

## 整体叶盘结构失谐振动的国内外研究状况

白 斌<sup>1</sup>, 白广忱<sup>1</sup>, 童晓晨<sup>2</sup>, 许 喆<sup>2</sup>, 李晓颖<sup>3</sup>

- (1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;
2. 中华人民共和国国家知识产权局专利局 专利审查协作北京中心, 北京 100081;
3. 河北联合大学 电气工程学院, 河北 唐山 063009)

**摘 要:** 阐述了整体叶盘结构失谐问题,包括模态、响应局部化、局部化因子、失谐叶盘结构分析模型和求解方法,重点对近 10 年研究的热点问题,如非线性、颤振、灵敏度、气动与结构耦合、失谐识别与预测、失谐优化、“错频”失谐、多级多部件叶盘结构耦合、科氏力、可靠性、稳健性等最新的研究成果做了详细的评述.最后提出了需进一步深入研究的问题,如建立更高效、更高精度、更具适用性的模型,真正采用试验方法对理论仿真模拟进一步地验证,气动与结构耦合以及叶冠间隙和摩擦耦合等因素对多级叶盘共同作用,科氏力产生机理,叶盘对失谐的不敏感度及稳健性等.

**关 键 词:** 整体叶盘结构; 失谐振动; 局部化; 可靠性; 稳健性

中图分类号: V231.9

文献标志码: A

### Research on vibration problem of integral mistuned bladed disk assemblies at home and abroad

BAI Bin<sup>1</sup>, BAI Guang-chen<sup>1</sup>, TONG Xiao-chen<sup>2</sup>, XU Zhe<sup>2</sup>, LI Xiao-ying<sup>3</sup>

- (1. School of Energy and Power Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;
2. Patent Examination Cooperation Center of the Patent Office, State Intellectual Property Office of the People's Republic of China, Beijing 100081, China;
3. College of Electrical Engineering, Hebei United University, Tangshan Hebei 063009, China)

**Abstract:** Mistuned integral bladed disk assemblies, including the mode, the vibration transmission localization and the localization factors, were elaborated. Besides, the modeling and solving methods of mistuned bladed disk assemblies were discussed. The mainly related hot topics, the latest research methods and their achievements in recent 10 years, were reviewed and investigated in detail, including: nonlinearity, flutter, sensitivity, pneumatic and structure coupling, mistuning identification and prediction, mistuning optimization, intentionally mistuning, multi-stage and multi-component disks coupling, Coriolis forces, reliability and robustness etc. Finally, potential topics for future research work were proposed, for instance, building a more effective and applicative model with higher precision, verifying theoretical simulation with the test method, impact on multi-stage and

收稿日期:2012-11-16

基金项目:国家自然科学基金(5115017,51275024,51375032)

作者简介:白斌(1984—),男,河北张家口人,博士生,主要研究方向为系统动力学,航空发动机强度与振动、可靠性、稳健性以及结构优化. E-mail:baibin@126.com

multi-component integral bladed disk assemblies of pneumatic and structure coupling as well as the shroud tip and friction coupling, the principle of Coriolis forces, insensitivity and robustness to the mistuning of bladed disk assemblies and so on.

**Key words:** integral bladed disk assemblies; mistuned vibration; localization; reliability; robustness

航空发动机是飞机的心脏,是在高温、高压、高转速和严酷载荷工况下工作的复杂机械装备,其中核心问题之一就是叶片-轮盘结构(bladed disk assemblies,以下简称叶盘结构)的振动问题.叶盘结构振动导致叶片高周疲劳故障和事故约占总故障以及事故的 25%,严重影响着发动机的经济性、安全性、可靠性<sup>[1-2]</sup>、稳健性<sup>[3-6]</sup>等各种性能及发动机的失谐结构识别和预测<sup>[6-8]</sup>,因此叶盘结构成为国内外研究机构和学者研究的重点对象.

叶片和轮盘之间的振动特性具有较强的耦合关系,因此必须将叶盘结构的叶片和轮盘作为一个整体进行研究,在理想情况下各叶片与轮盘扇区的物理参数和几何参数,如质量、刚度、阻尼等完全相同,则作用在圆周方向的模态振型均匀传递到整个叶盘,同样叶片上作用的激励也均匀传递到整个叶盘,把具有上述特性的叶盘结构称为谐调周期结构(tuned periodic structure).但实际上,由于制造误差、材料性质和使用中磨损的不均匀等因素,或为抑制颤振人为改变扇区参数的一致性,往往导致叶盘结构的外形尺寸、质量、刚度等参数不完全相同,当叶盘结构在传递能量时,不会像谐调叶盘结构均匀地沿着圆周方向传递出去,而是振动能量部分被传递,部分被反射,称这种现象为叶盘结构失谐,把这种叶盘结构称为失谐周期结构(mistuned periodic structure).

对多部件结构失谐振动的研究,王建军等<sup>[9]</sup>已经对过去的 20 年的研究状况进行了详细的论述,本文主要介绍失谐叶盘结构振动基本问题和近 10 年的研究热点问题,包括对叶盘结构的错频、颤振、灵敏度、频率转向、优化<sup>[10-14]</sup>,模型建立及求解方法<sup>[15-23]</sup>、模态振型<sup>[7]</sup>、非线性<sup>[17-19]</sup>,响应<sup>[20]</sup>、多级及多部件结构的气动及流-固等耦合<sup>[24-25]</sup>及科氏力<sup>[12-13,25]</sup>等的研究.

## 1 整体叶盘结构失谐的局部化

一些学者<sup>[26-27]</sup>通过试验研究和理论分析发现当失谐叶盘振动时表现为一个或者某几个叶片

产生较大振动而其余叶片为微弱振动,把这种现象称为失谐叶盘结构振动的局部化(mistuned bladed disk assemblies vibration localization),主要表现为模态振型局部化(mode shape localization)、模态频率转向(frequency veering)、振动响应的局部化(vibration transmission localization)、局部化因子(localization factor)等.如图 1 和图 2 分别为典型的整体叶盘谐调和失谐后具有局部化的模态振型.李凤明等<sup>[28]</sup>对失谐周期结构中振动局部化进行了详细的论述,其中包括对发动机叶盘结构循环周期失谐的阐述.

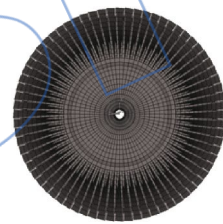


图 1 谐调叶盘结构

Fig. 1 Tuned bladed disk



图 2 失谐叶盘结构

Fig. 2 Mistuned bladed disk

### 1.1 模态振型局部化与频率转向

所谓模态振型局部化实际上是模态振型在传递过程中不是扩展到整个叶盘而是作用在少数几个子结构,从而引起这几个子结构的振幅变大.早期学者的研究成果王建军等和李凤明等<sup>[9,28]</sup>已做了详细介绍.近些年科研人员<sup>[29-33]</sup>也在此方面作了相关研究,如 He 等考虑了飞机在亚声速以及马赫数  $Ma < 1$  情况下建立了减缩模型,研究了频率转向对局部化模态失谐的影响;Petrov 考虑了气动力与结构失谐和频率转向的影响,且轮盘为

弹性盘,提出一种失谐叶盘结构的受迫响应的气流分析方法,推导了频率响应函数矩阵,分析实体扇区失谐结构的受迫响应;Hou对频率转向和模态局部化问题从能量的角度做了深入研究,指出节径最小间隙是反映频率转向特征的重要参数,且存在一个转向频率间隙极小值,在该极值附近模态对失谐叶盘敏感度加强,从而增强叶盘结构的模态局部化。

