998, **41**(12):1707-1718.
- [6] 钱炜祺,何开锋,桂业伟,等.非稳态表面热流反演算法研究[J].空气动力学学报,2010,**28**(2):155-161. (QIAN Wei-qi, HE Kai-feng, GUI Ye-wei, et al. Inverse estimation of surface heat flux for three-dimensional transient heat conduction problem [J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2010, **28**(2):155-161. (in Chinese))
- [7] Osman A M, Dowding K J, Beck J V. Numerical solution of the general two-dimensional inverse heat conduction problem (IHCP) [J]. *Journal of Heat Transfer*, 1997, **119**(40):38-45.
- [8] YANG C Y. Estimation of boundary conditions in nonlinear inverse heat conduction problems[J]. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 2003, **17**(3):389-395.
- [9] Beck J V, Blackwell B, Haji-sheikh A. Comparison of some inverse heat conduction methods using experimental data[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1996, **39**(17):3649-3657.
- [10] 唐中华,钱国红,钱炜祺.材料热传导系数随温度变化函数的反演方法[J].计算力学学报,2011,**28**(3):377-382. (TANG Zhong-hua, QIAN Guo-hong, QIAN Wei-qi. Estimation of temperature-dependent function of thermal conductivity for a material[J]. *China Journal of Computational Mechanics*, 2011, **28**(3):377-382. (in Chinese))
- [11] Amar A J, Blackwell B F, Edwards J R. One-dimensional ablation using a full Newton's method and finite control volume procedure[J]. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 2008, **22**(1):71-82.
- [12] Hogan R E, Blackwell B F, Cochran R J. Application of moving grid control volume finite element method to ablation problems[J]. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 1996, **10**(2):312-319.

## Estimation of surface heat flux for variable geometry inverse heat conduction problem

SHAO Yuan-pei<sup>\*1,2</sup>, QIAN Wei-qi<sup>1,2</sup>, ZHOU Yu<sup>1,2</sup>, YANG Chi<sup>3</sup>, HUANG Jian-dong<sup>3</sup>

(1. State Key Laboratory of Aerodynamics, Mianyang 621000, China;

2. China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China;

3. China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

**Abstract:** Estimation of surface heat flux for variable geometry heat conduction problem is a special kind of Inverse Heat Conduction Problem (IHCP) and of significant value in engineering practice of surface heat flux inversion for reentry vehicle's ablative thermal protection system. In this paper, the Finite Control Volume (FCV) method used to solve the direct variable geometry heat conduction problem is validated at first and two estimation methods, Sequential Function Specification Method (SFSM) and Conjugate Gradient Method (CGM), are developed for the estimation of the surface heat flux from temperature measurements. The basic idea and detailed algorithm of these two methods are presented and both methods are applied to a typical exemplified case. Two conclusions can be drawn from the result. First, both SFSM and CGM are feasible estimation methods to solve this problem and are not very sensitive to the measurement noise. Second, both estimation methods are suitable for different geometry variation function, but the measurement noise of geometry variation would be directly reflected in the estimation result of surface heat flux.

**Key words:** inverse heat conduction problem; surface heat flux estimation; variable geometry; Sequential Function Specification Method; Conjugate Gradient Method