

基于拓扑优化的均匀磁场励磁结构设计方法

刘书田*, 王奇

(大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116023)

摘要:在一定限度的空间内设计励磁结构以使在所需要的区域内产生足够强度和均匀度的磁场,是实现重要的医学诊断设备设计的关键。本文基于拓扑优化方法,建立了能够产生均匀磁场的核磁共振成像仪器中超导励磁线圈空间排布形式的优化设计方法。以励磁线圈在给定区域内的分布参数为设计变量,以在所需区域内磁场的均方差为均匀性描述指标,建立了包含线圈体积和磁场强度要求的均匀磁场设计优化问题的数学模型。基于所建立的优化模型,给出了具体的均匀磁场的励磁结构设计方案。该设计方案的仿真分析,验证了磁场的均匀性以及所建立的方法的有效性。

关键词:核磁共振成像;拓扑优化;均匀磁场

中图分类号:O224 **文献标志码:**A **doi:**10.7511/jslx201304004

1 引言

核磁共振成像技术(MRI技术)^[1-3],是近十几年发展起来的一门高新技术,它在当今医疗领域得到了广泛的应用,是医学界不可或缺的诊治手段之一。典型的核磁共振仪器由五大部分组成:主磁场系统、梯度磁场系统、成像波谱系统、计算机控制系统、图像重建及处理系统^[4]。其中,主磁场系统是核磁共振仪器中的重要组成部件,它需要在扫描区域产生一个均匀的磁场,使得处于扫描区域的人体内的氢原子磁化,并在外加射频磁场的作用下共振,从而产生共振信号。主磁场系统可分为三种:永磁系统、电磁系统和超导磁系统,其中,超导磁系统能够实现高强度的均匀磁场,普遍用于医疗领域。高强度的超导磁共振也是目前世界范围内核磁共振技术的发展方向。

在MRI仪器中,如果主磁场系统可以得到更高质量的均匀磁场,就可以大幅度地提高MRI仪器的性能。用空心励磁线圈来产生所需要的磁场,所需要的励磁安匝数过大,导致了线圈的整体体积过大,这样就制约了核磁共振仪器的小型化。小型化的核磁共振仪器不仅更加方便使用,而且还能够提高患者诊治时的舒适度。均匀磁场的好场区域

直接对应着可进行人体扫描的区域,尽可能地提高好场区域体积大小就可以扩大扫描区域,进而增加核磁共振仪器的工作效率和适用范围。均匀磁场的磁感应强度越高,则信噪比越高,成像的质量也就相应的越好。因此,除均匀性要求外,磁场还应有一定的强度要求。在超导磁系统MRI仪器中,均匀磁场中心磁场强度一般在0.6T~4.0T^[4]范围内。

基于MRI仪器的主磁场系统,设计超导励磁线圈的空间排布形式,来得到满足指定要求的均匀磁场,是全球范围内研究的热点问题。文献^[5]在一定的初始结构基础上,采用尺寸优化技术,设计一系列超导励磁线圈的空间尺寸来得到所需要的均匀磁场。已有的工作都是在指定初始结构的基础上进行优化设计(形状和尺寸),这样就使得设计者无法跳出初始结构的局限。而励磁线圈的空间布置(类似于结构的宏观拓扑)对磁场的分布具有更大的影响。因此,研究建立先进的设计方法,以获得能够产生所需质量的均匀磁场的合理的励磁结构的新构型(包括励磁线圈组的布置以及形状和尺寸等),意义重大。

近20年发展起来的拓扑优化技术^[6],能够在一定的设计区域内,设计材料的分布以使结构具有更好的性能,可以使设计者在设计初期快速地得到最适合的拓扑结构;目前,已经广泛地应用于多物理场结构设计,如散热结构^[7]、声场结构^[8]、电磁场结构^[9]及压电驱动结构^[10]等。励磁线圈的布置设计与结构拓扑优化的设计对象相似,基于拓扑优化

收稿日期:2012-04-07;修改稿收到日期:2012-07-20.

基金项目:国家自然科学基金(11172052);国家重点基础研究(973)计划(2011CB610304)资助项目.

作者简介:刘书田*(1962-),男,博士,教授
(E-mail: stliu@dlut.edu.cn);
王奇,男,博士生.

