

文章编号:1007-4708(2011)05-0717-06

基于 Steffens-Newton 法的空间索形 悬索桥初始平衡状态分析

王晓明^{*1}, 郝宪武¹, 段瑞芳²

(1. 长安大学 公路学院, 西安 710064; 2. 兰德公路工程咨询设计有限公司, 上海 200065)

摘要:空间索形悬索桥的主缆、吊索相互耦合,用数值解析法精确求解其初始平衡状态时,面临收敛困难、算法要求严格的问题。本文建立了空间缆索的平衡方程,推导了误差调整方程。分别证明了平面索形所常用的线形变化刚度法及影响矩阵法在空间索形中不再适用。基于可调参数的 Steffens-Newton 法,提出一种高效的空间缆索耦合体系分析方法,编程 SN-ECFS 进行算例分析。通过与模式搜索法比较,验证了该方法的计算精度和收敛效率。

关键词:缆索耦合体系;Steffens-Newton 法;模式搜索法;初始平衡状态

中图分类号:U448.25 **文献标志码:**A

1 引言

空间索形悬索桥同时存在竖向和横向垂度,其主缆与吊索形成一个三维的索系。从静力上讲,这种体系在对竖向承载能力影响不大的情况下,缆索系统的横向承载能力得到显著提高;从动力上讲,横桥向倾斜的吊杆与加劲梁构成一个稳定的三角形,每对斜吊杆中的横桥向水平分力将加劲梁夹住,使得主梁有类似钟摆的回复力,提高了整体扭转刚度。这种缆索体系的改变可以有效抵抗桥梁的气动失稳。目前,国外的空间索形悬索桥有韩国的永宗大桥和美国的奥克兰海湾新桥;国内的有天津富民桥和在建的南京长江隧道工程右汊桥,这些都是自锚式悬索桥。

利用数值解析法精确求解空间索形悬索桥初始平衡状态,面临三个新问题:①吊点间的缆段在不同的斜平面内,需要额外引入缆端横桥向水平分力 H_z ,与纵桥向水平分力 H_x 和竖向分力 V 一起构成三变量体系;②吊索方向由主缆线形决定,主缆与吊索求解存在耦合;③吊索倾斜,需考虑垂度效应,按弹性悬索计入。这样的吊索二分力,主缆三分力耦合体系,要求建立基于空间精确模型的主缆平衡方程组,并且需要一个高效的初值修正量算

法以将其数值实现。

关于空间索形主缆平衡方程组的建立,国内外已有部分研究。可分为三类。

(1) 假定成桥后主缆与吊索位于一个斜平面上^[1,2],建立平面上的平衡方程,用斜平面内的抛物线法求解。事实上,在自重作用下,空间索形主缆不可能在一个斜平面上。此类方法精度有限。

(2) 以主缆缆段为研究对象,建立悬索空间三向坐标表达式^[3,4],通过缆段间力的平衡关系,构建主缆整体方程。此类方法将主缆视为分段弹性悬链线,能够真实反映结构受力,是一种精确方法。

(3) 以主缆和吊索的节点为研究对象,建立节点的平衡方程^[5,6]。典型代表有节线法^[5],即假定节点间缆段为直线。此法虽简化了缆段之间力与几何关系,但精度不高。因此,文献[5]对节线法得出的初始线形,代入具有弹性悬索柔度矩阵的非线性有限元程序进行迭代计算,直至各节点位移小于允许误差,认为达到平衡。尽管这种数值-有限元法精度很高,但步骤繁琐,计算复杂。

对于空间索形的数值实现算法,尚缺乏专门研究。此外,现有研究工作,大都没有考虑斜吊索的垂度效应,仍将吊索视为传力链杆。本文针对这些不足,按照(2)中方法建立主缆平衡方程,分别证明了平面索形的线形变化刚度法和影响矩阵法已不再适用于空间索形。提出基于 Steffens-Newton

收稿日期:2009-08-29;修改稿收到日期:2010-08-31.

