

基于贝叶斯理论的恢复力模型参数识别方法

刘佩*, 袁泉, 魏庆朝

(北京交通大学 土木建筑工程学院, 北京 100044)

摘要:提出了基于贝叶斯理论的恢复力模型参数识别方法,该方法考虑了模型误差的影响,结合实测滞回曲线数据,不仅可以得到模型参数的最有可能值,而且可以得到模型参数的定量的不确定性。以密肋复合墙体在低周反复荷载作用下所得滞回曲线为例,提出了可考虑刚度降低、捏拢滑移及极限荷载后强度降低现象的恢复力模型,建立了基于贝叶斯理论的恢复力模型参数识别计算框架,推导得到了模型参数的负对数似然函数,据此可得到模型参数的最有可能值及协方差矩阵。对标准密肋复合墙体预制试件和现浇试件的恢复力模型参数进行了识别,将根据模型参数最有可能值得到的滞回曲线及根据模型参数最有可能值及协方差矩阵得到的骨架曲线,与相应的实测值进行了对比,验证了所提方法的可行性及识别结果的合理性,更新的模型参数概率分布可用于后续的抗震风险评估。

关键词:贝叶斯理论;恢复力模型;参数识别;密肋复合墙体;模型误差

中图分类号:TU311 **文献标志码:**A **doi:**10.7511/jslx201305005

1 引言

进行结构计算分析时,由于所选定的结构模型并不是真实的结构,所以结构模型误差总是存在的;并且对于结构模型参数来说,是没有真实值的,结构模型参数及模型误差都具有不确定性。对于结构计算分析的逆问题结构参数识别问题,基于贝叶斯理论的模型参数识别方法不仅能给出模型参数的最有可能值,还能得到定量描述模型参数不确定性的协方差矩阵。

Beck等^[1,2]首先将贝叶斯理论引入系统参数识别研究中,建立了基于贝叶斯理论的参数识别计算框架;Au^[3]提出了快速贝叶斯FFT方法,将贝叶斯理论用于实际环境振动下超高层建筑的模态参数识别中;Yuen和Beck^[4]提出了基于贝叶斯理论的谱密度方法,通过模拟数据对非线性结构的模型参数进行了识别。目前有关贝叶斯理论在模型参数识别中的研究主要局限在应用实测数据的线性结构的模态参数识别和应用模拟数据的非线性结构的模型参数识别中。

钢筋混凝土结构在强震作用下的性能是由其非线性滞回特性决定的,恢复力模型可以用来计算钢筋混凝土结构或构件的非线性反应。针对钢筋混凝土构件恢复力模型的研究,比较有代表性的包括三线性退化Takeda模型和Nogami^[5,6]提出的一种考虑极限荷载后强度降低的恢复力模型、Ozcebe和Saatcioglu^[7]提出的一种考虑滑移捏拢现象的恢复力模型等。没有一种恢复力模型适用于所有结构或构件及不同的加载方式,所以选取一种恢复力模型对结构进行计算时,需要考虑选取的恢复力模型的不确定性。

建立恢复力模型后,则需要对其模型参数进行识别;Lu^[8]以钢筋混凝土柱的振动台试验数据为基础,建立了误差函数,通过自适应步随机搜索优化算法识别了恢复力模型的参数值;Loh等^[9]将修正的Bouc-Wen模型和系统识别过程应用于振动台测试数据来评估模型参数。这些识别方法只能得到模型参数的最优值,并不能得到模型参数的不确定性,无法考虑模型误差的影响。

本文将贝叶斯理论用于已知实测数据时恢复力模型参数的识别中,同时得到模型参数的最有可能值及定量的不确定性。首先以密肋复合墙体低周反复加载试验滞回曲线数据为例,提出一种针对该墙体的恢复力模型,随后建立基于贝叶斯理论的恢复力模型参数识别计算框架;最后对两块密肋复

收稿日期:2012-06-18;修改稿收到日期:2012-09-25.