## 1.2 振动响应的局部化

振动响应的局部化实际上是作用在叶盘上的激励产生的能量不能传递到全部叶盘扇区而是被反射到某几个叶盘扇区上,从而导致该结构失谐,其中研究较多的是稳态强迫振动响应的局部化。对叶盘结构系统进行稳态响应<sup>[34-35]</sup>计算一直是失谐叶盘结构研究的基本问题也是重点问题,Bladh等通过建立减缩有限元模型研究了叶盘结构受迫响应,发现失谐叶盘结构受迫响应不仅不会增大可能还会减小,与Griffin研究相吻合;Ayers等研究了失谐叶盘结构的瞬态强迫响应特性,计算了在加速、减速或通过共振区时的最大应力等。

## 1.3 局部化因子

为了对失谐振动局部化问题进行定量描述和评价,人们提出了振动模态和振动响应局部化因子的定义,即失谐前后叶片最大稳态振幅的增大程度,因此局部化因子也称为“振幅放大系数”,主要来衡量模态和响应的局部化程度。一般模态局部化通过叶片的振型位移、模态应力及应变能来度量,振动响应局部化通过叶盘失谐前后的稳态响应的最大值比值来反映。比如基于叶片振型位移元素的局部化因子

$$R_{ri} = \frac{U_m - U_i}{U_i} \quad (1)$$

式中 $U_m, U_i$ 分别表示失谐前后振型最大位移矢量, $R_{ri}$ 反映了失谐后具有最大模态振动叶片的振幅比失谐前叶片的最大振幅增大的程度。类似地,可以定义应力和应变能的局部化因子。

振动响应局部化因子可表示为

$$R_{ri} = \frac{U_{\max}}{V_{\max}} \quad (2)$$

式中 $U_{\max}, V_{\max}$ 分别表示失谐前和失谐后同样工况下的稳态响应最大值。

用上面定义的振动模态和振动响应局部化因子,可以将随机场的每一个样本矢量转换为随机

变量的一个样本值,这些样本值的集合则形成了表征振动模态和振动响应局部化程度概率特性的随机变量,反映了随机变量的统计特性(均值和标准差),反映了失谐导致的相应阶模态和振动稳态响应的最大位移、最大应力或应变能增大程度的统计特性(均值和标准差)。

在科研工作者<sup>[2,10-16,36-37]</sup>中,Yoo等研究了在简谐力作用下失谐循环结构的振动局部化,给出动态放大因子;王建军等建立了叶盘结构扇区两自由度集中参数模型,提出了一个定量表征模态振型局部化程度的指标——模态局部化因子,研究表明:叶片和轮盘耦合刚度的失谐在不同频率段内的影响有着显著的差异,并在其密集频段内模态局部化因子会发生突变;于长波等以典型压气机叶盘结构为例,提出了实际错频结构的有限元建模方法,并考虑了加工随机性误差的影响,定义了一种基于叶片应变能的模态局部化因子,定量分析评价了错频叶盘结构固有频率和模态振型局部化的统计特性;Judge等在试验的基础上研究了随机失谐叶盘结构的受迫动态响应,对局部模态和受迫响应振幅放大系数的机理做了全面的诠释。

## 2 失谐叶盘结构模型分析与求解

失谐叶盘结构的分析模型属于其研究的基本问题,主要有3种分析模型,即:集中参数模型、连续参数模型、有限元模型。

### 2.1 集中参数模型

将每一个叶盘扇区模拟为弹簧-质量集中参数,且与基础相连,扇区与扇区之间用无质量的弹簧相连,在单自由度模型中叶片间耦合通过弹簧模拟,在多自由度模型中弹簧用来模拟轮盘扇区耦合,如图3为典型的集中参数模型。

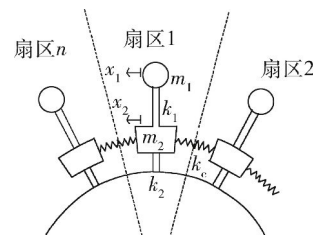


图3 集中参数模型

Fig.3 Lumped parameter model

一些科研人员<sup>[2,29-31]</sup>分别采用集中参数模型对失谐叶盘结构进行了研究,如王艾伦等在所建立的集中质量叶盘结构模型中考虑了两个相间

叶片含有裂纹的情况,揭示了两个相间裂纹叶片对叶盘结构振动特性的影响规律。

从以上分析可以看出集中参数模型可以进行解析求解,研究失谐振动的机理,解释某些失谐叶盘结构的基本问题,如模态局部化、频率转向、动态响应局部化等基本特性和规律,但是这种模型没有系统的建模方法,人为因素较大,而且精度低,误差比较大,因此在近些年采用该种模型来研究叶盘结构失谐问题的人越来越少。

## 2.2 连续参数模型

在该模型中,人们分别用梁和板模拟叶片和轮盘,它们之间的耦合仍然采用弹簧连接模拟,与集中质量模型相比,精度有所提高。如图 4 为典型的连续参数模型。

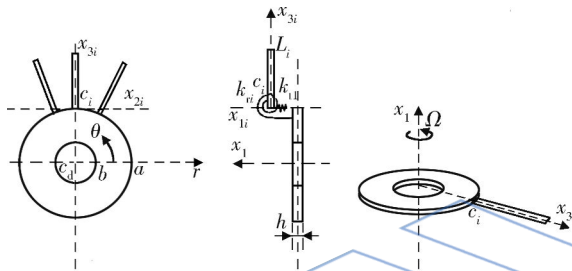


图 4 连续参数模型<sup>[38]</sup>

Fig. 4 Continuous parameter model<sup>[38]</sup>

最近一些学者<sup>[38-40]</sup>在建立的连续参数模型中考虑了叶片裂纹、阻尼,进一步考虑带冠、复合板等对失谐叶盘结构影响,更切合实际,如 Huang 和 Kuang 先后采用 Euler 梁和曲梁组合模型模拟叶片研究了叶盘结构的可靠性、稳定性问题;叶先磊等建立类似于图 4 模型研究了具有大小叶片的失谐叶盘结构的模态振型、频率转向等。

该模型实际上是一种半解析方法,板和梁虽然可以提高模拟精度,但人为干扰较大,很难真正模拟实际叶片和轮盘,模拟精度仍然较低,仅用于机理研究。

## 2.3 有限元以及减缩模型

在早期一些学者先后利用有限元方法直接建立实际叶盘结构分析模型,如图 5 所示。

但是建立工程高保真实际叶盘结构有限元模型规模巨大,分析过程复杂,尤其是采用 Monte Carlo 方法进行随机失谐叶盘结构模拟更耗时。为了提高效率和精度,国内外学者<sup>[1,10,13,16,23,40-63]</sup>在有限元模型的基础上对减缩理论和方法进行了大量研究。