基金项目:陕西省交通科技基金(01-19K)资助项目.

作者简介:王晓明*(1983-),男,博士

(E-mail: wxm5120161288@gmail.com).

法的空间索形迭代法。该方法以主缆线形误差为施调值,具有可变参数,可大大提高收敛效率,并给出初值估算方法,解决了导数类优化方法的初值敏感缺陷。算例分析结果与文献[5]有限元结果对比,证实了该法的高精度性。同时将模式搜索法应用于空间索形初始平衡状态的求解中来,对比表明本文方法收敛效率优势明显。

2 基本方程

本文对空间索形悬索桥缆索系统做如下假定:

(1) 主缆和吊索为小应变理想柔性索,其材料满足虎克定律,且泊松效应可以忽略。

(2) 成桥状态下吊索仅沿横桥向倾斜,忽略施工过程中吊索纵桥向倾斜误差。

2.1 主缆平衡方程

图 1 给出了空间索形的计算图式。对空间缆索而言,由于节间只有自重作用,缆段总在一个铅垂面上,只是各缆段在水平面上的投影与桥轴线的夹角不同。因此,各缆段在各自铅垂面内满足

$$\left\{ \begin{aligned} \sqrt{l_i^2 + z_i^2} &= \frac{H_i}{q} \left[\arcsin h \left(\frac{V_i}{H_i} \right) - \arcsin h \left(\frac{V_i - qS_i}{H_i} \right) \right] + \frac{S_i H_i}{EA} \\ h_i &= \frac{1}{q} \left[\sqrt{H_i^2 + V_i^2} - \sqrt{H_i^2 + (V_i - qS_i)^2} \right] + \frac{S_i}{EA} \left(V_i - \frac{qS_i}{2} \right) \end{aligned} \right. \quad (1)$$

式中 S_i , E 和 A 分别为缆段的无应力长度、弹性模量和面积; l_i , z_i 和 h_i 分别为缆段纵向、横向和竖向长度; $H_i = \sqrt{H_{xi}^2 + H_{zi}^2}$, 如确定了这两个水平分力,即确定了缆段所在铅垂面的空间走向。缆段横桥向端点距离差可以表示为

$$z_i = \frac{l_i}{H_{xi}} H_{zi} \quad (2)$$

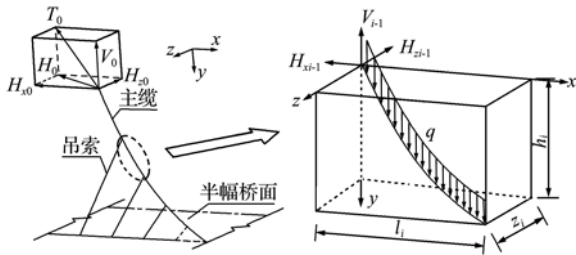


图 1 空间索形主缆计算图式
Fig. 1 Calculation chart of spatial cables

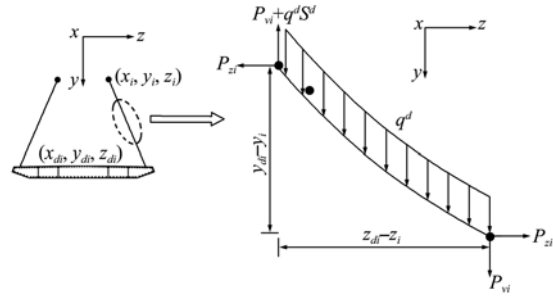


图 2 空间索形吊索计算图式
Fig. 2 Calculation chart of spatial hanger

空间索形的吊索沿横桥向倾斜,只有将吊索看成弹性悬链线才能保证计算精度。如图 2 所示,主缆各缆段始端分力的递推关系如下:

$$\left\{ \begin{aligned} H_{xi} &= H_{xi-1} = H_{x0} \\ H_{zi} &= H_{zi-1} - P_{zi} = H_{z0} - \sum_1^i P_{zi} \\ V_i &= V_{i-1} - qS_{i-1} - P_{vi} - q^d S_i^d = \\ &V_0 - q \sum_0^{i-1} S_{i-1} - \sum_1^i P_{vi} - q^d \sum_1^i S_i^d \end{aligned} \right. \quad (i = 1, 2, \dots) \quad (3)$$