基金项目:国家自然科学基金青年科学基金(51208030);北京交通大学人才基金(C12RC00040)资助项目.

作者简介:刘佩*(1982-),女,博士,讲师
(E-mail: liupeit0130@126.com);
袁泉(1974-),男,博士,副教授;
魏庆朝(1957-),男,博士,教授,博士生导师.

合墙体试件的恢复力模型参数进行识别,依据识别结果验证所提方法的可行性。

2 密肋复合墙体的恢复力模型

密肋复合墙体试件 CW1-CW4 在水平低周反复荷载作用下得到的实测滞回曲线如图 1 所示,其中 CW4 为标准密肋复合墙体试件, CW1-CW3 对比标准试件肋梁和肋柱数量发生改变,有关试件的具体描述见文献[10]。密肋复合墙体试件 CW5-CW7 在水平低周反复荷载作用下得到的实测滞回曲线如图 1 所示,其中 CW5 为标准密肋复合墙体试件, CW6 为轻钢龙骨密肋复合墙体试件, CW7 为加固过的受损密肋复合墙体试件,有关试件的具体描述见文献[11,12]。试件 CW5-CW7 在试验时首先施加竖向荷载,稳定后施加水平荷载:预测屈服荷载前,按 10 kN 递增施加荷载,每级循环 1 次,预测屈服荷载后,按预测屈服荷载对应的位移 ± 3 mm, ± 4 mm, ± 5 mm 等至试验结束。

图 1 中各试件均发生剪切破坏,从图 1 各试件的滞回曲线可以看出:(1) 每一次加载过程中,曲线的斜率随荷载的增大而减小,并且减少的程度加

快;比较各次同向加载曲线,后次曲线比前次的斜率逐渐减小,表明构件的加载刚度退化。(2) 卸载曲线的斜率随反复加载次数增加而减小,表明构件的卸载刚度退化。(3) 刚开始卸载时曲线陡峭,恢复变形很小,荷载减小后曲线趋向平缓,恢复变形逐渐加快,出现恢复变形滞后现象;数次反复荷载以后,加载曲线上出现反弯点,形成捏拢现象,而且捏拢程度逐次增大。(4) 极限荷载之后构件强度降低明显。

根据以上现象,本文提出了一种适用于剪切破坏的密肋复合墙体的恢复力模型。这种模型假定达到极限荷载之前骨架曲线为双线性。模型的控制参数为屈服前刚度 k_1 , 屈服后刚度 k_2 , 屈服荷载 f_y 及其对应位移 x_y , 极限荷载 f_u 及其对应位移 x_u , 考虑极限荷载后强度降低现象的参数 Δd , 考虑滑移捏拢现象的参数 Δp 和 Δs , 如图 2 所示。

模型假定:(1) 达到极限荷载前,前一次循环结束之后再加荷载时和反向加载时,直线指向前一次循环的最大变形点。(2) 达到极限荷载后,前一次循环结束之后再加荷载时和反向加载时,直线指向由前一次循环的最大变形点与 Δd 之和对应的位移