图 5 叶盘结构有限元模型

Fig. 5 Finite element model (FEM) of bladed disk

如 Bladh 等基于综合模态分析法(CMS)提出减缩模型(ROM),计算了受迫响应的概率问题,与 Monte Carlo 模拟方法相比,计算效率大大提高,之后又提出二次模态缩减模型(SMART),计算效率进一步提高;Feiner 等在公称模态子集(SNM)的基础上发展了基本失谐模型(FMM),该模型对于单模态形式效果良好;Martel 等把 FMM 推广到频率转向区,从物理机理上揭示了失谐对受迫响应的影响,称之为渐进失谐(AMM)减缩模型;王帅等基于经典模态减缩方法(SNM)降阶技术,提出一种多部件结构失谐识别方法,采用子矩阵型技术使失谐参数定义更加自由,并使得该方法具有模型修正的功能;Moyroud 等基于 CMS 方法建立 ROM,分析了叶盘结构转子的共振响应问题,不仅使计算时间大大缩短,灵敏度得到了提高,而且稳健性有所加强;Lim 等提出了一种新的子结构分解方法(CMM),该方法有效地解决大失谐和非比例失谐问题,其核心思想为将失谐叶盘结构分解为谐调叶盘结构与整圈的失谐叶片子结构;Laxalde 等提出了一种统计缩减模型对多级失谐叶盘结构的分析方法,在摄动结构中,考虑了不确定性因数对模型空间的影响;Marinescu 等基于 CBSRM(craig-bampton second reduce method),提出了一种组合缩减方法,失谐效果通过结构分解方法(CMM)获取,通过只计算单个扇区就可以准确地预测整个模型;Vargiu 等分析了带扰动的谐调系统,同时在上述方法的基础上提出了整体模态失谐分析法(IMM);廖海涛等利用搭建的行波激励实验系统,提出了预测失谐叶盘结构最大失谐幅值放大系数及最坏失谐模式的方法,针对典型的多部件结构模型试件进行了失谐振动响应局部化试验,填补了国内关于失谐叶盘结构强迫响应试验的空白;Judge 等通过试验方法研究了随机失谐叶盘结构的强迫动态响应,将压电传动装置引入到叶

盘结构中,开拓了一种新的思路;Huang 利用多尺度法(MSM)对涡轮压气机的带裂纹的带冠叶盘结构的边界不稳定区进行了评估;Sinha 等和 Keerti 等分别提出了多项式混沌法和组合近似值(CA)法对失谐叶盘结构受迫响应进行了概率分析;Ganine 等提出了一种最佳预处理方法(OP),该方法与静态模型补偿法(SMC)相比,在整个相互作用域计算性能和准确性效果更好;Hsu 等提出了一种影响系数法(IC),使用一组主成分分析(PCA)模型,用于构建 IC 矩阵来预测与叶盘几何失谐相关的空气动力阻尼值。

### 3 失谐叶盘结构研究的热点问题

#### 3.1 非线性研究

对于非线性的研究,在近些年国内外学者<sup>[30-31,40,51-52,66-67]</sup>分别考虑了不同的影响因素(主要是摩擦和裂纹等),建立了非线性模型,对失谐叶盘结构进行了研究。

对于摩擦的研究,如 Cigeroglu 提出了一种带有干摩擦阻尼的涡轮叶盘结构振动分析模型,该模型包括多个叶片,在摩擦阻尼设计上,使叶片之间或者叶片带有电镀干摩擦阻尼,同时还研究了摩擦阻尼参数对谐调和失谐叶盘结构系统的振动性能的影响,发现该方法可以寻找叶片结构的最佳摩擦阻尼值;王红建等对具有非线性干摩擦力的叶盘结构受迫响应进行了数学建模,并且对叶盘结构系统在各种耦合、黏性阻尼比、干摩擦散乱以及强度等参数作用下的受迫响应规律进行了仿真分析,表明叶盘结构系统在黏性阻尼比较大的情况下,叶片-轮盘结构共振幅值显著增大是由于干摩擦散乱失谐引起的;裂纹问题也是失谐叶盘结构中一个主要的非线性问题,如 Saito 等采用基于混合界面模态综合法的减缩模型和时频域混合求解方法研究了叶盘结构在叶片裂纹下的动力特性,发现刚度对裂纹的敏感度变化可以通过各自的模态进行辨别;Hou 研究了叶片局部裂纹对带叶冠的叶盘结构的影响,分析了裂纹深度变化对失谐的影响,如频率、振幅的变化,以及疲劳等的影响,发现叶片裂纹可能是影响旋转叶盘结构系统局部化失谐的主要因素。

实际上真实系统存在许多非线性因素,如带冠叶盘系统中叶冠间的间隙、长叶片的大变形、叶片间的干摩擦,裂纹、气动阻尼等,虽然有些人做了不同程度的研究,但是只考虑其中的某个因素,而实际经常会同时出现几个非线性因素,特别是

从实验上研究非线性问题存在更多困难,因此应进一步研究失谐叶盘结构系统的非线性模态和响应局部化问题,非线性振动理论的研究及实际应用将是一个长期任务。

#### 3.2 颤振问题研究

对失谐叶盘结构颤振的研究主要集中在对其抑制的研究<sup>[68-72]</sup>,如 Silkowski 等利用计算流体技术对叶盘结构的颤振进行了分析研究,分析了多级转子叶片表面压力三维流场,比较分析了叶片频率高低交错(aiternate blade mistuning, ABM)的气动阻尼,结果发现失谐不仅可以增大气动阻尼而且随频差增加会出现拐点即存在阻尼最值,从而提高叶片颤振稳定性;Kielb 等分析了单独考虑结构耦合或气动耦合或两种耦合同时失谐叶盘的颤振现象,发现结构耦合会使失谐对颤振的抑制作用减弱;Reddy 等采用涡轮-缩减编码程序研究了受迫响应结构与气动耦合的颤振失谐,进行气动不稳定和 ANSYS 结构分析,研究发现颤振不稳定时,空气动力效果最小。

随着 CFD 技术的发展,对叶片表面气体压力分布的准确计算使得失谐叶盘结构颤振问题得到有效的解决成为可能,因此对颤振的预测与机理进行深入研究还有很多工作要做。

#### 3.3 灵敏度分析

科研工作者<sup>[3,6,7,37,50,61,73-74]</sup>对不同模型分别考虑不同的影响因素进行了失谐叶盘结构灵敏度的研究,Kenyon 等采用谐波扰动法,建立剪切弹簧环模型,获得 Mathieu 方程,研究了在微小失谐情况下受迫响应的灵敏度,采用灵敏度系数法对实际叶盘结构有限元模型进行优化;Hsu 等采用灵敏度系数,使用一组主成分分析(PCA)模型,预测与几何失谐叶盘相关的空气动力阻尼值,该灵敏度系数随着叶片几何参数变化而变化;Chan 等研究了振动响应与疲劳寿命相关的高循环疲劳的高灵敏度并且预测了多部件结构的最大振动响应;Lim 等对失谐叶盘结构进行了灵敏度分析,为失谐识别和预测做了很好的铺垫。

通过对失谐叶盘结构灵敏度不同程度地研究为其识别、预测、优化奠定了一定的基础,且进行灵敏度的深入研究,对其可靠性和稳健性有重要的意义。

#### 3.4 气动与结构耦合的研究

在大部分研究中,气动力都以点激励的形式作用于叶片上,则无法计算叶盘与气体的耦合作

用,而实际上叶盘结构和气动力之间存在着一定程度的耦合现象,为了准确预测响应结果,在研究时有必要考虑实际气动力的影响. 科研人员<sup>[32,46,63,68-69,75-77]</sup>做了如下研究,如 Bleeg 等考虑气弹性对叶盘结构的影响,建立了相应的减缩模型,对其频率高低交错错频(alternate blade mistuning, ABM)的气动阻尼系数与精确有限元模型进行了比较分析,表明该模型的精度较高; Sladojevic 等在考虑气动阻尼的情况下,研究了安装角对叶盘结构的高节径模态阻尼的影响; Miyakozawa 的研究表明气动失谐对受迫响应幅值有较大影响; He 采用缩减模型时考虑了飞机在亚声速以及马赫数  $Ma < 1$  情况下,空气阻尼对失谐叶盘结构的影响,研究表明空气阻尼不同对受迫响应振幅放大系数影响严重,空气弹性失谐模型形状显著不同. 当马赫数相对较小时,气动力阻尼耦合降低,但是不同的气动力阻尼值仍然对失谐叶盘结构的动态特性影响严重.