思想发展均匀磁场励磁结构的设计方法是合理的。

本文将拓扑优化技术应用于均匀磁场的励磁结构构型设计。研究建立在一定的励磁线圈体积限制、一定的磁场强度要求与均匀性要求的均匀磁场励磁线圈布置设计优化问题的提法和求解方法；给出均匀磁场的设计实例，以验证所建立的方法的正确性和适用性。

2 优化问题的提法

2.1 线圈分布方式的描述

核磁共振成像设备的主磁场系统设计的目的是设计励磁线圈绕组在一定的区域内(如图1中横截面为 Ω_a 的圆柱环形区域)的合理分布(绕组的个数、各绕组的形状、匝数以及位置),以使在给定区域 Ω (测试区域)产生均匀的磁场。绕组所占的区域为 $\Omega_c = \Omega_{c1} \cup \Omega_{c2} \cup \dots \cup \Omega_{cnc}$, 其中, n_c 为绕组个数。仿照结构拓扑优化结构形式的描述方法,引进指示函数 $\chi(z, x)$, 其定义为

$$\chi(z, x) = \begin{cases} 1, & (z, x) \in \Omega_c \\ 0, & (z, x) \in \Omega_a \setminus \Omega_c \end{cases} \quad (1)$$

则指示函数 $\chi(z, x)$ 可以描述绕组的分布。如果某点的指示数为1,表示该位置有线圈绕组。

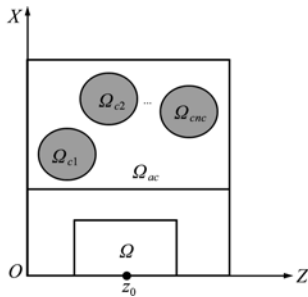


图1 设计区域示意图
Fig.1 Design domain

2.2 磁场分析以及均匀性描述指标

如果单匝线圈内电流为 $A_0 I_0$, 其中 A_0 为单匝线圈的横截面积, I_0 为电流密度(单位面积内的电流),则在绕组所在区域内各点的电流密度为 I_0 , 无绕组区域的电流密度为0。因此,在设计区域内,任意点的电流密度可表示为

$$I(z, x) = I_0 \chi(z, x) \quad (2)$$

通电的绕组可以看成是在垂直于 z 轴的面内且圆心在 z 轴的一系列电流环。

根据文献[11]中的结论,圆心坐标为 $(\xi, 0)$, 半径为 r 的电流环在 (z, x) 位置处产生的矢量磁感应强度为

$$dB(\xi, r; z, x) = dB_x(\xi, r; z, x) \mathbf{i} + dB_z(\xi, r; z, x) \mathbf{k} \quad (3)$$

式中

$$dB_x(\xi, r; z, x) = \frac{\mu_0 dI(\xi, r)}{4\pi r} \left[\frac{z - \xi}{r} \Phi \left(\frac{z - \xi}{r}, \frac{x}{r} \right) \right] \quad (4)$$

$$dB_z(\xi, r; z, x) = \frac{\mu_0 dI(\xi, r)}{4\pi r} \left[\Psi \left(\frac{z - \xi}{r}, \frac{x}{r} \right) - \frac{x}{r} \Phi \left(\frac{z - \xi}{r}, \frac{x}{r} \right) \right] \quad (5)$$

$$\Psi(\alpha, \beta) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{(1 + \alpha^2 + \beta^2 - 2\beta \cos \varphi)^{3/2}} d\varphi \quad (6)$$

$$\Phi(\alpha, \beta) = \int_0^{2\pi} \frac{\cos \varphi}{(1 + \alpha^2 + \beta^2 - 2\beta \cos \varphi)^{3/2}} d\varphi \quad (7)$$

式中 $B(\xi, r; z, x)$, $B_x(\xi, r; z, x)$, $B_z(\xi, r; z, x)$ 分别为圆心坐标为 $(\xi, 0)$, 半径为 r 的电流环在 (z, x) 位置产生的矢量磁感应强度, X 方向磁感应强度值和 Z 方向磁感应强度值。在目标区域内的磁场可以认为是这一系列电流环产生的磁场的叠加,因此,目标区域内的磁场可表示为

$$B(z, x) = B_x(z, x) \mathbf{i} + B_z(z, x) \mathbf{k} = \mathbf{i} \int_{\Omega_{ac}} dB_x(\chi(\xi, r); z, x) d\xi dr + \mathbf{k} \int_{\Omega_{ac}} dB_z(\chi(\xi, r); z, x) d\xi dr \quad (8)$$