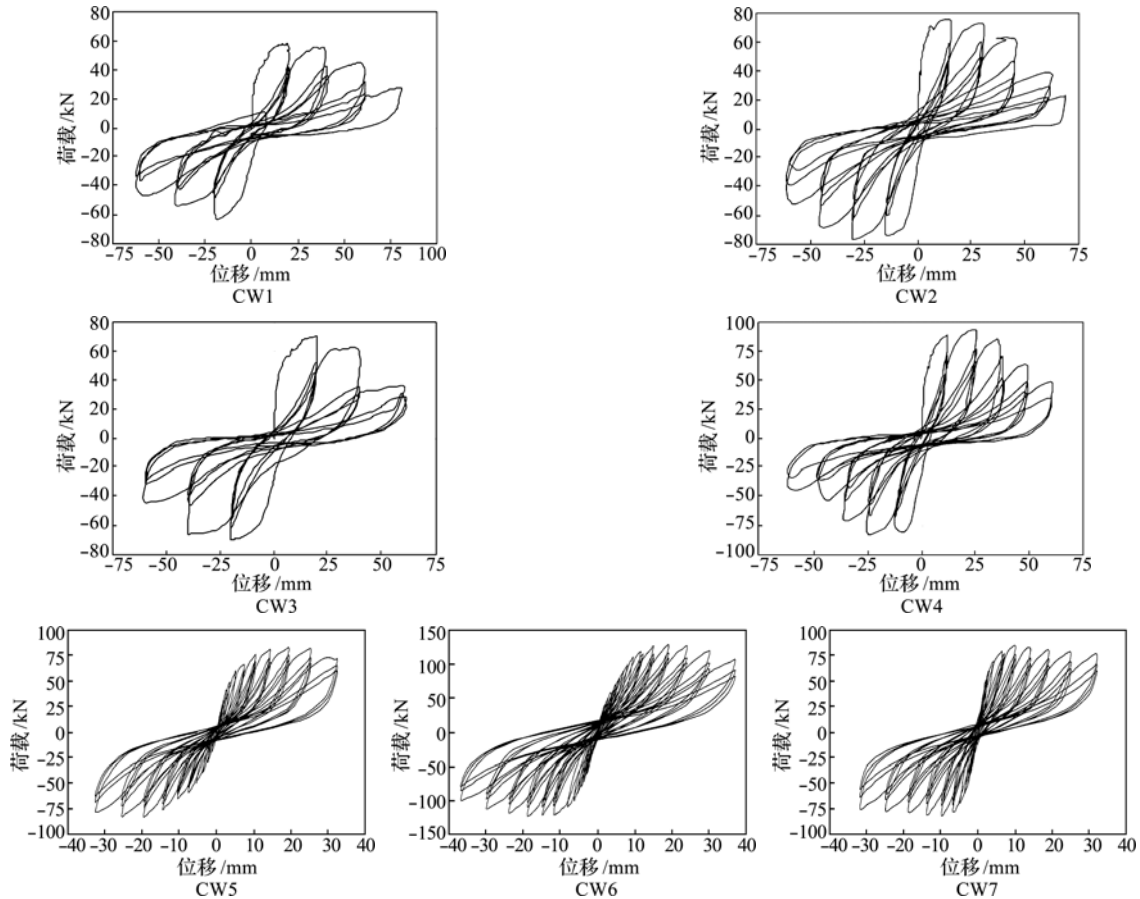


图 1 密肋复合墙体实测滞回曲线
Fig. 1 Observed hysteretic curves of multi-grid composite walls

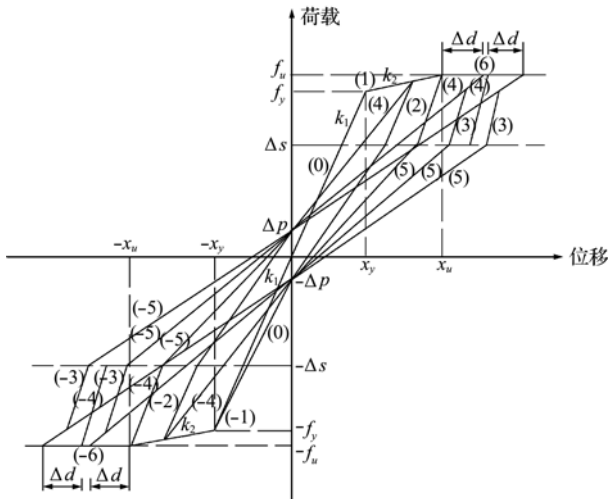


图2 密肋复合墙体的恢复力模型

Fig.2 Restoring force model of multi-grid composite walls

及极限荷载确定的点的位置处。(3)正向卸载及反向卸载直线通过考虑滑移捏拢参数轴正负 Δs 位置前刚度为 k_1 ,之后指向力轴的考虑滑移捏拢参数负正 Δp 位置处,该模型的滞回曲线共由 13 类直线组成。