以上研究分别考虑气动对结构的影响进行了不同程度的研究,但气动作用都采用简化的方式处理,这种方法得出的结果有一定参考价值,但若要对实际结构进行准确预测还有很多工作要做.

### 3.5 失谐识别与预测研究

如何识别并合理预测实际工作中的叶盘结构系统的失谐量,是近几年的研究的重点问题,人们<sup>[7,16,23,37,50-52,74,77-80]</sup>对叶盘结构系统的失谐和预测进行了大量的研究.

Feiner 等基于 FMM 减缩模型提出了通过系统响应进行失谐识别的方法(FMM ID),并进行了试验验证,该方法既能识别叶片的失谐,也能识别扇区的失谐,但这种识别方法只适用于孤立模态族; Hea 等提出一种组合技术,对发生空气弹性变形的谐调和失谐叶盘结构分别进行收敛预测,发现气动率和气动梯度率是两个最重要的影响收敛时间的因素,通过对工业叶盘结构的分析,发现被预测的收敛时间与实际结果非常符合; Song 等对多级叶盘结构识别问题进行了研究; Lee 考虑外部气动力基于行波技术提出一种二维不稳定涡流晶格预测方法,对受迫振动进行了分析; Marinescu 等提出了一种组合缩减方法,该方法可以准确地预测整个模型,只需通过对单个扇区的计算; Judge 等将压电传动装置与叶片相连,预测了局部模态形状的发生,在共振频率域内受迫响应振幅的变化等.

人们对失谐识别与预测进行了大量研究,取

得了一定的成果,但大部分的研究都是基于 ROM 的,而该模型都是建立在一定假设基础之上,限制了该方法的应用范围,实际上模型建立与分析依然是研究重点;由于存在制造误差以及发动机在运转中不断磨损等,如何有效地对发动机进行在线识别预测将成为未来研究的热点.

### 3.6 “错频”失谐的研究

早期科研人员对失谐的一些机理以及失谐引起的现象等做了大量的研究,包括对“错频”<sup>[4,10,20,33,41,72,81]</sup>的研究并且和被动失谐做了比较,得出不同的结果.

Kenyon 预测了失谐叶片的最大振幅放大系数,该失谐叶盘结构是通过人为失谐,即“错频”来获得最大响应; Lee 使用行波和驻波技术,将轮盘考虑为柔性盘分析了错频叶盘结构的颤振和受迫响应的特性; Yao 在人为刚度失谐下,采用节径谱方法对一个简化的失谐叶盘结构进行动态特性分析和评估,很好地解释了随机失谐力的临界现象和最佳人为失谐(错频)机理,发现通过恰当的谐波主动失谐,能够有效地提高失谐叶盘结构的稳健性.

叶片错频装配可以丰富叶盘结构的模态成分,增强模态间的耦合,能够有效地抑制颤振的发作,因此主动失谐的研究有一定的指导作用,进一步深入研究是非常必要的.

### 3.7 失谐优化

对失谐叶盘结构的失谐影响研究主要是给定失谐方式然后计算其受迫响应,这些失谐方式,如线性失谐、谐波失谐等,不仅不能准确评估叶盘结构失谐的最大害处,而且也不能获得其最佳的失谐方案,从而优化算法在解决该问题上得到了发展. 各国学者<sup>[3,21,33,37,57,82-86]</sup>做了不同程度研究,如 Kenyon 等采用灵敏度系数法对实际叶盘结构有限元模型进行了优化; Lim 等给出了优化的指导方针,在不考虑结构稳健性的条件下分析了错频失谐减振理论;而 Nikolic 等在考虑结构稳健性的条件下则分析了大失谐减振; Baik 等通过优化轮盘的尺寸来消除叶片失谐带来的不利影响; 袁惠群等提出采用人工蚁群算法对叶片安装排序进行优化,发现选择适当的叶片排布顺序可以有效降低叶盘结构系统受迫振动幅值、减轻系统振动局部化程度; Petrov 等对失谐叶盘采用不同的方法进行了优化研究,并提出了通过优化寻找具有减振效果的失谐方式.

在研究叶盘结构优化的问题上人们多数是建立有限元减缩模型,或者是神经网络等一些优化方法,而且在叶盘结构可靠性研究中常采用 Monte Carlo 方法模拟,虽然优化效果较好,但都需进行大量的计算,耗费大量时间,可见对于模型的建立和求解方法的研究是未来有待提高的地方;除此之外激励形式对优化方案影响比较大,更符合实际的激励以及科学合理的优化方案的是研究的重点问题;在现有研究中对叶盘结构稳健性的优化研究还比较少,因此需要进一步深入研究。

### 3.8 多级及多部件结构研究

叶盘系统通常作为孤立系统建模,实际上它们是通过轴和级间连接与相邻级耦合在一起的。近些年国内外一些学者<sup>[23,36,73,87-91]</sup>开始对多级叶盘和多部件进行研究,如 Bladh 等利用有限元模型研究了多级轮盘结构并且和单级叶盘结构进行比较,发现在多级耦合叶盘结构的模态振型中存在其组成结构(单级叶盘结构)的模态振型,而且各级之间耦合对频率转向区内的模态影响很大;Laxalde 等提出了一种简单有效建模思路,即:通过循环匹配实现节点重组,利用循环对称特性进行多级叶盘结构的动力特性分析,而该重组是在级与级之间的连接处实现的,之后又提出了一种统计缩减模型对多级失谐叶盘结构的分析方法,在摄动结构中,考虑了不确定性因素对模型空间的影响;Chiu 等对叶片-轮盘-轴系统进行了研究,发现在系统中存在 4 种类型的耦合振动模态,即:轴-叶片(SB)、轴-盘-叶片(SDB)、盘-叶片(DB)和叶片-叶片(BB)模态,研究了叶片尺寸的变化对系统固有特性的影响,发现叶片长度变化不仅改变频率的大小而且影响耦合模态的类型,同时发现安装角大小的改变影响转子的稳定性,且轮盘弹性会诱导产生更多临界转速,多部件的研究更符合实际,反应了叶盘真实的运行工况;Chan 等通过试验的方法预测了整体失谐叶盘结构最大失谐振幅放大系数及最坏失谐模式,并分析了其稳健性,表明多部件结构优于装配叶盘结构性能。

多级多部件耦合叶盘的研究越来越接近于真实结构同时也越来越复杂,则建模与求解难度大大提高,因此多级及多部件耦合叶盘结构的研究必将成为未来研究的热点问题,将成为研究必然趋势。