对于每根吊索,已知量有:上下端横、竖向距离 $z_{di} - z_i$, $y_{di} - y_i$, 吊索自重集度 q^d 和下端竖向分力 P_{vi} ;未知量有无应力长度 S_i^d 和横向分力 P_{zi} ,由式(1)可以求解(此时 $z_i = 0$)。由于吊索上端坐标 y_i , z_i 由对应主缆的端点力决定有

$$\left\{ \begin{aligned} P_{zi} &= P_z(H_{xi-1}, H_{zi-1}, V_{i-1}) \\ S_i^d &= S^d(H_{xi-1}, H_{zi-1}, V_{i-1}) \\ S_{i-1} &= S(H_{xi-1}, H_{zi-1}, V_{i-1}) \end{aligned} \right.$$

式(1~3)构成了空间索形主缆的基本平衡方程。三个未知量为主缆左端三分力: H_{x0} , H_{z0} 和 V_0 ;三个收敛条件为主缆左右两端的坐标差值 Δy 和 Δz ,以及设计控制点和左端的竖向差值 f 。由于是三元非线性方程组,需要采用迭代法求解。寻求高效的初值修正量求解算法,成为空间索形计算核心。

2.2 误差调整方程

设主缆坐标计算值经过调整向量 (dh_i, dz_i) 修正后,与设计值吻合。表达如下:

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{i=1}^n (h_i + dh_i) &= \Delta y \\ \sum_{i=1}^n (z_i + dz_i) &= \Delta z \\ \sum_{i=1}^m (h_i + dh_i) &= f \end{aligned} \right. \quad (4)$$

式中 n 为主缆左端到右端缆段数, m 为左端到设

计控制点缆段数。

对每一缆段,由式(1,2)有

$$dh_i = \frac{\partial h_i}{\partial H_{xi}} dH_{xi} + \frac{\partial h_i}{\partial H_{zi}} dH_{zi} + \frac{\partial h_i}{\partial V_i} dV_i$$

$$dz_i = \frac{\partial z_i}{\partial H_{xi}} dH_{xi} + \frac{\partial z_i}{\partial H_{zi}} dH_{zi}$$

代入式(4)得

$$\left\{ \begin{aligned} ey &= \sum_{i=1}^n h_i - \Delta y = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial h_i}{\partial H_{xi}} dH_{xi} - \\ &\quad \sum_{i=1}^n \frac{\partial h_i}{\partial H_{zi}} dH_{zi} - \sum_{i=1}^n \frac{\partial h_i}{\partial V_i} dV_i \\ ez &= \sum_{i=1}^n z_i - \Delta z = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial z_i}{\partial H_{xi}} dH_{xi} - \\ &\quad \sum_{i=1}^n \frac{\partial z_i}{\partial H_{zi}} dH_{zi} \\ ef &= \sum_{i=1}^m h_i - f = - \sum_{i=1}^m \frac{\partial h_i}{\partial H_{xi}} dH_{xi} - \\ &\quad \sum_{i=1}^m \frac{\partial h_i}{\partial H_{zi}} dH_{zi} - \sum_{i=1}^m \frac{\partial h_i}{\partial V_i} dV_i \end{aligned} \right. \quad (5)$$