3 基于贝叶斯理论的恢复力模型参数识别计算框架

根据贝叶斯理论,已知实测数据 $y=[y_1, \dots, y_n]$, 模型参数 θ 的后验分布为

$$p(\theta | y) = k p(y | \theta) p(\theta) \quad (1)$$

式中 $p(y | \theta)$ 为似然函数, $p(\theta)$ 为先验分布, $k = 1/p(y)$ 为正规化常数。

如果实测数据点数足够多,似然函数比先验分布对 θ 更敏感,通常假定先验分布为常数,则后验分布正比与似然函数为

$$p(\theta | y) \propto p(y | \theta) \quad (2)$$

通常计算中采用负对数似然函数更方便,即

$$L(\theta) = -\ln p(y | \theta) \quad (3)$$

$$p(\theta | y) \propto \exp[-L(\theta)] \quad (4)$$

如果实测数据足够多并且为全局可识别问题,负对数似然函数可通过泰勒二阶展开式进行估计为

$$L(\theta) \approx L(\hat{\theta}) + (1/2)(\theta - \hat{\theta})^T \hat{H}_L(\theta - \hat{\theta}) \quad (5)$$

式中 $\hat{\theta}$ 为最有可能值, \hat{H}_L 为在 $\hat{\theta}$ 处负对数似然函数的 Hessian 矩阵。

在 $\hat{\theta}$ 处式(5)的一阶项消失,将式(5)代入式(4),后验分布可以通过高斯分布进行估计为

$$p(\theta | y) \propto \exp[-(1/2)(\theta - \hat{\theta})^T \hat{C}^{-1}(\theta - \hat{\theta})] \quad (6)$$

式中 $\hat{C} = \hat{H}_L^{-1}$ 为后验协方差矩阵。

假定墙体在低周反复荷载作用下由试验测得的墙体位移为 y , 由恢复力模型计算得到的墙体位移为 q , 则

$$y = q + e \quad (7)$$

式中 e 为模型误差。假定 e 在不同的测试点处为独立同分布的均值为 0, 标准差为 σ 的高斯分布, 则需识别的模型参数为 $\theta = [\bar{\theta}, \sigma]$, 其中 $\bar{\theta}$ 为不包括模型误差标准差的模型参数, 则似然函数可表示为

$$p(y | \theta) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} [y_i - q_i(\bar{\theta})]^2\right\} = \frac{1}{(\sqrt{2\pi} \sigma)^n} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n [y_i - q_i(\bar{\theta})]^2\right\} \quad (8)$$

负对数似然函数为

$$L(\theta) = -\ln p(y | \theta) = n \ln \sqrt{2\pi} + n \ln \sigma + \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n [y_i - q_i(\bar{\theta})]^2 \quad (9)$$

对式(9)的 σ 求一阶导数并令其等于 0, 可得模型误差方差的最有可能值为

$$\hat{\sigma}^2(\bar{\theta}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y_i - q_i(\bar{\theta})]^2 \quad (10)$$

根据上式并通过 Matlab 中的 fminsearch 函数对模型参数进行优化, 可得到模型参数的最有可能值; 再计算最有可能值处的 Hessian 矩阵, 即可得到模型参数的协方差矩阵。

本文所提基于贝叶斯理论的恢复力模型参数识别方法适用于各种结构或构件, 只需建立针对特定结构或构件的恢复力模型; 并结合已知的特定结构或构件的实测滞回曲线数据, 均可应用该方法对恢复力模型参数进行识别。

4 恢复力模型参数识别结果

4.1 最有可能值

本文以密肋复合墙体试件 CW5 和 CW6 为例, 基于贝叶斯理论并结合实测滞回曲线数据, 识别了两块试件的恢复力模型参数值。

模型参数的选取是在以下两个方面取得平衡的过程: 选取过于简单的模型会导致模型不能准确的模拟反应, 选取过于复杂的模型会导致出现数据过配的现象, 因为模型本身出现的可能性就比较低。最终本文不考虑开裂荷载, 选定第二部分所提模型, 并且通过试验数据直接得到试件的极限荷载, 则需识别的密肋复合墙体恢复力模型参数为 $\theta = \{k_1, k_2, f_y, \Delta p, \Delta s, \Delta d, \sigma\}$, 该问题是一个六参数的优化问题, 模型误差标准差的最有可能值, 可