### 3.9 科氏力问题

由于转动和振动的复合作用,发动机中不可避免的会存在科氏力,对科氏力的研究<sup>[12,92-93]</sup>还

比较少,Huang 等考虑 Coriolis forces 利用 Galerkin 法求得了模态局部化方程,发现科压力使得叶盘结构的局部化恶化;而 Nikolic 等通过试验表证了科氏力对叶盘结构受迫响应变化的影响,且随着节径数减小,其对叶盘的影响增强,而对叶盘结构轴向位移变化影响较大,不能忽略;Xin 等研究了科氏力和离心力对谐调叶盘结构的频率模型和谐波响应影响特性,失谐叶盘结构的模型局部化和响应特性,研究表明科氏力对实际失谐叶盘结构模型和响应特性有显著的影响,随着工况不同,科氏力能够增加或者降低失谐叶盘结构振动的局部化。

对科氏力的研究还处于初期,还需要大量的工作要做,包括影响因素和机理等,这样才能更准确地分析其结构响应特性等。

## 4 失谐叶盘可靠性和稳健性研究

### 4.1 可靠性研究

对于失谐叶盘结构系统来说,失谐往往是随机分布的,因此采用随机理论进行动态响应分析倍受人们的重视。在早些年一些学者主要采用 Monte Carlo 方法估算了失谐叶片的疲劳寿命,分析了叶盘系统受迫振动响应的统计特性,之后他们又应用摄动法和概率分析理论建立了概率密度函数,但这些方法在小阻尼大失谐时误差大精度低,而且对于如振幅最值的均值和方差等类似概率统计问题进行求解时比较困难,因此限制了其发展,近些年科研工作者<sup>[2,27,37,41,59,94-95]</sup>对叶盘结构系统的可靠性进行了比较深入地研究。

Bah 等在频率域内,使用一种复杂的带有不确定的随机变量的线性组合,把预处理随机 Krylov 子空间法作为变量,根据系统参数推导了响应数量,解释了利用两个 Bubnov-Galerkin 变量计算不确定的正交性,通过计算响应随机运动,发现该方法比传统的摄动法更准确;Keerti 等联合二项式级数(Neumann 修正)与缩减降阶近似值,对失谐叶盘结构系统响应预测进行了概率分析并且建立了概率分布函数;Soize 等基于叶盘结构随机不确定的非参数概率模型理论,考虑了离心力的影响,获得了失谐叶盘结构受迫响应的放大系数,非参数模型的分布参数作为被评估的几何容差,通过对三维的叶盘结构的分析,验证了该方法准确有效;Rossi 等通过试验采用基本失谐模型识别方法对单族叶盘结构进行了随机失谐概率统计特性研究。

通过以上分析可以看出对于可靠性的研究主要是考虑不同影响因素对结构的概率分析,影响因素不同,结果不同.但在研究中很多因素被简化,使得结果出现偏差,因此进一步深入研究是非常必要的,建立更切合真实模型成为研究的重点.

#### 4.2 稳健性研究

对失谐叶盘早期研究主要集中于可靠性的研究,而对稳健性的研究<sup>[3-6,44,73,81,96-97]</sup>是在近几年才开始研究,如 Moyroud 等使用二次缩减固定界面法(craig-bampton second reduce method, CB-SRM)方法分析了叶盘结构转子的稳健性,通过与有限元模型比较发现该方法是一种非常有效的计算方法,计算时间大大缩短,灵敏度提高,稳健性加强;Kenyon 等采用谐波扰动法,通过多谐波分析了最大振幅放大率,同时还分析了人为添加失谐后的最大受迫响应,表明带有微小随机失谐具有稳健性;Yao 等提出一种边界随机失谐叶盘结构的稳健性分析方法,考虑了人为刚度失谐,通过结构的上边界的奇异值研究了叶盘结构的稳健性,建立了叶盘结构的稳健控制模型;姚建尧基于状态空间和传递函数建立失谐系统的稳健分析模型,并结合结构奇异值建立了失谐周期结构稳健分析框架.在此基础上对一个扇区两自由度的简化叶盘结构模型进行分析,考虑了激励阶次、阻尼以及失谐程度对系统稳健性能的影响.计算结果表明:增加系统阻尼或者将失谐范围控制在阈值以外能有效地提高叶盘结构的稳健性;Chan 等提出一种全新的稳健性设计叶盘结构的方法,即采用稳健图来降低在设计中可能产生的高振动响应,该方法与田口法有相似性,为叶盘结构振动响应不敏感性设计提供有效的方法,之后通过试验数据分析了多部件结构的最大振动响应的稳健性,表明多部件结构优于装配叶轮盘结构性能.

科研工作者对失谐叶盘稳健性的研究比较晚,还处于初级阶段,因此还需要大量的工作要做,对一些如局部耦合、整体多级之间耦合、响应和模态等考虑对稳健性模型建立需要深入研究.

### 5 需进一步研究和探讨的问题

研究叶盘结构系统失谐对航空发动机研制与设计具有重要意义.近年来对航空发动机叶盘结构的研究取得了重要的、有价值的成果,如其对振动、可靠性、在各种条件下响应等做了大量的研究,解决了很多工程实际问题,本文从多个方面总结了关键问题及研究热点问题,并指出了未来需

要重点研究的方向.

#### 5.1 模型建立的进一步研究

在建模时简化了很多因素或者考虑的不够周全,而模型建立是研究失谐叶盘的基本问题,模型精度达不到、影响因素考虑不全面或者简化严重等使得失谐结构的优化、响应或振幅以及失谐识别的预测等结果产生很大的差异,模型的好坏直接影响输出精度、叶盘结构可靠性以及稳健性,因此发展更高效、更高精度、更具适用性的减缩模型需要进一步研究.

#### 5.2 求解方法的深入研究

不同的模型一般采用的求解方法不同,对于集中参数模型和连续参数模型一般采用摄动法,对于有限元及缩减模型很多学者分别采用了不同的方法得出的结果有时会存在很大差异,甚至出现完全相反的结果,合理的求解方法会使得结果精度更高.所以对模型求解方法做进一步深入地研究是必要的.

#### 5.3 非线性问题的进一步研究

对失谐叶盘结构系统的研究,多数人还处在线性研究阶段,但实际上存在许多非线性因素,如带冠叶盘系统中叶冠间的间隙、长叶片的大变形、叶片间的干摩擦、裂纹、气动阻尼等,虽然有些人做了不同程度的研究,但是只考虑其中的某个因素,而实际经常会同时出现几个非线性因素,因此应进一步研究失谐叶盘结构系统的非线性模态和响应局部化以及多级或多部件问题,非线性振动理论的研究及实际应用将是一个长期任务.

#### 5.4 识别和预测的进一步研究

对失谐叶盘结构进行识别和预测,在当前还主要停留在理论仿真模拟阶段,真正采用试验方法对理论仿真模拟进一步的验证的研究还很少,主要原因在于实际叶盘结构的加工制造费用昂贵,并且对叶盘结构进行准确测量需要丰富的经验,不同的人测量误差一般较大,而且在试验中难以实现叶盘真实工作环境的模拟,因此设计简单易掌握又能模拟实际工作条件的试验、发展新的识别和预测方法是未来研究的重点;大部分的研究都是基于 ROM 的,而该模型都是建立在一定假设基础之上,限制了该方法的应用范围,实际上模型建立与分析依然是研究重点;由于存在制造误差以及发动机在运转中不断磨损等因素,如何有效地对发动机进行在线识别预测将成为未来研究的热点.