式(5)中各项系数可以在每段主缆计算过程中通过下列式子方便求出。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial h_i}{\partial H_{xi}} &= \frac{H_{xi}}{q \sqrt{H_{xi}^2 + H_{zi}^2 + V_i^2}} - \\ &\quad \frac{H_{xi}}{q \sqrt{H_{xi}^2 + H_{zi}^2 + (V_i - qS_i)^2}} \\ \frac{\partial h_i}{\partial H_{zi}} &= \frac{H_{zi}}{q \sqrt{H_{xi}^2 + H_{zi}^2 + V_i^2}} - \\ &\quad \frac{H_{zi}}{q \sqrt{H_{xi}^2 + H_{zi}^2 + (V_i - qS_i)^2}} \\ \frac{\partial h_i}{\partial V_i} &= \frac{S_i}{EA} + \frac{V_i}{q \sqrt{H_{xi}^2 + H_{zi}^2 + V_i^2}} - \\ &\quad \frac{V_i - qS_i}{q \sqrt{H_{xi}^2 + H_{zi}^2 + (V_i - qS_i)^2}} \\ \frac{\partial z_i}{\partial H_{xi}} &= - \frac{l_i H_{zi}}{H_{xi}^2}, \frac{\partial z_i}{\partial H_{zi}} = \frac{l_i}{H_{xi}} \end{aligned} \right. \quad (6)$$

式(5)中各变量,可通过对式(3)求导获得。

$$\left\{ \begin{aligned} dH_{xi} &= dH_{x0} \\ dH_{zi} &= dH_{z0} - \sum_1^i \frac{\partial P_z}{\partial H_{xi-1}} \\ dV_i &= dV_0 - q \sum_0^{i-1} \frac{\partial S}{\partial V_{i-1}} - \\ &\quad \sum_1^i \frac{\partial P_v}{\partial V_{i-1}} - q^d \sum_1^i \frac{\partial S^d}{\partial V_{i-1}} \end{aligned} \right. \quad (7)$$

式中 $i = 1, 2, \dots$ 。

将式(6,7)代入式(5),三元方程组(5)的未知量只有 dH_{x0}, dH_{z0} 和 dV_0 ,理论上可以求得这些初值修正量,实现误差调整。

3 算法推导

3.1 线形变化刚度法

对于平面索形,无横向坐标值,即 $z_i = 0, dH_{xi} = 0$ 。吊杆竖直无垂度效应,为恒定竖向集中力;又主缆无应力长度变化是 dV_0 的高阶无穷小,则有 $dV_i = dV_0$,则式(5)变为

$$\left\{ \begin{aligned} dH_{x0} \sum_{i=1}^n \frac{\partial h_i}{\partial H_{xi}} + dV_0 \sum_{i=1}^n \frac{\partial h_i}{\partial V_i} &= - ey \\ dH_{x0} \sum_{i=1}^m \frac{\partial h_i}{\partial H_{xi}} + dV_0 \sum_{i=1}^m \frac{\partial h_i}{\partial V_i} &= - ef \end{aligned} \right. \quad (8)$$

进而

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} dH_{x0} \\ dV_0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\partial h_i}{\partial H_{xi}} & \sum_{i=1}^n \frac{\partial h_i}{\partial V_i} \\ \sum_{i=1}^m \frac{\partial h_i}{\partial H_{xi}} & \sum_{i=1}^m \frac{\partial h_i}{\partial V_i} \end{bmatrix}^{-1} \\ \begin{bmatrix} - ef \\ - ey \end{bmatrix} &= [M]^{-1} \begin{bmatrix} - ef \\ - ey \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

根据上式,可以通过误差向量求得初值修正量 dH_{x0} 和 dV_0 ,完成迭代。这就是平面索形悬索桥中常用的线形变化刚度法^[7]。

但对于空间索形,由式(7)可知,除了 dH_{xi} 外, dH_{zi} 与 dV_i 在各缆段中互不相同,无法形成平面索形中的线形变化刚度矩阵 $[M]$ 。因此,线形变化刚度法不能求解空间索形。

3.2 影响矩阵法

将式(4)变形,建立目标函数 $F(x)$,其中 $x = (H_{x0}, H_{z0}, V_0)$ 。

$$\left\{ \begin{aligned} f_1(H_{x0}, H_{z0}, V_0) : ey &= \sum_{i=1}^n h_i - \Delta y \\ f_2(H_{x0}, H_{z0}, V_0) : ez &= \sum_{i=1}^n z_i - \Delta z \\ f_3(H_{x0}, H_{z0}, V_0) : ef &= \sum_{i=1}^m h_i - f \end{aligned} \right. \quad (10)$$