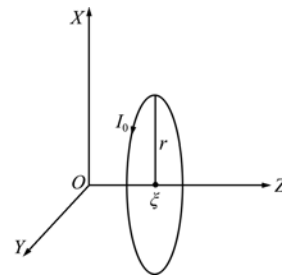


图2 单匝电流环空间磁场分布计算示意图
Fig.2 Magnetic field calculation with single-turn current loop

在目标区域的磁场的均匀性可表述为各点磁场与某点磁场之差的平方和(U)或者均方差(σ)。本文采用 Z 轴上坐标为 z_0 的点为参考点,均匀性指标定义为

$$U(\chi(\xi, r)) = \int_{\Omega} [B_z(\chi(\xi, r); z, x) - B_z(\chi(\xi, r); z_0, 0)]^2 d\Omega$$

$$\sigma = \sqrt{U/|\Omega|} \quad (9)$$

目标区域的磁场的相对差 ζ 以及好场区域最大内切圆面积与结构总体截面的面积比 δ 都是常用的评价磁场均匀程度的指标,以上各指标分别定义为

$$\zeta(z, x) = \frac{|B_z(z, x) - B_z(z_0, 0)|}{B_z(z_0, 0)} \quad (10)$$

$$\delta = \pi r_0^2 / A_0 \quad (11)$$

式中 r_0 为满足一定均匀程度的好场区域的内切圆半径, A_0 为结构总体截面的面积。

2.3 均匀磁场优化问题的提法

设计目标除所要求的均匀性之外,磁场强度也应满足一定的要求。这一要求可用约束条件表示为

$$\underline{B}_z - B_z(z, x) \leq 0 \quad (12)$$

式中 \underline{B}_z 为磁场强度的下限要求。

此时,优化问题的数学表示为

$$\begin{cases} \text{find } \chi(\xi, r), (\xi, r) \in \Omega_{ac} \\ \text{min. } U(\chi(\xi, r)) \\ \text{s. t. } \chi(\xi, r) = 0, \text{ or } 1; \text{ or } \chi(\xi, r)(1 - \chi(\xi, r)) = 0 \\ \underline{B}_z - B_z(z, x) \leq 0 \\ \int_{\Omega_{ac}} \chi(\xi, r) \cdot 2\pi r d\xi dr \leq V_f \cdot \int_{\Omega_{ac}} 2\pi r d\xi dr \end{cases} \quad (13)$$

式中 $\int_{\Omega_{ac}} 2\pi r d\xi dr$ 代表绕 Z 轴轴对称的设计区域的总体积, $\int_{\Omega_{ac}} \chi(\xi, r) \cdot 2\pi r d\xi dr$ 代表设计区域内励磁绕组的总体积,参数 V_f 为体分比,代表励磁绕组的总体积占设计区域总体积的比例。该约束的引入,限制了励磁绕组的材料用量,可以间接地限制结构的总体输入功率。

3 均匀磁场拓扑优化模型

3.1 优化模型

优化问题式(13)是一个(0,1)规划问题,求解非常困难。借鉴拓扑优化的 SIMP 方法的思想,将设计域离散成多个单元,如图 3 所示;将指示数表示成分片函数,在每个单元内取一个确定的数值 ρ_i ($i=1, \dots, NE$)。其中, NE 为所划分的网格总数,并且将指示数连续化,即, $\rho_i \in [0, 1]$ 。