### 5.5 多级及多部件的研究

对单个部件的局部化研究已经达到成熟期,但是对多级及多部件的研究还处于初期,在建立模型时简化太多,在部件或者级间耦合主要考虑的是弱耦合,但实际结构的这种耦合是非常复杂的,既有流体动力耦合,又有通过轮盘的耦合,还可能有叶冠间的间隙和摩擦耦合等很多非线性因素,而且这些复杂的耦合形式可能不再是完全的弱耦合,或者几种耦合同时存在,而这些问题的研究越来越接近于真实结构同时也越来越复杂,则建模与求解难度大大提高,因此多级多部件耦合叶盘结构的研究必将成为未来研究的热点问题,将成为研究必然趋势。

### 5.6 科氏力和颤振机理研究

对于失谐叶盘结构的颤振和科氏力研究还比较少,主要原因在于对于产生颤振和科氏力的机理还不是很清楚,目前主要是通过耦合模型的建立来研究颤振,而对于科氏力的研究主要是考虑了其对模型的影响,对其产生机理还鲜有人研究,因此科氏力和颤振机理以及在模型上的建立和求解是今后的研究重点也是难点问题。

### 5.7 稳健性研究

对于失谐叶盘结构的研究早期主要集中在可靠性的研究方面,包括其统计特性、概率分析、概率密度分布函数等,主要采用 Monte-Carlo 方法进行模拟,以及其他一些能够提高效率 and 精度的求解方法。对于一个失谐叶盘结构不仅要可靠,而且其对失谐因素不敏感度以及更稳健也是非常重要的,但是对于这方面的研究不论国外还是国内的研究都很少,因此对失谐叶盘结构的稳健性研究包括模型建立,求解方法,以及影响因素的考虑,特别是多级及多部件必将成为未来研究的重点。

### 5.8 动态装配设计研究

动态装配设计在失谐叶盘结构领域中研究的还比较少,在一般失谐周期结构振动问题的研究中,主要集中在局部化的研究,而对多部件和整体研究却很少,因此应重视失谐叶盘结构多部件以及多部件的振动和动态装配设计方面的研究,将成为未来研究的重点。

### 参考文献:

- [1] Sinha A. Computation of the statistics of forced response of a mistuned bladed disk assembly via polynomial chaos [J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2006, 128(4): 449-457.
- [2] 王建军,姚建尧,李其汉. 刚度随机失谐叶盘结构概率模态特性分析[J]. *航空动力学报*, 2008, 23(2): 256-262.  
WANG Jianjun, YAO Jianyao, LI Qihan. Probability characteristics for vibratory mode of bladed disk assemblies with random stiffness mistuning [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2008, 23(2): 256-262. (in Chinese)
- [3] Kenyon J A, Griffin J H. Forced response of turbine engine bladed disks and sensitivity to harmonic mistuning [J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2003, 125(1): 113-120.
- [4] Kenyon J A, Griffin J H. Experimental demonstration of maximum mistuned bladed disk forced response [J]. *Journal of Turbomachinery*, 2003, 125(1): 673-681.
- [5] Mbaye M, Soize C, Ousty J P, et al. Robust analysis of design in vibration [J]. *Journal of Turbomachinery*, 2013, 135(2): 021008. 1-021008. 8.
- [6] Mayorca M A, Vogt D M, Fransson T H. A new reduced order modeling for stability and forced response analysis of aero-coupled blades considering various mode families [J]. *Journal of Turbomachinery*, 2012, 134(5): 051008. 1-051008. 10.
- [7] Holland D E, Epureanu B I, Filippi S. Structural damping identification for mistuned bladed disks and blisks [J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2012, 134(2): 024504. 1-024504. 3.
- [8] HE Erming, WANG Hongjian. A multi-harmonic method for studying effects of mistuning on resonant features of bladed disks with dry friction damping [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2006, 19(4): 321-325.
- [9] 王建军,李其汉,朱梓根. 失谐叶片-轮盘结构系统振动局部化问题的研究进展 [J]. *力学进展*, 2000(4): 517-528.  
WANG Jianjun, LI Qihan, ZHU Zigen. Vibration localization of mistuned bladed disk assemblies: a review [J]. *Advances in Mechanics*, 2000(4): 517-528. (in Chinese)
- [10] 于长波,王建军,李其汉. 错频叶盘结构的概率模态局部化特性分析 [J]. *航空动力学报*, 2009, 24(9): 2040-2045.  
YU Changbo, WANG Jianjun, LI Qihan. Probability characteristics for vibratory mode of distuned bladed disk assemblies [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2009, 24(9): 2040-2045. (in Chinese)
- [11] Chan Y J, Ewins D J. Management of the variability of vibration response levels in mistuned bladed disks using robust design concepts: Part II tolerance design [C] // *Mechanical Systems and Signal Processing*. London: Academic Press, 2010, 24(8): 2792-2806.
- [12] Nikolic M, Petrov E P, Ewins D J. Coriolis forces in forced response analysis of mistuned bladed disks [J]. *Journal of Turbomachinery*, 2007, 129(4): 730-739.
- [13] Laxalde D, Pierre C. Modeling and analysis of multi-stage systems of mistuned bladed disks [J]. *Computers and Structures*, 2011, 89(3/4): 316-324.
- [14] Souza K D, Saito A, Epureanu B I. Reduced-order modeling