平面索形迭代求解的影响矩阵法^[8]推广到空间索形后,其步骤如下。

(1) 将 $H_{x0} = H_{x0} + 1, H_{z0} = H_{z0}, V_0 = V_0$; $H_{x0} = H_{x0}, H_{z0} = H_{z0} + 1, V_0 = V_0$ 和 $H_{x0} = H_{x0}, H_{z0} = H_{z0}, V_0 = V_0 + 1$ 分别代入式(10),计算出相应的误差改变量,从而得到影响矩阵:

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中第一、二、三列元素分别为 H_{x_0} , H_{z_0} 和 V_0 引起的误差 ey , ez 和 ef 改变量。

(2) 求解初值修正向量 $(\Delta H_{x_0}, \Delta H_{z_0}, \Delta V_0)^T$:

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta H_{x_0} \\ \Delta H_{z_0} \\ \Delta V_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -ey \\ -ez \\ -ef \end{bmatrix} \quad (12)$$

(3) 修正缆端力为 $H_{x_0} = H_{x_0} + \Delta H_{x_0}$, $H_{z_0} = H_{z_0} + \Delta H_{z_0}$, $V_0 = V_0 + \Delta V_0$, 重新迭代计算。

根据上述影响矩阵算法, 编制了相应程序。在实际使用中发现, 该方法只有在初值精度很高, 而且三个值相对比例在一定范围内时才可收敛。这是由于求影响矩阵时, 施测量没有根据误差的大小来自动调整, 保持恒定值为 1。这最终导致方程(12)调整能力的下降, 从而使整个算法的效率很低, 甚至无法收敛。

3.3 Steffens-Newton 法

3.3.1 迭代方法

为了解决影响矩阵法存在的问题, 本文提出基于 Steffens-Newton 法^[9] 的空间索形迭代法。目标函数见式(10), 计算目标是使得 $F(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ 。

求解矩阵:

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{h}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{h_1} [f_1(\mathbf{x} + h_1 \mathbf{e}_1) - f_1(\mathbf{x})] \\ \frac{1}{h_2} [f_1(\mathbf{x} + h_2 \mathbf{e}_2) - f_1(\mathbf{x})] \\ \frac{1}{h_3} [f_1(\mathbf{x} + h_3 \mathbf{e}_3) - f_1(\mathbf{x})] \\ \frac{1}{h_1} [f_2(\mathbf{x} + h_1 \mathbf{e}_1) - f_2(\mathbf{x})] \\ \frac{1}{h_2} [f_2(\mathbf{x} + h_2 \mathbf{e}_2) - f_2(\mathbf{x})] \\ \frac{1}{h_3} [f_2(\mathbf{x} + h_3 \mathbf{e}_3) - f_2(\mathbf{x})] \\ \frac{1}{h_1} [f_3(\mathbf{x} + h_1 \mathbf{e}_1) - f_3(\mathbf{x})] \\ \frac{1}{h_2} [f_3(\mathbf{x} + h_2 \mathbf{e}_2) - f_3(\mathbf{x})] \\ \frac{1}{h_3} [f_3(\mathbf{x} + h_3 \mathbf{e}_3) - f_3(\mathbf{x})] \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中 $\mathbf{h} = (ey, ez, ef)$, \mathbf{e}_i 为第 i 个空间坐标向量, $i = 1, 2, 3$ 。

则修正后下一步的初值为

$$\begin{bmatrix} H_{x_0}^{k+1} \\ H_{z_0}^{k+1} \\ V_0^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{x_0}^k \\ H_{z_0}^k \\ V_0^k \end{bmatrix} - J(\mathbf{x}^k, \mathbf{h}^k)^{-1} \begin{bmatrix} ey^k \\ ez^k \\ ef^k \end{bmatrix} \quad (k = 0, 1, \dots) \quad (14)$$