此时,各单元内的电流密度可表示为

$$I_i = \rho_i \cdot I_0, \rho_i \in [0, 1] \quad (14)$$

式中 ρ_i 为一系列连续的设计变量。上式所代表的物理意义是当设计变量 $\rho_i = 0$ 时,代表所对应的网

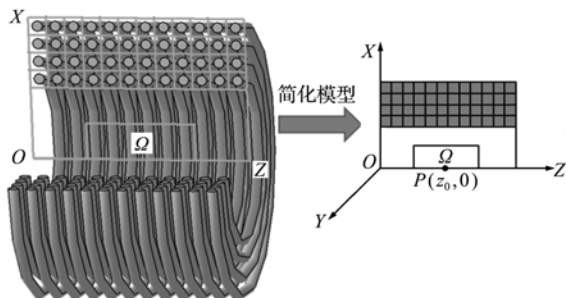


图3 简化模型
Fig.3 Simplified model

格内部不存在励磁线圈,当设计变量 $\rho_i = 1$ 时,代表所对应的网格内部存在励磁电流等于 I_0 的励磁线圈,这样通过设计伪密度 ρ_i 的取值,就可以得到设计区域内励磁线圈的最优空间排布形式。

优化问题式(13)可以写为

$$\begin{cases} \text{find } \boldsymbol{\rho} = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{NE})^T \\ \text{min. } F(\boldsymbol{\rho}) = U(\boldsymbol{\rho}) = \int_{\Omega} [B_z(\boldsymbol{\rho}; z, x) - B_z(\boldsymbol{\rho}; z_0, 0)]^2 d\Omega \\ \text{s. t. } \rho_i(1 - \rho_i) = 0, i = 1, \dots, NE \\ \underline{B}_z - B_z(\boldsymbol{\rho}; z_0, 0) \leq 0 \\ \sum_{i=1}^{NE} \rho_i \cdot V_i \leq \text{volfrac} \cdot \sum_{i=1}^{NE} V_i \end{cases} \quad (15)$$

式中 V_i 代表编号为 i 的网格所占的体积, $V_i = 2\pi x_i \cdot A_i$, x_i 为网格中心点的 X 坐标值, A_i 为网格所占的面积。

基于罚函数法,选取 $\sum_{i=1}^{NE} \rho_i(1 - \rho_i)$ 为惩罚函数,并对其进行归一化处理,此时目标函数可以写为

$$F(\boldsymbol{\rho}) = U(\boldsymbol{\rho})/U_0 + \alpha \sum_{i=1}^{NE} \rho_i(1 - \rho_i)/P_0 \quad (16)$$

式中 U_0 和 P_0 分别为设计区域内均匀布置线圈时(螺旋管构型)的目标区域的磁场均匀性指标和惩罚函数值, α 为权因子,本文取为 1。

以上问题可通过数学规划方法求解,本文采用序列线性规划方法求解上述问题。

上述所建立的优化问题中,设计变量为连续变量,但原问题是一个(0,1)规划问题,由于数值误差的存在,在直接的优化结果中大多数变量达到接近 0 或 1 的值,对每个设计变量 ρ_i 引入阈值 ρ_0 来处理该问题。

$$\rho_i = \begin{cases} 1, & \rho_i > \rho_0 \\ 0, & \rho_i \leq \rho_0 \end{cases} \quad (i=1, \dots, NE) \quad (17)$$

在本文的优化设计中, ρ_0 取为 0.5。

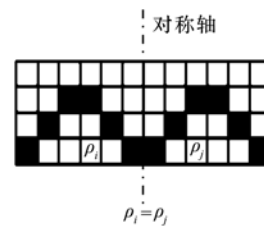


图4 对称模式示意图
Fig.4 Symmetric mode

3.2 灵敏度计算

目标函数关于设计变量灵敏度如下：

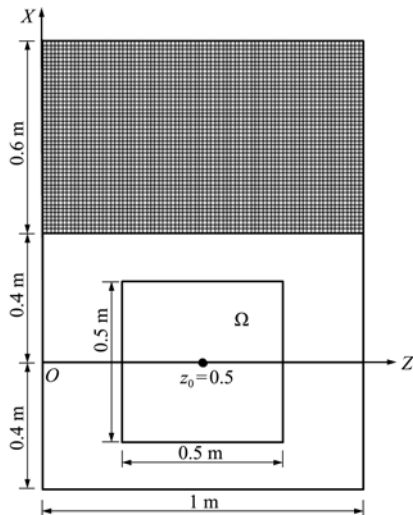
$$\frac{\partial F(\boldsymbol{\rho})}{\partial \rho_i} = \frac{1}{U_0} \frac{\partial U(\boldsymbol{\rho})}{\partial \rho_i} + \alpha \cdot (1 - 2\rho_i) / P_0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial U(\boldsymbol{\rho})}{\partial \rho_i} = 2 \int_{\Omega} [B_z(\boldsymbol{\rho}; z, x) - B_z(\boldsymbol{\rho}; z_0, 0)] \cdot \left(\frac{\partial B_z(\boldsymbol{\rho}; z, x)}{\partial \rho_i} - \frac{\partial B_z(\boldsymbol{\rho}; z_0, 0)}{\partial \rho_i} \right) d\Omega \quad (19)$$