- for nonlinear analysis of cracked mistuned multistage bladed-disk systems[J]. *AIAA Journal*, 2012, 50(2): 304-312.
- [15] Holland D E, Castanier M P, Ceccio S L, et al. Testing and calibration procedures for mistuning identification and traveling wave excitation of blisks[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2010, 132(4): 042502. 1-042502. 9.
- [16] Judge J, Pierre C, Mehmed O. Experimental investigation of mode localization and forced response amplitude magnification for a mistuned bladed disk[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2001, 123(4): 940-950.
- [17] Mignolet M P, Hu W, Jadic I. On the forced response of harmonically and partially mistuned bladed disks; Part II partial mistuning and applications[J]. *International Journal of Rotating Machinery*, 2000, 6(1): 43-56.
- [18] Rivas G A J, Mignolet M P. Local/global effects of mistuning on the forced response of bladed disks[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2004, 126(1): 131-141.
- [19] Huang B W, Kuang J H. Variation in the stability of a rotating blade disk with a local crack defect[J]. *Journal of Sound and Vibration* 2006, 294(3): 486-502.
- [20] YAO Jianyao, WANG Jianjun, LI Qihan. Improved modal localization and excitation factors for understanding mistuned bladed disk response[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2011, 27(1): 50-60.
- [21] Yu H B, Wang K W. Piezoelectric networks for vibration suppression of mistuned bladed disks[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2007, 129(5): 559-566.
- [22] Marinescu O, Epureanu B I, Banu M. Reduced order models of mistuned cracked bladed disks[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2011, 133(5): 051014. 1-051014. 9.
- [23] 廖海涛, 王帅, 王建军, 等. 失谐叶盘结构振动响应局部化实验研究[J]. *振动与冲击*, 2012, 31(1): 29-34.  
LIAO Haitao, WANG Shuai, WANG Jianjun, et al. Tests for forced response localization of a mistuned bladed disk assembly[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2012, 31(1): 29-34. (in Chinese)
- [24] Anish G, Joshi S, Epureanu B I. Reduced order models for blade-to-blade damping variability in mistuned blisks[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2012, 134(5): 051015. 1-051015. 9.
- [25] Yang M T, Griffin J H. A reduced-order model of mistuning using a subset of nominal system modes[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2001, 23(4): 893-900.
- [26] Li J, Castanier M P. Experimental Monte Carlo mistuning assessment of bladed disk vibration using forcing variations [R]. AIAA-2006-1964, 2006.
- [27] Bah M T, Nair P B, Bhaskar A, et al. Forced response statistics of mistuned bladed disks: a stochastic reduced basis approach[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 263(2): 377-397.
- [28] 李凤明, 汪越胜, 黄文虎, 等. 失谐周期结构中振动局部化问题的研究进展[J]. *力学进展*, 2005, 35(4): 498-512.  
LI Fengmin, WANG Yueshen, HUANG Wenhui, et al. Advances of vibration localization in disordered periodic structures[J]. *Advances in Mechanics*, 2005, 35(4): 498-512. (in Chinese)
- [29] Kenyon J A, Griffin J H, Kim N E. Sensitivity of tuned bladed disk response to frequency veering[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2005, 127(4): 835-842.
- [30] Hou J. Cracking-induced mistuning in bladed disks[J]. *AIAA Journal*, 2006, 44(11): 2542-2546.
- [31] 王艾伦, 黄飞. 裂纹叶片分布对失谐叶盘结构振动特性的影响[J]. *振动与冲击*, 2011, 30(4): 9, 26-28.  
WANG Ailun, HUANG Fei. Effect of cracked blade distribution on vibration characteristics of a mistuned bladed disk[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2011, 30(4): 9, 26-28. (in Chinese)
- [32] He Z J, Epureanu B I, Pierre C. Parametric study of the aeroelastic response of mistuned bladed disks[J]. *Computers and Structures*, 2007, 85(11/12/13/14): 852-865.
- [33] Petrov E P. A method for forced response analysis of mistuned bladed disks with aerodynamic effects included[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2010, 132(6): 062502. 1-062502. 10.
- [34] Bladh R, Pierre C, Castanier M P, et al. Dynamic response predictions for a mistuned industrial turbomachinery rotor using reduced-order modeling[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2002, 124(2): 311-324.
- [35] Ayers J P, Feiner D M, Griffin J H. A reduced-order model for transient analysis of bladed disk forced response[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2006, 128(3): 466-473.
- [36] Yoo H H, Kim J Y, Inman D J. Vibration focalization of simplified mistuned cyclic structures undertaking external harmonic force[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 261(5): 859-870.
- [37] Lee S Y, Castanier M P, Pierre C. Assessment of probabilistic methods for mistuned bladed disk vibration [R]. AIAA-2005-1990, 2005.
- [38] 叶先磊, 王建军, 朱梓根, 等. 大小叶盘结构连续参数模型和振动模态[J]. *航空动力学报*, 2005, 20(1): 66-72.  
YE Xianlei, WANG Jianjun, ZHU Zigen, et al. Continuous parameter model and vibration modal of splitter vane rotor [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2005, 20(1): 66-72. (in Chinese)
- [39] Petrov E P, Sanliturk K Y, Ewins D J. A new method for dynamic analysis of mistuned bladed disks based on the exact relationship between tuned and mistuned systems[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2002, 124(3): 586-597.
- [40] Huang B W, Kuang J H. Stability in a twisted periodic blade system with cracks[J]. *AIAA Journal*, 2006, 44(7):

- 1436-1444.
- [41] Bhartiya Y, Sinha A. Reduced order model of a multistage bladed rotor with geometric mistuning via modal analyses of finite element sectors[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2012, 134(4):041001. 1-041001. 8.
- [42] Bladh R, Castanier M P, Pierre C. Reduced order modeling and vibration analysis of mistuned bladed disk assemblies with shrouds[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1999, 121(3):515-522.
- [43] Feiner D M, Griffin J H. A fundamental model of mistuning for a single family of modes[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2002, 124(4):597-605.
- [44] Moyroud F, Fransson T, Richardet G J. A comparison of two finite element reduction techniques for mistuned bladed disks[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2002, 124(4):942-952.
- [45] Petrov E P, Ewins D J. Method for analysis of nonlinear multiharmonic vibrations of mistuned bladed disks with scatter of contact interface characteristics[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2005, 127(1):128-136.
- [46] Lim S H, Bladh R, Castanier M P. A compact, generalized component mode mistuning representation for modeling bladed disk vibration[J]. *AIAA Journal*, 2007, 45(9):2285-2298.
- [47] Martel C, Corral R. Asymptotic description of maximum mistuning amplification of bladed disk forced response[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2009, 131(2):022506. 1-022506. 10.
- [48] Szwedowicz J, Visser R, Sextro W, et al. On nonlinear forced vibration of shrouded turbine blades[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2008, 130(1):011002. 1-011002. 9.
- [49] 王帅, 王建军, 李其汉. 一种基于模态减缩技术的多部件结构失谐识别方法[J]. *航空动力学报*, 2009, 24(3):662-669.  
WANG Shuai, WANG Jianjun, LI Qihan. Mistuning identification of integrally bladed disk based on the modal reduced technique[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2009, 24(3):662-669. (in Chinese)
- [50] Marinescu O, Epureanu B I, Banu M. Reduced order models of mistuned cracked bladed disks[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2011, 133(5):051014. 1-051014. 9.
- [51] Cigeroglu E, Nevzat O H. Nonlinear vibration analysis of bladed disks with dry friction dampers[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 295(3/4/5):1028-1043.
- [52] 王红建, 贺乐铭, 余仕侠. 具有干摩擦散乱失谐的叶盘受迫响应特性[J]. *航空动力学报*, 2006, 21(4):711-715.  
WANG Hongjian, HE Erming, YU Shixia. Forced response characteristics of bladed disks with disordered dry friction[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2006, 21(4):711-715. (in Chinese)
- [53] Vargiu P, Firrone C M, Zucca S, et al. A reduced order model based on sector mistuning for the dynamic analysis of mistuned bladed disks[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2011, 53(8):639-646.
- [54] Yana Y J, Cuia P L, Hao H N. Vibration mechanism of a mistuned bladed-disk[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 317(1/2):294-307.
- [55] Cha D, Sinha A. Computation of the optimal normal load for a mistuned and frictionally damped bladed disk assembly under different types of excitation[J]. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2011, 6(2):021012. 1-021012. 10.
- [56] Souza K X D, Epureanu B I. A statistical characterization of the effects of mistuning in multistage bladed disks[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2012, 134(1):012503. 1-012503. 8.
- [57] Feiner D M, Griffin J H. A fundamental model of mistuning for a single family of modes[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2002, 124(4):597-605.
- [58] Yu H B, Wang K W. Vibration suppression of mistuned coupled-blade-disk systems using piezoelectric circuitry network[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2009, 131(2):021008. 1-021008. 12.
- [59] Keerti A, Nikolaidis E, Kirsch U. Combined approximations for efficient probabilistic analysis of structures[J]. *AIAA Journal*, 2004, 42(7):1321-1330.
- [60] Ganine V, Legrand M, Michalska H, et al. A sparse preconditioned iterative method for vibration analysis of geometrically mistuned bladed disks[J]. *Computers and Structures*, 2009, 87(5/6):342-354.
- [61] Hsu K, Hoyniak D. A fast influence coefficient method for aerodynamically mistuned disks aeroelasticity analysis[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2011, 133(12):122502. 1-122502. 10.
- [62] Sternchüss A, Balmès E, Jean P, et al. Reduction of multistage disk models: application to an industrial rotor[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2009, 131(1):012502. 1-012502. 14.
- [63] Jones K W. Minimizing maximum modal force in mistuned bladed disk forced response[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2008, 130(1):011011. 1-011011. 10.
- [64] Kenyon J A, Griffin J H, Feiner D M. Maximum bladed disk forced response from distortion of a structural mode[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2003, 125(2):352-363.
- [65] Petrov E P, Ewins D J. Method for analysis of nonlinear multiharmonic vibrations of mistuned bladed disks with scatter of contact interface characteristics[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2005, 127(1):128-136.
- [66] Ender C, Nevzat O H. Nonlinear vibration analysis of bladed disks with dry friction dampers[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 295(3/4/5):1028-1043.
- [67] Saito A, Castanier M P, Pierre C. Effects of a cracked blade on mistuned turbine engine rotor vibration[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2009, 131(6):061006. 1-061006. 9.
- [68] Silkowski P D, Rhiec M, Copeland G S, et al. Computa-