表1 恢复力模型参数的最有可能值
Tab. 1 Most probable value of restoring force model parameters

	CW5	CW6
$k_1/\text{kN}\cdot\text{mm}$	8.988	12.442
$k_2/\text{kN}\cdot\text{mm}$	2.208	3.512
f_y/kN	55.149	96.441
$\Delta p/\text{kN}$	3.140	7.465
$\Delta s/\text{kN}$	18.207	27.838
$\Delta d/\text{mm}$	3.165	3.539
σ/mm	1.978	2.382

通过其余六个参数的最有可能值的计算表达式解析得到。变换不同的初始值,优化过程收敛,为全局可识别问题。模型参数最有可能值的具体计算结果列入表1,可以看出,模型误差对试件反应预测的影响很大。

试件 CW5 和 CW6 直接根据试验结果由图解法得到的屈服荷载为 64.6 kN 和 99.7 kN^[11],与相应的最有可能值较为接近。

4.2 变异系数和相关系数

Hessian 矩阵的元素可表示为 $H_L(i, j) = \partial^2 L / [\partial L(\theta(i)) \partial L(\theta(j))]$ 。当负对数似然函数没有解析表达式时,可通过有限差分法计算 Hessian 矩阵。Hessian 矩阵应为正定矩阵,即其特征值大于零,才可由式(10)得到参数的极小值(全局可识别问题即为最有可能值),经计算对两块试件该要求均满足。

通过 Hessian 矩阵可计算得到协方差矩阵,进而得到描述恢复力模型各参数不确定性的变异系数(各参数的标准差与最有可能值的比值)列入表2。最有可能值通过变异系数描述其与真实值接近的

表2 恢复力模型参数的变异系数/%
Tab. 2 Coefficient of variance of restoring force model parameters

	CW5	CW6
k_1	4.94	4.19
k_2	4.87	8.38
f_y	2.54	3.11
Δp	9.75	6.05
Δs	3.29	3.64
Δd	2.27	1.67
σ	2.45	2.32

定量的不确定性,变异系数最大则说明该参数的最有可能值具有最大的不确定性。

描述模型参数对之间的相关程度的相关系数(两个模型参数的协方差除以各自的标准差)列入表3。将相关系数在 0 与 0.1 之间的相关性定义为极小,在 0.1 与 0.2 之间的为小,0.2 与 0.4 之间的为一般,0.4 以上的为显著,参数对的相关性评价列入表3。另外,计算得到的模型误差标准差 σ 与其他模型参数的相关系数接近于 0,表明 σ 与其他模型参数不是线性关系,但并不与其他参数相互独立,这与式(10)相符合。相关系数有正有负,但都处于 $[-1, 1]$ 之间。

4.3 识别结果与实测值对比

根据识别得到的恢复力模型参数的最有可能值,不考虑模型误差得到的两块墙体的滞回曲线如图3所示,最有可能值滞回曲线与实测滞回曲线吻合较好,验证了识别结果的合理性。

通过识别得到的模型参数的最有可能值及协方差矩阵生成 100 个模型参数样本,由这些样本得到滞回曲线,统计得到对应骨架曲线的均值及方差,具体结果如图4所示。CW5 与 CW6 的实测骨

表3 恢复力模型参数的相关系数
Tab. 3 Correlation coefficient of restoring force model parameters