继续迭代, 直至误差小于允许值。本文收敛准则取为 $\max(|ey|, |ez|, |ef|) \leq eps$ 。

从式(13)可知, 本文方法施测量采用误差本身 $h_i \mathbf{e}_i$, 会自动根据结果的大小来不断调整, 使得其即使在某些弱条件下也至少是二阶收敛^[10]。同时, 采用差分矩阵, 每步计算 $n+1$ 个 $F(\mathbf{x})$ 函数值, 避免了梯度法的求偏导缺陷, 显著提高了运算速度。

3.3.2 初值估算方法

为了减少迭代次数, 本文根据平面索形的抛物线理论, 给出空间索形的初值估算方法得

$$\begin{cases} H_{x_0} = \frac{ql^2}{8f} \cos \left[\tan^{-1} \left(\frac{\alpha B}{l} \right) \right] \\ H_{z_0} = \frac{ql^2}{8f} \sin \left[\tan^{-1} \left(\frac{\alpha B}{l} \right) \right] \\ V_0 = \frac{ql}{2} \end{cases} \quad (15)$$

式中 α 是横向垂度与梁宽比率, 一般取 $0.7 \sim 0.9$ 。

3.4 模式搜索法

本文同时将模式搜索法应用于空间索形初始平衡状态的求解中。通过与 Steffens-Newton 法进行比较, 提出了高效的索形求解算法。

模式搜索法是一种求解优化问题的方法。它一改传统优化方法使用梯度或高阶导数来搜索优化点的思路, 通过按照既定模式搜索基点周围的一系列点, 寻找目标函数值低于基点值的点, 将其代替当前基点, 继续移动。其最大特点是不需要目标函数可微或连续^[11]。

本文采用网格适应直接搜索法则。该法则每次生成 $2N$ 个随机产生的向量, 包括 N 个线性不相关的向量和他们对应的负向量。这里的 N 为目标函数的独立变量数目。

为了减少迭代次数, 本文采用完全表决, 即每次将 $2N$ 个向量指向的点全部计算后, 选取最优点作为下次迭代基点。本文网格扩展因子和收缩因子分别选用为 2 和 0.5。

4 算例分析

按照本文提出的基于 Steffens-Newton 法的空间索形初始平衡状态分析方法, 采用 Matlab 语言编制了程序 SN-ECFS。根据文中所述的模式搜索法, 编制了程序 PS-ECFS。两个程序分别对韩国永宗大桥(图 3)进行初始平衡状态求解。该桥跨径布置为 125 m+300 m+125 m, 计算参数源于文献[3,5], 材料特性见表 1。

表 1 材料特性

Tab. 1 Material characteristics

参数名	无应力集度(kN/m)	面积(m ²)	弹性模量(kN/m ²)
主缆	14.4930	0.1355	1.9900E+08
吊杆	1.1000	0.0156	1.3700E+08
端吊杆	1.6429	0.0233	1.3700E+08



图 3 永宗大桥计算模型

Fig. 3 Calculation model of Yong Zhong Bridge

图 4 给出了两种程序中跨迭代过程。迭代初始值按照本文提出的方法给出。Steffens-Newton 法仅通过 19 次迭代,收敛于允许值 eps 为 1e-5 的限定条件,即坐标精度达到 10⁻⁵ m,完全满足工程需要。而模式搜索法经过 151 次迭代,误差达到 2.2 × 10⁻³ m。对比发现,基于 Steffens-Newton 法的空间索形迭代法收敛效率非常高。

图 5 对比了永宗大桥成桥主缆线形^[5]有限元结果与本文按照 Steffens-Newton 法的计算结果。由于该桥对称于跨中,图中仅示出纵桥向一半主缆线形。对比发现,竖桥向坐标差值微乎其微,最大为 4 mm;横桥向坐标差值最大为 16 mm。两项差值呈现出相同的规律,即本程序值小于文献[5]值,由此判断为系统误差。由此可见,基于 Steffens-Newton 法的空间索形迭代法具有很高的精度。