当设计的均匀磁场处于结构中间位置时,对设计变量需要施加左右对称约束条件。施加左右对称约束条件,不仅可以减少自变量个数,提高优化效率,而且可以使得优化结果结构对称,制造简单。左右对称模式如图4所示。

4 数值算例

选用图5(a)所示的数值算例,各尺寸参数如图中所示,将设计域划分成48×80的均匀网格,初始结构采用均匀布置线圈结构(螺旋管构型),设计



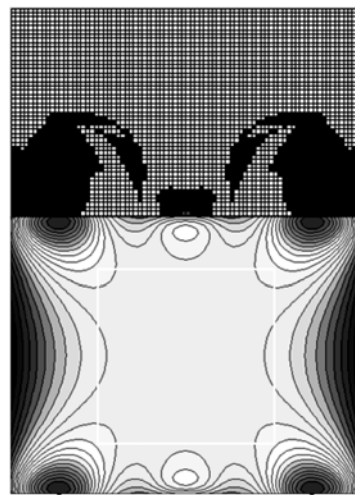
(a) 数值算例
(a) Numerical example

变量初始值 $\rho_i = 0.2 (i=1, \dots, NE)$, 假设每个网格内存在 20 匝励磁线圈,单匝线圈励磁电流为 200A,则每个网格内部总的电流密度 $I_0 = 4000A$,体分比参数 volfrac 取为 0.2, B_z 取为 3.0T。优化结果如图5(b)所示。

如图5(b)所示,上面部分黑白拓扑结构代表励磁线圈的排布方式,下面部分为磁感应强度轴向分量 B_z 的等值线图,白色矩形框代表目标区域 Ω 。图6分别为目标函数、均匀性指标 U 和强度指标 $B_z(z_0, 0)$ 的迭代变化曲线。从图6可以看出,目标函数在迭代过程中持续下降直至收敛,强度指标 $B_z(z_0, 0)$ 满足约束要求,维持在 3.0T 左右,均匀性指标 U 在迭代过程中持续下降,直至趋近于零。