- al-fluid-dynamics investigation of aeromechanics[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2002, 18(4): 788-796.
- [69] Bleeg J M, Yang M T, Eley J A. Aeroelastic analysis of rotors with flexible disks and alternate blade mistuning[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2009, 131(1): 011011. 1-011011. 9.
- [70] Kielb R E, Feiner D M, Griffin J H, et al. Flutter of mistuned bladed disks and blisks with aerodynamic and FMM structural coupling[C]// *ASME Conference Proceedings*. Vienna: American Society of Mechanical Engineers, 2004: 573-579.
- [71] Reddy T S R, Min J B, Trudel J J. Mistuned bladed disk analysis with unsteady aerodynamics using turbo-reduce [C]// 46th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Austin: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2005: 2850-2874.
- [72] Lee I L, Chung C, Shin S J. Flutter and forced response analysis of an intentionally mistuned bladed disk[C]// 48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Honolulu, Hawaii: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2007: 23-26.
- [73] Chan Y J, Ewins D J. Prediction of vibration response levels of mistuned integral bladed disks (blisks): robustness studies[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2012, 134(4): 044501. 1-044501. 7.
- [74] Lim S H, Pierre C, Castanier M P. Predicting blade stress levels directly from reduced-order vibration models of mistuned bladed disks[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2006, 128(1): 206-210.
- [75] Sladojevic I, Petrov E P, Imregun M, et al. Forced response variation of aerodynamically and structurally mistuned turbomachinery rotors [C]// *Proceedings of the ASME Turbo Expo 2006*. Barcelona: American Society of Mechanical Engineers, 2006: 961-971.
- [76] Miyakozawa T, Kielb R E, Hall K C, et al. The effects of aerodynamic asymmetric perturbations on forced response of bladed disks[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2009, 131(4): 041008. 1-041008. 8.
- [77] Hea Z, Epureanua B I, Pierre C. Convergence predictions for aeroelastic calculations of tuned and mistuned bladed disks[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2008, 24(5): 732-749.
- [78] Feiner D M, Griffin J H. Mistuning identification of blade disks using a fundamental mistuning model; Part I theory [J]. *Journal of Tubomachinery*, 2004, 126(1): 150-158.
- [79] Feiner D M, Griffin J H. Mistuning identification of blade disks using a fundamental mistuning model; Part II application [J]. *Journal of Tubomachinery*, 2004, 126(1): 159-165.
- [80] Song S H, Castanier M P, Pierre C. System identification of multistage turbine engine rotors [C]// *Proceedings of the ASME Turbo Expo 2007*. Montreal: American Society of Mechanical Engineers, 2007: 569-582.
- [81] Yao J Y, Wang J J, Li Q H. Robustness analysis of mistuned bladed disk using the upper bound of structured singular value[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2009, 131(3): 032501. 1-032501. 7.
- [82] Lim S, Castanier M P, Pierre C. Intentional mistuning design space reduction based on vibration energy flow in bladed disks [C]// *Proceedings of the ASME Turbo Expo 2004*. Vienna: American Society of Mechanical Engineers, 2004: 373-384.
- [83] Baik S, Castanier M P, Pierre C. Disk design methodology for reducing blade vibration in turbine engine rotors [C]// *Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. Long Beach: American Society of Mechanical Engineers, 2005: 1545-1555.
- [84] Nikolic M, Petrov E P, Ewins D J. Robust strategies for forced response reduction of bladed disks based on large mistuning concept[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2008, 130(1): 022501. 1-022501. 11.
- [85] 袁惠群, 张亮, 韩清凯, 等. 基于蚁群算法的航空发动机失谐叶片减振排布优化分析[J]. *振动与冲击*, 2012, 31(11): 169-172.
- YUAN Huiqun, ZHANG Liang, HAN Qingkai, et al. Optimization of mistuning blades arrangement for vibration absorption in all aero-engine based on artificial ant colony algorithm [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2012, 31(11): 169-172. (in Chinese)
- [86] Petrov E P, Ewins D J. Analysis of the worst mistuning patterns in bladed disk assemblies [J]. *Journal of Turbomachinery*, 2003, 125(4): 623-631.
- [87] Bladh R, Castanier M P, Pierre C. Effects of multistage coupling and disk flexibility on mistuned bladed disk dynamics [J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2003, 125(1): 121-130.
- [88] Laxalde D, Lombard J P, Thouverez F. Dynamics of multi-stage bladed disks systems [J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2007, 129(10): 1058-1064.
- [89] Chiu Y J, Huang S C. The influence of oil coupling vibration of a rotor system due to a mistuned blade length [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2007, 49(4): 522-532.
- [90] Chiu Y J, Huang S C. The influence of a mistuned blade's stagger angle on the vibration and stability of a shaft-disk-blade assembly [J]. *Shock and Vibration*, 2008, 15(1): 3-17.
- [91] Yang C H, Huang S C. The influence of disks flexibility on coupling vibration of shaft-disk-blades systems [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 301(1/2): 1-17.
- [92] Huang B W, Kuang J H. Mode localization in a rotating mistuned turbo disk with coriolis effect [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2001, 43(7): 1643-1660.

- [93] Xin J Q, Wang J J. Investigation of Coriolis effect on vibration characteristics of arealistic mistuned blade disk[C]// Proceedings of the ASME Turbo Expo 2011. New York: American Society of Mechanical Engineers, 2011:993-1005.
- [94] Soize C, Lombard J P, Dupont C, et al. Blade manufacturing tolerances definition for a mistuned industrial bladed disk[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2005, 127(3):621-628.
- [95] Rossi M R, Feiner D M, Griffin J H. Experimental study of the fundamental mistuning model for probabilistic analysis [C]// Proceedings of the ASME Turbo Expo 2005. Reno-Tahoe: American Society of Mechanical Engineers, 2005: 373-380.
- [96] 姚建尧, 王建军, 李其汉. 失谐叶盘结构鲁棒性能分析[J]. 航空动力学报, 2010, 25(7):1634-1639.  
YAO Jianyao, WANG Jianjun, LI Qihan. Robustness characteristics analysis of mistuned bladed disk assemblies[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(7): 1634-1639. (in Chinese)
- [97] Chan Y J, Ewins D J. Management of the variability of vibration response levels in mistuned bladed discs using robust design concepts: Part I parameter design[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2010, 24(8):2777-2791.

JASSP