本文算法将吊索模拟为弹性悬链线,程序 SN-ECFS 可以求得吊索的无应力长度和张力。表 2 示出桥塔两侧相邻两根吊索的受力。可见,吊索的应力水平偏低,横竖向比率较大,无应力尺寸较长,垂度效应很明显。此时,若再将吊索简化为桁架单元,精度很低。因此,对于空间索形,吊索采用弹性悬链线模拟是必要的。

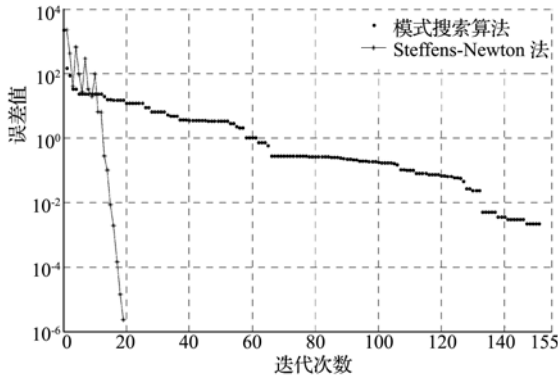


图 4 不同算法收敛速度比较

Fig. 4 Comparison of convergence speed for different algorithms

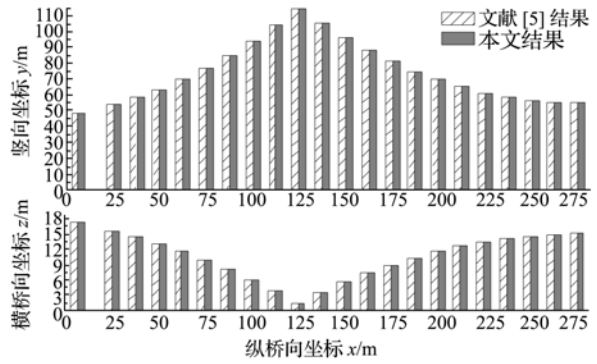


图 5 主缆节点坐标

Fig. 5 Nodal coordinates of main cable

表 2 塔旁吊索几何与受力特性

Tab. 2 Geometric and mechanical characteristics of the hangers nearby tower

参数名	边跨塔旁吊索	主跨塔旁吊索
无应力长度/m	55.02	55.82
两端横桥向距离/m	12.58	12.84
两端竖桥向距离/m	53.73	54.52
吊索下端张力/kN	3219.78	3165.52
吊索上端张力/kN	3278.89	3225.46
应力/MPa	208.29	204.84

5 结 语

本文针对空间索形悬索桥的数值实现开展研究。根据建立的平衡方程,推导误差调整方程,给出优化目标函数,进而分别证明了传统的线形变化刚度法和影响矩阵法不适用于空间索形。随后提出基于 Steffens-Newton 法的空间索形初始平衡状态分析法,通过文献对比和算法比较,分别验证了该算法具有计算高精度和收敛高效率,可为设计、施工提高可靠的控制数据。

参考文献 (References):

[1] 张志国,靳明君,肖进月. 空间曲线主缆悬索桥施工控制计算[J]. 石家庄铁道学院学报, 2003, 16(4): 5-7. (ZHANG Zhi-guo, JIN Ming-jun, XIAO Jin-yue. Calculation of construction control for suspension bridge with space curve main cables[J]. *Journal of Shijiazhuang Railway Institute*, 2003, 16(4): 5-7. (in Chinese))

[2] 干坚定. 悬索桥主缆索夹位置计算及放样[J]. 桥梁建设, 1999, 2: 33-35. (GAN Jian-ding. Computing and laying out the location of the main cable clamp for the suspension bridge[J]. *Bridge Construction*, 1999, 2: 33-35. (in Chinese))

[3] 罗喜恒,肖汝诚,项海帆. 空间缆索悬索桥的主缆线形分析[J]. 同济大学学报:自然科学版, 2004, 32(10):