5 评价设计结果

图5(b)中的设计结果对应的实际三维轴对称励磁线圈结构如图7所示,为了更加清晰的显示其结构形式,图7只显示了绕其对称轴旋转 270° 的结



(b) 优化结果
(b) Design result

图5 数值算例和优化结果
Fig. 5 Numerical example and design result

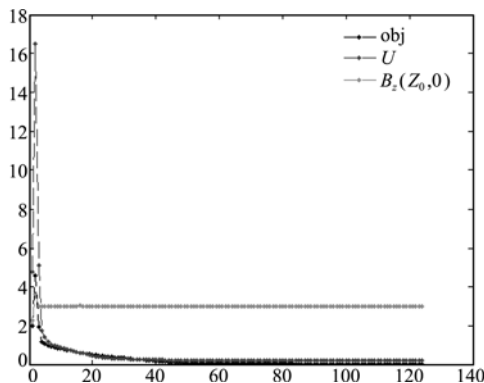


图6 目标函数、U 和 $B_z(z_0, 0)$ 迭代曲线

Fig. 6 Iterative curve of the objective function, U and $B_z(z_0, 0)$

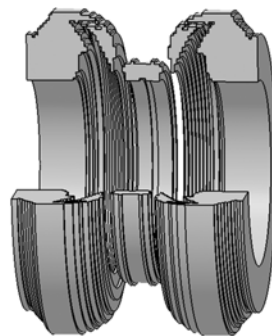


图7 实际三维轴对称励磁线圈结构示意图

Fig. 7 Actual arrangement of excitation coil

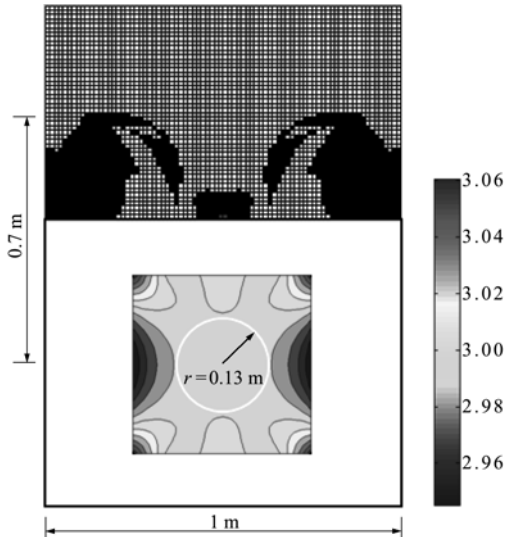


图8 目标区域 Ω 内 $|B_z|$ 示意图
Fig. 8 The $|B_z|$ in the target area Ω

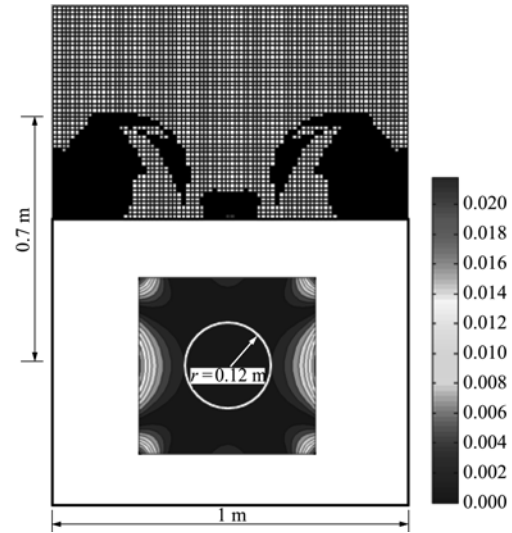


图9 目标区域 Ω 内 ζ 示意图
Fig. 9 The ζ in the target area Ω

构形式,此时对应的线圈的总体积为 $\sum_{i=1}^{NE} \rho_i \cdot V_i = 0.2 \cdot \sum_{i=1}^{NE} V_i = 0.5278 \text{ m}^3$,下面对该设计结果进行分析评价。

如图8所示,本文优化所得结构Z轴方向结构尺寸为1 m,X轴方向结构尺寸为 $2 \times 0.7 = 1.4 \text{ m}$,目标区域 Ω 内部磁感应强度约为3.0T左右,满足实际需求。如图9所示,目标区域 Ω 内部绝大部分区域的磁场相对差 ζ 在0.2%以内。相对差 ζ 小于0.2%的好场区域最大内切圆如图中白色圆形所示,其半径为0.12 m,好场区域面积与结构总体截面面积之比为 $\delta = \pi \times 0.12^2 / (1/1.4) = 3.231\%$ 。

均匀螺旋管结构和 Helmholtz 线圈结构是实现均匀磁场的常用的结构形式。为了比较,在设计区域内采用均匀螺旋管式和 Helmholtz 线圈式的励磁线圈的分布方式,并且要求这两种结构的线圈的体积与本文获得的设计方案的线圈体积相等,这保证了在输入的电密度相同的条件下结构的输入功率相等。三种结构的性能参数列入表1。

表1 本文设计结果与均匀螺旋管和 Helmholtz 线圈结构磁场性能指标列表

Tab. 1 Performance indicators list of our design result, uniform solenoid and the Helmholtz coil

	本文设计结果	均匀螺旋管	Helmholtz 线圈
$B_z(z_0, 0)$	3.004	2.749	2.601
均方差 σ	0.0161	0.0958	0.0826
r_0 / mm	120	30	40
面积比 δ	3.231%	0.202%	0.359%