	CW5	CW6	相关程度
(k_1, k_2)	0.14	0.15	小
(k_1, f_y)	-0.52	-0.47	显著,负的
$(k_1, \Delta p)$	-0.05	-0.05	极小
$(k_1, \Delta s)$	0.41	0.30	一般,正的
$(k_1, \Delta d)$	0.15	0.14	小
(k_2, f_y)	-0.83	-0.88	显著,负的
$(k_2, \Delta p)$	-0.01	-0.00	极小
$(k_2, \Delta s)$	-0.01	-0.02	极小
$(k_2, \Delta d)$	0.54	0.41	显著,正的
$(f_y, \Delta p)$	0.02	0.02	极小
$(f_y, \Delta s)$	-0.20	-0.11	小
$(f_y, \Delta d)$	-0.32	-0.23	一般,负的
$(\Delta p, \Delta s)$	0.27	0.28	一般,正的
$(\Delta p, \Delta d)$	0.11	0.19	小
$(\Delta s, \Delta d)$	0.26	0.30	一般,正的

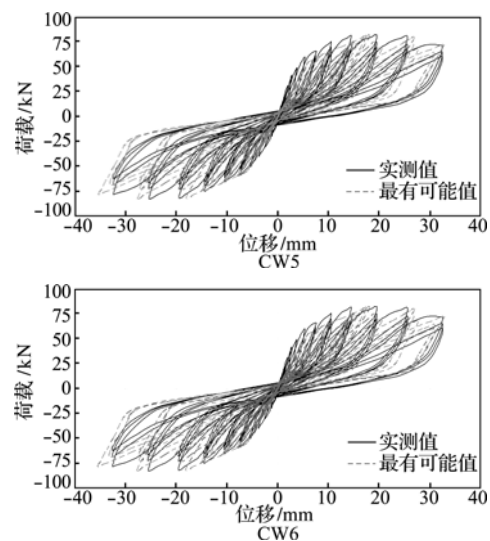


图3 实测滞回曲线与最有可能值滞回曲线
Fig. 3 Tested and most probable value hysteretic curves

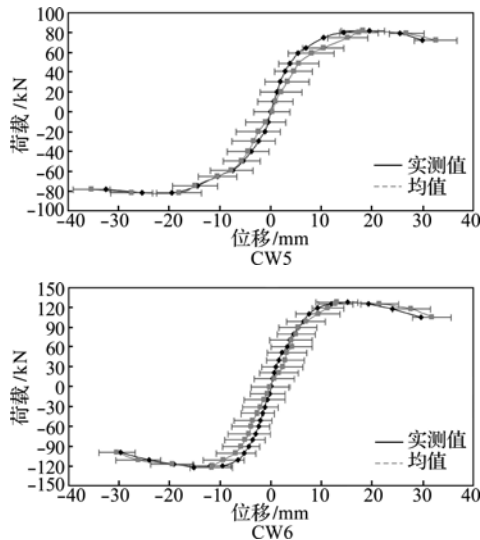


图4 实测骨架曲线与均值骨架曲线
Fig. 4 Tested and mean backbone curves

架曲线所有点均处于均值骨架曲线与其两倍标准差之间。

5 结 论

本文提出了基于贝叶斯理论的恢复力模型参数识别方法,并将其用于实测滞回曲线数据的情况;该方法相比其他确定性的系统识别方法,不仅可以得到模型参数的最有可能值,还能得到模型参数定量的不确定性。

提出了一种适用于剪切破坏的密肋复合墙体的恢复力模型,建立了以贝叶斯理论为基础的恢复力模型参数识别的计算框架;基于贝叶斯理论并依据实测数据,识别了两块密肋复合墙体试件恢复力模型参数的最有可能值和变异系数,并将最有可能值滞回曲线和均值骨架曲线与相应的实测值做了对比,验证了所提方法的可行性和识别结果的合理性。

结果表明,不能选取过于简单或过于复杂的模型,识别结果依赖于所采用的数据,模型误差对反应预测的影响较大。更新的模型参数概率密度函数,即识别得到的模型参数最有可能值及协方差矩阵,可用于后续模型修正、模型选择、模型平均及可靠度计算等。

参考文献(References):