- 1349-1354. (LUO Xi-heng, XIAO Ru-cheng, XIANG Hai-fan. Cable shape analysis of suspension bridge with spatial cables[J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2004, **32**(10):1349-1354.
- [4] 栗怀广, 郑凯锋, 文曙东, 等. 自锚悬索桥空间主缆线形精确计算方法及其应用研究[A]. 第 17 届全国桥梁学术会议[C], 2006. (LI Huai-guang, ZHENG Kai-feng, WEN Shu-dong, et al. Spatial cable accurate calculation method and application of self-anchored suspension bridge[A]. The 17th Session of the Chinese Bridge Conference[C], 2006. (in Chinese))
- [5] Kim H K, Lee M J, Chang S P. Non-linear shape-finding analysis of a self-anchored suspension bridge [J]. *Engineer Structures*, 2002, **24**:1547-1559.
- [6] 文曙东, 郑凯锋, 栗怀广. 空间索自锚式悬索桥线形精确计算方法研究[J]. 中南公路工程, 2007, **32**(4):127-129, 135. (WEN Shu-dong, ZHENG Kai-feng, LI Huai-guang. Study of an accurate calculation method for spatial cable curves of self-anchored suspension bridge[J]. *Central South Highway Engineering*, 2007, **32**(4):127-129, 135. (in Chinese))
- [7] 唐茂林. 大跨度悬索桥空间几何非线性分析与软件开发[D]. 成都: 西南交通大学, 2003. (TANG Mao-lin. Large-span suspension bridge Geometric nonlinear analysis and software development [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2003. (in Chinese))
- [8] 项海帆. 高等桥梁结构理论[M]. 北京: 人民交通出版社, 2002. (XIANG Hai-fan. *Advanced Bridge Structure Theory* [M]. Beijing: China Communications Press, 2002. (in Chinese))
- [9] 现代应用数学手册计算与数值分析卷[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005. (*Handbook of Modern Applied Mathematics and Numerical Analysis*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005. (in Chinese))
- [10] 郑 权, 刘停战. 斯蒂芬森-牛顿类迭代法的二阶收敛性[J]. 吉林大学学报: 理学版, 2003, **41**(2):134-139. (ZHENG Quan, LIU Ting-zhan. The quadratic convergence of the Steffensen-Newton-Like Iteration method[J]. *Journal of Jilin University (Science Edition)*, 2003, **41**(2):134-139. (in Chinese))
- [11] 雷英杰, 张善文, 李续武, 等. MATLAB 遗传算法工具箱及应用[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2004. (LEI Ying-jie, ZHANG Shan-wen, LI Xu-wu, et al. *MATLAB Genetic Algorithm Toolbox and its Application*[M]. Xi'an: Xidian University Press, 2004. (in Chinese))

Initial equilibrium state analysis of suspension bridge with spatial cables based on Steffens-Newton algorithm

WANG Xiao-ming^{*1}, HAO Xian-wu¹, DUAN Rui-fang²

(1. Dept. of Highway Eng., Changan Univ, Xi'an 710064, China;

2. Lande Highway Eng. Consulting & Design Co., Shanghai 200065, China)

Abstract: While calculating the initial equilibrium state of suspension bridge with spatial cables correctly, cable-hanger coupling system causes difficult convergence, and a rigorous approach is essential. In the paper, the equilibrium equation and the error adjustment equation of spatial cable-hanger system are established. The shape-change stiffness method and influence matrix method, which are widely used in plane cables, are proved inapplicable in spatial cables. Based on Steffens-Newton method with adjustable parameters, a rigorous analysis method for spatial cable-hanger coupling system is proposed. Program SN-ECFS is written. By the proposed method and pattern search method respectively, the calculation results of a numerical example are compared to indicate the precision and convergence efficiency of the proposed method.

Key words: cable-hanger coupling system; Steffens-Newton method; pattern search method; initial equilibrium state