由表1可知,本文设计结果与均匀螺旋管结构和 Helmholtz 线圈结构相比,在目标区域 Ω 强度指标 $B_z(z_0, 0)$ 满足设计要求的前提下,大幅度降低了目标区域 Ω 内部的磁场均方差 σ ,说明本文方法获得的磁场的均匀性更好;在满足一定的均匀性要求(例如中心点磁场强度偏差小于0.2%)的条件下,本文的设计结果获得的均匀区域的面积比均匀螺旋管和 Helmholtz 线圈结构的均匀区域更大。其中,相对于均匀螺旋管结构和 Helmholtz 线圈结构,本文设计结果的磁场强度指标 $B_z(z_0, 0)$ 分别提高9.28%和15.49%,均方差 σ 分别降低83.19%和80.51%,面积比分别提高1499.50%和800.00%。说明在均匀磁场的励磁结构设计中,引入拓扑优化技术是必要的,可以得到更好的,具有创新性意义的新构型。

6 结 论

本文建立的基于拓扑优化方法的均匀磁场设计方法,可以获得能够产生具有一定强度要求的均匀磁场的励磁线圈空间排布形式。实际算例的仿真结果表明,基于该方法获得的磁场系统的磁场具有所需要的强度值(大于3.0T)的同时,具有良好的均匀性(相对差 ζ 小于0.2%),并且好场区域最大内切圆面积与螺旋管和 Helmholtz 线圈结构相比分别提高了15倍和8倍。得到的优化结果表明,最终的励磁线圈布置为非规整的结构形式,因此实际实施会受到一定的限制。

参考文献(References):

- [1] Williams J E. Superconducting Magnets for MRI[R]. Francis Bitter National Magnet Laboratory Massachusetts Institute of Technology Cambridge, Massachusetts 02139, 1984.
- [2] R Damadian. Tumor detection by nuclear magnetic resonance [J]. *Science*, 1971, **171**(976): 1151-1153.
- [3] L Ciobanu, A G Webb, C H Pennington. Magnetic resonance imaging of biological cells[J]. *Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy*, 2003, **42**: 69-93.
- [4] 谭福明. 小型化 MRI 永磁系统的设计[D]. 电子科技大学, 2007. (TAN Fu-ming. Design of Miniaturized MRI Permanent Magnetic System[D]. University of Electronic Science and Technology of China, 2007. (in Chinese))
- [5] Behrooz Fateh. Modeling, Simulation and Optimization of a Micro-coil for MRI-Cell Imaging[D]. University of Rostock, 2006.
- [6] Bendsoe M P. Optimal shape design as a material distribution problem[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 1989, **1**(4): 193-202.
- [7] Li Q, Steven G P, Querin O M, et al. Shape and topology design for heat conduction by evolutionary structural optimization[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1999, **42**(17): 3361-3371.
- [8] Luo J, Gea H C. Optimal stiffener design for interior sound reduction using a topology optimization based approach[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2003, **125**(3): 267-273.
- [9] Diaz A, Sigmund O. A topology optimization method for design of negative permeability metamaterials[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2010, **41**(2): 163-177.
- [10] 林哲祺, 刘书田, 乔赫廷. 考虑压电驱动元件布局的作动器拓扑优化设计[J]. *计算力学学报*, 2011, **28**(6): 833-838. (LIN Zhe-qi, LIU Shu-tian, QIAO He-ting. Topology optimization of actuators considering the distribution of piezoelectric driven components[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2011, **28**(6): 833-838. (in Chinese))
- [11] 吴百诗. 大学物理 [M]. 北京: 科学出版社, 2001. (WU Bai-shi, *University Physics* [M]. Beijing: Science Press, 2001.

Topology optimization based method for coil arrangement for homogeneous magnetic field

LIU Shu-tian*, WANG Qi

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment,
Department of Engineering Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

Abstract: It is the key to important medical diagnostic equipment that designing excitation structure in certain region to produce a magnetic field with adequate strength and uniformity. Based on the topology optimization method, we propose an optimal method which can design the spatial arrangement of superconducting excitation coil to produce a homogeneous magnetic field in magnetic resonance imaging apparatus. With the distribution parameters of the excitation coil in a given area as design variables, and the mean square error of the magnetic field in the desired area as the uniformity indicator, considering the limits of the coil's volume and the strength of the magnetic field, we establish a mathematical model for the uniform magnetic field design problems. Using the proposed optimization model, we get a specific design and by the simulation of the design result, we verify the homogeneity of the magnetic field and the effectiveness of the method.

Key words: magnetic resonance imaging; topology optimization; uniform magnetic field