[1] Beck J L, Kataygiotis L S. Updating models and their uncertainties. I: Bayesian statistical framework[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1998, **124**(4): 455-461.
[2] Beck J L. Bayesian system identification based on probability logic[J]. *Structural Control and Health*

Monitoring, 2010, **17**:825-847.
[3] Au S K. Fast Bayesian FFT method for ambient modal identification with separated modes [J]. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 2011, **137**(3): 214-226.
[4] Yuen K V, Beck J L. Updating properties of nonlinear dynamical systems with uncertain input [J]. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 2003, **129**(1): 9-20.
[5] Takeda T, Sozen M A, Neilsen N N. Reinforced concrete response to simulated earthquakes [J]. *ASCE Journal of Structural Engineering, Division*, 1970, **96**(12):2557-2573.
[6] Nogami Y, Murono Y, Sato T. Nonlinear hysteresis model considering strength degradation by cyclic loading for RC members [J]. *Quarterly Report of Railway Technical Research Institute*, 2008, **49**(4): 227-231.
[7] Ozcebe G, Saatcioglu M. Hysteretic shear model for reinforced concrete members [J]. *Journal of Structural Engineering*, 1989, **115**(1):132-148.
[8] Lu X L. Application of identification methodology to shaking table tests on reinforced concrete columns [J]. *Engineering Structures*, 1995, **17**(7): 505-511.
[9] Loh C H, Mao C H, Huang J R, et al. System identification and damage evaluation of degrading hysteresis of reinforced concrete frames [J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2011, **40**(6): 623-640.
[10] 张杰. 密肋复合墙板受力性能及斜截面承载力实用设计计算方法研究 [D]. 西安建筑科技大学, 2004. (ZHANG Jie. Mechanical Property Study and Practical Oblique Section Design Method Study on Multi-ribbed Composite Wall [D]. Xi'an University of Architecture and Technology, 2004. (in Chinese))
[11] 姚谦峰, 李挺, 郭猛, 等. 密肋轻钢龙骨复合墙体的抗剪性能 [J]. 天津大学学报, 2011, **44**(7): 587-592. (YAO Qian-feng, LI Ting, GUO Meng, et al. Shear bearing capacity on multi-ribbed composite wall with light-gauge steel [J]. *Journal of Tianjin University*, 2011, **44**(7): 587-592. (in Chinese))
[12] 郭猛, 袁泉, 李鹏飞, 等. 加气混凝土砌块置换加固受损密肋复合墙抗震性能试验研究 [J]. 四川大学学报(工程科学版), 2011, **43**(1): 51-57. (GUO Meng, YUAN Quan, LI Peng-fei, et al. Seismic performance experimental research for multi-ribbed composite wall strengthened with aerated concrete blocks [J]. *Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition)*, 2011, **43**(1): 51-57. (in Chinese))

Parameter identification methodology of restoring force model based on Bayesian theorem

LIU Pei* , YUAN Quan, WEI Qing-chao

(School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: Restoring force model parameter identification method based on Bayesian theorem is proposed in this paper, which takes account of the model prediction error. Using the tested hysteretic data, not only the most probable value but also the quantitative uncertainty of the model parameters can be obtained. Take the tested hysteresis curves of multi-grid composite walls under low cyclic loadings for instance, a restoring force model for multi-grid composite walls is proposed. Effects of stiffness degradation, strength degradation after ultimate load, and pinching are taken into account. Bayesian computational frame for parameter identification of restoring force model is proposed. Negative log-likelihood function of model parameter vector is derived, and then expressions of most probable value and covariance matrix of the parameter vector can be derived. Restoring force model parameters of precast multi-grid composite wall specimen and cast-in-place multi-grid composite wall specimen are identified. Hysteresis curves obtained through the most probable values, and backbone curves obtained through the most probable values and covariance matrixes are compared with the corresponding test data, which validate the proposed method and the identification results. The updated probabilistic density function of model parameters can be used for seismic risk assessment in future.

Key words: Bayesian theorem; restoring force model; parameter identification; multi-grid composite walls; prediction model error